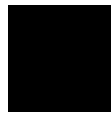


kassel  
university



press

## **Optimierungsprozess für große solarintegrierte Wärmeversorgungsanlagen**

Michael Krause

Die vorliegende Arbeit wurde vom Fachbereich Maschinenbau der Universität Kassel als Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) angenommen.

Erster Gutachter: Prof. Dr. K. Vajen

Zweiter Gutachter: Prof. Dr. H. Ackermann

Tag der mündlichen Prüfung

12. Dezember 2003

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar

Zugl.: Kassel, Univ., Diss. 2003

ISBN 3-89958-060-5

© 2004, kassel university press GmbH, Kassel

[www.upress.uni-kassel.de](http://www.upress.uni-kassel.de)

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsschutzgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Umschlaggestaltung: 5 Büro für Gestaltung, Kassel

Druck und Verarbeitung: Unidruckerei der Universität Kassel

Printed in Germany

# Vorwort

„Le mieux est l’ennemi du bien.“  
Voltaire (1694-1778)

Die vorliegende Arbeit ist im Rahmen des Forschungsprojektes „Langzeitüberwachung und Betriebsoptimierung großer solarintegrierter Wärmeversorgungsanlagen“ entstanden, welches von der Rudolf-Otto-Meier-Umweltstiftung und der Fa. Wagner&Co Solartechnik in Cölbe gefördert wurde. Die Arbeiten stellen hierbei eine Fortführung der Untersuchungen zu großen solarintegrierten Wärmeversorgungsanlagen dar, die im Wesentlichen von Dr. Martin Uecker und Dr. Andreas Ratka am Fachbereich Physik der Universität Marburg durchgeführt wurden. In der von Prof. Ackermann geleiteten Forschungsgruppe Solarenergie begannen auch die Untersuchungen zu dieser Dissertation, die dann ab Oktober 2001 innerhalb der von Prof. Vajen an der Universität Kassel geleiteten Arbeitsgruppe Solar- und Anlagentechnik fortgesetzt wurden.

Aufgrund der Vorarbeiten war daher speziell in der Anfangsphase Martin Uecker als Ideengeber und ständiger Diskussionspartner von unschätzbarem Wert. Im Rahmen dieser Zusammenarbeit sind einige gemeinsame Veröffentlichungen entstanden, die sich mit Untersuchungen zu Einstrahlungsmodellen beschäftigen.

Insbesondere bei allen experimentellen Fragestellungen, Versuchsaufbauten und Computerproblemen zeichnete sich Frank Wiese innerhalb des gemeinsamen Projektes mit immer neuen Ideen aus und trug dadurch wesentlich zum Vorankommen des Projektes bei. Darüber hinaus scheute er auch vor der Durchsicht dieser Arbeit nicht zurück, so dass viele Verbesserungen auf Anregungen von ihm zurückgehen.

Vor allem in der Projektendphase wick Elimar Frank keiner Diskussion zu den vielen inhaltlichen Fragen aus und ließ auch bei der Durchsicht dieser Arbeit keine der vielen Seiten unberührt. Sowohl aus seiner als auch aus der Staatsexamensarbeit von Susanne Heidt flossen einige Ergebnisse in diese Arbeit ein.

Matthias Born aus der Elektronikwerkstatt des Fachbereichs Physik war maßgeblich an der Entwicklung eines Programms zur Langzeitüberwachung beteiligt und stand immer als Ansprechpartner für Elektronikfragen zur Verfügung.

Stefan Luley stellte sich als Mathematiker nun schon zum wiederholten Male der Solarenergie als Korrekturleser zur Verfügung. Aus dem gleichen theoretischen Bereich kamen viele hilfreiche Anregungen von Kai Kopperschmidt. Für die letzte Überarbeitung vor dem Druck opferte sich Carsten Rührup, der auch zu diesem Zeitpunkt noch einige Schnitzer aufspürte.

Thomas Freitag von der FH Chemnitz stellte über mehrere Jahre Messdaten zur Verfügung, die am Studierendenwohnheim in Zwickau innerhalb des Projektes

„Solarthermie 2000“ aufgenommen wurden und in dieser Arbeit Verwendung fanden.

Alle ehemaligen Mitglieder der Forschungsgruppe Solarenergie an der Universität Marburg sowie die aktiven Mitglieder der Arbeitsgruppe Solar- und Anlagentechnik an der Universität Kassel sorgten für ein überaus freundschaftliches Arbeitsklima, welchem sich speziell Birgit Böhling mit großer Hingabe verschrieben hat.

Die Mitarbeiter der Fa. Wagner&Co, von denen insbesondere Andreas Knoch, Karsten Tent, Ralf Orths und Uli Rustige zu nennen sind, trugen in großem Maße zu einer angenehmen und fruchtbaren Zusammenarbeit innerhalb des Kooperationsprojektes bei.

Prof. Ackermann und Prof. Vajen setzten sich für eine intensive, fürsorgliche und stets angenehme Betreuung über den kompletten Zeitraum der Promotion ein, so dass viele Ansätze in dieser Arbeit auf deren Anregungen zurückgehen.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>V</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Ziel der Arbeit	1
1.2 Einordnung in den Gesamtzusammenhang	2
1.3 Aufbau der Arbeit	4
<b>2 Optimierungs- und Überwachungskonzept für Solarsysteme</b>	<b>6</b>
2.1 Untersuchte Solarsysteme	6
2.2 Ein vierstufiges Konzept zur Überwachung und Optimierung einer Solaranlage	9
2.3 Optimierung	11
2.4 Langzeitüberwachung	14
<b>3 Grundlagen der Optimierung</b>	<b>19</b>
3.1 Problemformulierung	19
3.1.1 Statische Optimierung	21
3.1.2 Dynamische Optimierung	25
3.2 Numerische Lösungsverfahren	26
3.2.1 Pfadorientierte Lösungsverfahren	26
3.2.2 Volumenorientierte Verfahren	34
3.2.3 Numerische Verfahren zur Berücksichtigung von Nebenbedingungen	47
3.2.4 Numerische Verfahren zur Lösung dynamischer Optimierungsprobleme	50
3.3 Einfluss des Simulationsprogramms auf das Optimierungsproblem	51
<b>4 Planungsoptimierung</b>	<b>56</b>
4.1 Optimierungsziel	56
4.2 Kostenfunktionen	58
4.3 Simulationsrechnungen	59
4.4 Optimierungsrechnungen	59
4.5 Ergebnisse der Optimierungsrechnungen	62
4.6 Einfluss des Verbrauchsprofils auf die Dimensionierung	68
4.7 Sensitivitätsanalysen	71
4.7.1 Methoden zur Sensitivitätsanalyse	71
4.7.2 Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen	73
4.8 Zusammenfassung	78
<b>5 Statische Betriebsoptimierung</b>	<b>82</b>
5.1 Optimierungsziel	82
5.2 Ergebnisse der Optimierungsrechnungen	84
5.3 Zusammenfassung	88
<b>6 Dynamische Betriebsoptimierung</b>	<b>89</b>
6.1 Optimierungsziel	89
6.2 Untersuchungen zu Vorhersagegenauigkeiten	90
6.2.1 Einstrahlungsvorhersage	91

6.2.2	Verbrauchsprofilvorhersage	93
6.3	Simulations- und Optimierungsrechnungen	96
6.4	Ergebnisse der Optimierungsrechnungen	98
6.5	Zusammenfassung	101
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>103</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>107</b>
	<b>Anhang</b>	<b>117</b>

# Nomenklatur

## Lateinische Symbole

Symbol	Einheit	Bedeutung
<b>A</b>	-	Approximation der Hesseschen Matrix
<b>a</b>	-	Individuum einer <i>Evolutionsstrategie</i>
<b>a</b>	-	Stützstelle von <i>Interpolationsmethoden</i> , <i>Golden-Schnitt-Algorithmus</i>
$A_0$	€	Gesamtinvestitionssumme
$A_b$	€	Betriebsgebundene Kosten
$A_{Koll}$	m <sup>2</sup>	Kollektorfläche
$AN_b$	€	Annuität der betriebsgebundenen Kosten
$AN_{ges}$	€	Gesamtannuität
$AN_k$	€	Annuität der kapitalgebundenen Kosten
$AN_v$	€	Annuität der verbrauchsgebundenen Kosten
$A_v$	€	Verbrauchsgebundene Kosten
<b>B</b>	-	Matrix
<b>b</b>	-	Stützstelle von <i>Interpolationsmethoden</i> , <i>Golden-Schnitt-Algorithmus</i>
<b>b</b>	-	Uncodierter Bitstring eines <i>Genetischen Algorithmus</i>
<b>ba</b>	-	Preisdynamischer Annuitätsfaktor
<b>c</b>	-	Gleichungsnebenbedingungen
<b>c</b>	-	Stützstelle von <i>Interpolationsmethoden</i>
$c_{p,KW}$	kJ/kgK	Spezifische Wärmekapazität des Fluids auf der Kaltwasserseite
$c_{p,p}$	kJ/kgK	Spezifische Wärmekapazität des primärseitigen Fluids
<b>d</b>	-	Gray-Codierter Bitstring eines <i>Genetischen Algorithmus</i>
<b>d</b>	-	Intervalllänge bei der Fibonacci-Division
$D_{Rohr}$	mm	Rohrinnendurchmesser
DOY	-	Tag im Jahr
$\Delta E$	-	„Energieänderung“ bei Metropolis-Algorithmen
$EH_1$	-	Relative Einlasshöhe zur solaren Beladung des heißen Pufferspeichers: 0 unten, 1 oben
$EH_2$	-	Relative Einlasshöhe zur solaren Beladung des kalten Pufferspeichers: 0 unten, 1 oben
$e_i$	-	Einheitsvektoren
<b>f</b>	-	Vektorfunktion
<b>f</b>	-	Funktion
$\tilde{f}$	-	Modifizierte oder reduzierte Funktion
$FH_1$	-	Relative Fühlerhöhe am heißen Pufferspeicher: 0 unten, 1 oben

$FH_2$	-	Relative Fühlerhöhe am kalten Pufferspeicher: 0 unten, 1 oben
$F$	-	Skalare Funktion
$Fib$	-	Fibonacci-Sequenz
$f_k$	-	Faktor für Instandsetzung
$g$	$m/s^2$	Erdbeschleunigung
$\mathbf{g}$	-	Nichtlineares Gleichungssystem
$G_{Hyst}$	$W/m^2$	Hysterese zur Regelung der Kollektorkreispumpe
$G_{Min}$	$W/m^2$	Ausschaltsschwelle zur Regelung der Kollektorkreispumpe
$\mathbf{H}$	-	Hessesche Matrix
$\mathbf{h}$	-	Ungleichungsnebenbedingungen
$\tilde{H}$	m	Förderhöhe
$\tilde{H}_{SWÜ}$	m	Förderhöhe des Solarkreiswärmeübertragers
$\tilde{H}_{Rohr}$	m	Förderhöhe eines Rohres mit Kreisquerschnitt
$\tilde{H}_{Zuleit}$	m	Förderhöhe der Kollektorzuleitungen
$\tilde{H}_{Finne}$	m	Förderhöhe der Absorberfinnen
$\tilde{H}_{Ent,p}$	m	Förderhöhe im primären Entladekreis
$\tilde{H}_{Ent,s}$	m	Förderhöhe im sekundären Entladekreis
$\tilde{H}_{Sol,p}$	m	Förderhöhe der primären Solarkreisleitung
$\tilde{H}_{Sol,s}$	m	Förderhöhe der sekundären Solarkreisleitung
$\mathbf{I}$	-	Einheitsmatrix
$I_{Glob}$	$W/m^2$	Globalstrahlung auf eine horizontale Ebene
$I$	-	Raum der Individuen
Input	-	Zeitvariable Eingangsgrößen von TRNSYS-Komponenten
$J$	-	Funktional der dynamischen Optimierung
$K$	-	Länge von Bitstrings
$k$	$J/K$	Boltzmann-Konstante
$k_1$	$W/m^2K$	Linearer Wärmeverlustkoeffizient eines Kollektors
$k_2$	$W/m^2K^2$	Quadratischer Wärmeverlustkoeffizient eines Kollektors
$L$	-	Lagrange-Funktion
$L_{Rohr}$	m	Rohrlänge
$n$	-	Dimension eines Parametervektors
$N(0,1)$	-	Normalverteilte Zufallszahl
$N_{MC}$	-	Anzahl durchgeführter Funktionsauswertungen bei <i>Monte-Carlo-Analysen</i>
$\tilde{N}_{glvert}$	-	Zwischen 0 und 1 gleichverteilte Zufallszahl



$\tilde{n}$	-	Dimension eines reduzierten Parametervektors
$n_{\sigma}$	-	Anzahl der Standardabweichungen einer <i>Evolutionstrategie</i>
$n_{\alpha}$	-	Anzahl der Drehwinkel einer <i>Evolutionstrategie</i>
<b>P</b>	-	Pareto optimaler Bereich
<b>P</b>	-	Akzeptanzwahrscheinlichkeitsfunktion von Metropolis-Algorithmen
<b>P</b>	-	Dimension einer Vektorfunktion
<b>p</b>	-	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
<b>P</b>	-	Parametervektor
<b>p<sub>0</sub></b>	-	Parametervektor zur Bestimmung von Sensitivitäten
$p_m$	-	Mutationswahrscheinlichkeit
$p_r$	-	Rekombinationswahrscheinlichkeit
$\Delta p$	Pa	Druckverlust
$Q_{Sol}$	J	Solarer Nutzertrag
$Q_{NH}$	J	Nachheizenergie
$q_{zs}$	-	Zinsfaktor
<b>Re</b>	-	Reynoldszahl
<b>R<sub>ij</sub></b>	-	Jakobi-Rotationen
$r_{ij}$	-	Matrizeinträge der Jakobi-Rotationen
<b>s</b>	-	Suchrichtung einer Optimierung
<b>s</b>	-	Selektionsoperator
<b>S</b>	-	Totale Sensitivität, definiert über die Standardabweichung
<b>S<sup>2</sup></b>	-	Varianz
<b>T</b>	K	Temperatur
$T_{VW}^u$	°C	Temperatur im unteren Teil des Vorwärmerspeichers
$T_{Pu}^o$	°C	Temperatur an der Spitze des Pufferspeichers
$T_{VW}^{max}$	°C	Maximal zulässige Temperatur im Vorwärmerspeicher
$T_{KW}$	°C	Kaltwassertemperatur
$T_{Ent,p}^{RL}$	°C	Primärseitige Rücklauf­temperatur am Entladewärmeübertrager
$T_{Ent,s}^{VL}$	°C	Sekundärseitige Vorlauf­temperatur am Entladewärmeübertrager
$T_{Sol,p}^{VL}$	°C	Primärseitige Vorlauf­temperatur am Solarkreiswärmeübertrager
$T_{Sol,p}^{RL}$	°C	Primärseitige Rücklauf­temperatur am Solarkreiswärmeübertrager
$T_{Nhsp}^{Soll}$	°C	Solltemperatur des Nachheizspeichers
$T_{Nhsp}^{Ist}$	°C	Aktuelle Temperatur des Nachheizspeichers
$\Delta T_{hyst}$	K	Hysterese zur Regelung der sekundären Solarkreispumpe

$\Delta T_m$	K	Logarithmische Temperaturdifferenz am Wärmeübertrager
$\Delta T_u$	K	Ausschalttemperaturdifferenz zur Regelung der sekundären Solarkreis- pumpe
$t$	-, s	Skalarer Parameter, Zeit
$t_a$	-, s	Anfangszeit
$t_e$	-, s	Endzeit
$t_{LZ}$	a	Abschreibungszeit
$\mathbf{u}$	-	Vektor der unteren Parametergrenzen
UA	W/K	Wärmeübergangskoeffizient
$UA_{EWÜ}$	W/K	UA-Wert des Entladewärmeübertragers
$UA_{SWÜ}$	W/K	UA-Wert des Solarkreiswärmeübertragers
$\mathbf{v}$	-	Vektor der oberen Parametergrenzen
$v$	m/s	Fließgeschwindigkeit
$V_{Sol}$	Liter	Fluidvolumen im Solarkreis
$V_{Pu}$	Liter	Pufferspeichervolumen
$\dot{V}$	Liter/h	Volumenstrom
$\dot{V}_{Arbpkt}$	m <sup>3</sup> /h	Volumenstrom im Arbeitspunkt eines installierten Systems
$\dot{V}_{Ent,p}$	m <sup>3</sup> /h	Volumenstrom auf der Primärseite der Pufferspeicherentladung
$\dot{V}_{Ent,s}$	m <sup>3</sup> /h	Volumenstrom auf der Sekundärseite der Pufferspeicherentladung
$\dot{V}_{KW}$	m <sup>3</sup> /h	Kaltwasservolumenstrom
$\dot{V}_{Sol,p}$	m <sup>3</sup> /h	Volumenstrom in der primären Solarkreisleitung
$\dot{V}_{Sol,s}$	m <sup>3</sup> /h	Volumenstrom in der sekundären Solarkreisleitung
$\dot{V}_{Sol,p}$	m <sup>3</sup> /h	Kollektorspezifischer Volumenstrom in der primären Solarkreisleitung
$\dot{V}_{Ent,max}$	m <sup>3</sup> /h	Maximaler kollektorspezifischer Entladevolumenstrom
$W_{elektr,Pump}$	kWh	Elektrische Energieverbrauch der Pumpen
$X$	-	Menge
$\mathbf{x}$	-	Parametervektor
$\tilde{\mathbf{x}}$	-	Transformierter Parametervektor
$\hat{\mathbf{x}}$	-	Reduzierter Parametervektor
$\mathbf{x}_0$	-	Optimaler Parametervektor
$Y$	-	Restriktion
$\mathbf{z}$	-	Vektor der Schlupfvariablen
$\mathbf{z}$	-	Zufallsvektor

## Griechische Symbole

Symbol	Einheit	Bedeutung
$\alpha$	-	Vektor der Drehwinkel
$\alpha$	-	Skalarer Parameter der eindimensionalen Optimierung
$\beta$	-	Gewichtungsfaktor
$\beta_{\text{Koll}}$	°	Kollektorneigung
$\tilde{\beta}$	kWh	Skalierungsfaktor einer Komfortfunktion
$\tilde{\beta}_{\text{Ent}}$	W/K	Vorfaktor zur volumenstromabhängigen UA-Wert-Bestimmung des Entladewärmeübertragers
$\Gamma$	-	Diagonalmatrix mit positiven Einträgen
$\gamma$	-	Skalierungsfaktor
$\gamma_{\text{Koll}}$	°	Kollektorausrichtung: -90 ° = Osten, 0 ° = Süden, +90 ° = Westen
$\Delta$	-	Vektor der Variation beim Differenzenquotienten
$\delta$	-	Vektor der Standardabweichungen von Parametern
$\delta$	-	Zulässige Variation einer Variablen
$\varepsilon_A$	-	Genauigkeitsgrenze für Inputs (TRNSYS)
$\varepsilon_D$	-	Genauigkeitsgrenze für Differenzialgleichungen (TRNSYS)
$\zeta$	Ct/kWh	Zielfunktion der Planungsoptimierung: Solarer Wärmepreis
$\eta_0$	%	Optischer Kollektorwirkungsgrad
$\eta_{\text{Kraftwerk}}$	%	Kraftwerkswirkungsgrad inklusive Netzverluste
$\eta_{\text{Dyn}}$	Pa · s	Dynamische Viskosität
$\vartheta$	-	Endzeiterm eines Funktionals
$\kappa$	kWh/m <sup>2</sup> a	Zielfunktion der Betriebsoptimierungen: Solarer Ertrag abzüglich Hilfsenergie
$\tilde{\kappa}$	kWh/m <sup>2</sup> a	Um Komfortfaktor korrigierte Zielfunktion
$\lambda$	-	Vektor der Lagrange-Multiplikatoren
$\lambda$	-	Individuenanzahl einer Nachkommenpopulation
$\lambda_R$	-	Widerstandsbeiwert
$\mu$	-	Vektor der Kuhn-Tucker-Multiplikatoren
$\mu$	-	Individuenanzahl einer Elternpopulation
$\rho_{\text{Fluid}}$	kg/m <sup>3</sup>	Fluiddichte
$\rho_{\text{KW}}$	kg/m <sup>3</sup>	Dichte des Fluids auf der Kaltwasserseite
$\rho_p$	kg/m <sup>3</sup>	Primärseitige Fluiddichte
$\Re$	-	Körper der reellen Zahlen
$\Sigma$	-	Kovarianzmatrix
$\sigma$	-	Vektor der Standardabweichungen einer <i>Evolutionstrategie</i>

$\sigma$	-	Skalierungsfaktor beim <i>Marquard-Levenberg-Verfahren</i>
$\tau$	-	Skalierungsfaktor zur Berücksichtigung vorhergehender Suchrichtungen beim <i>Konjugierte-Gradienten-Verfahren</i>
$\upsilon$	-	Exponent bei Komfortfunktionen
$\tau$	-	Abbruchkriterium
$\phi$	-	Zu integrierende Funktion eines Gütefunktional
$\varphi$	-	Differenzierbare Funktion
$\chi$	-	Skalierungsfaktor der Rekombination bei einer <i>Evolutionsstrategie</i>
$\Psi$	-	Vollständiger Prozess von einer Elternpopulation zu einer Nachkommenpopulation
$\Omega$	-	Menge der genetischen Operatoren

# 1 Einleitung

## 1.1 Ziel der Arbeit

Solarintegrierte Wärmeversorgungsanlagen sowohl im Einfamilien- und Mehrfamilienhausbereich als auch z.B. an Krankenhäusern und Wohnheimen sind in ihrem Betriebsverhalten hochkomplex. Eine geeignete Dimensionierung und ein zuverlässiger Betrieb solcher Anlagen erfordern eine Abstimmung des Systems auf die örtlichen Klimabedingungen und den zu erwartenden bzw. vorhandenen Warmwasser- und Heizenergieverbrauch. Oftmals kann nur mit Hilfe von dynamischen Systemsimulationen ermittelt werden, welche Systemkomponenten für den jeweiligen Anwendungsfall geeignet sind und welches Regelungsschema einen optimalen Anlagenbetrieb ermöglicht. Darüber hinaus sollten die Anlagen möglichst ausfallsicher geplant und betrieben werden. Nur wenn dies gewährleistet ist, können thermische Solaranlagen optimal zu einer fossilen Energieeinsparung und einer damit zusammenhängenden Reduzierung der CO<sub>2</sub>-Emissionen beitragen. Ferner sind ein optimaler Betrieb und eine hohe Ausfallsicherheit von Solaranlagen Grundvoraussetzungen, um bei potenziellen Investoren Vertrauen in eine neue Technologie erwecken zu können.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist hieran anknüpfend die Vorstellung und Untersuchung eines Optimierungs- und Überwachungskonzepts speziell für große solarintegrierte Wärmeversorgungsanlagen. Dieses Konzept besteht aus vier Stufen und beginnt bereits im Planungsstadium:

1. **Planungsoptimierung:** Im Planungsstadium sollte die Wahl der Art und Größe aller Komponenten sowie des Regelungsschemas in Abhängigkeit von den Einstrahlungsbedingungen am entsprechenden Standort und den zu erwartenden Warmwasserverbräuchen (und evtl. Heizenergieverbräuchen) getroffen werden.
2. **Langzeitüberwachung:** Da der Ausfall des Systems oder einzelner Komponenten aufgrund der Bereitstellung von Warmwasser durch die fossile Nachheizung unter Umständen erst sehr viel später bemerkt wird, sollte nach der Installation des Systems und somit während des kompletten Betriebszeitraums eine Langzeitüberwachung durchgeführt werden. Diese sollte weitgehend automatisiert Fehlfunktionen an der Anlage sowohl detektieren als auch so genau wie möglich lokalisieren können.
3. **Statische Betriebsoptimierung:** Da die zu erwartenden Energieverbräuche für Warmwasserbereitung und Raumheizung während der Planungsphase oftmals nur sehr ungenau bekannt sind, könnte, falls die realen Verbräuche im spä-

teren Betrieb von den Planungsannahmen abweichen, das System nachträglich möglichst optimal an die tatsächlichen Randbedingungen angepasst werden.

4. **Dynamische Betriebsoptimierung:** Zusätzlich kann es aufgrund einer hohen Variabilität der Einstrahlungsbedingungen und Energieverbräuche sinnvoll sein, Systemparameter ständig (oder z.B. täglich) gemäß Vorhersagen dieser Randbedingungen und des aktuellen Speicherzustandes zu optimieren.

Hierbei soll für die einzelnen Stufen untersucht werden, ob das System verbessert werden kann und wie groß gegebenenfalls, bezogen auf eine Verbesserung z.B. des solaren Wärmepreises oder des solaren Nutzertrags, jeweils das Optimierungspotenzial ist. Das Hauptaugenmerk der Untersuchungen in dieser Arbeit soll auf den drei Optimierungsschritten liegen, wogegen der Punkt „Langzeitüberwachung“, der im Rahmen einer weiteren Dissertation (vgl. [Wie05]) ausführlich behandelt wird, an dieser Stelle nur exemplarisch betrachtet wird. Für die Optimierungsschritte ist insbesondere zu untersuchen, welche Optimierungsverfahren jeweils geeignet sind und inwiefern die geeignete Wahl von der Art der Problemstellung abhängt. Diese wird im Wesentlichen durch das Solarsystem, die zu optimierenden Parameter, die Zielgröße und das bei der Optimierung verwendete Simulationsprogramm bestimmt. Hierfür soll ein Überblick über die zur Verfügung stehenden Optimierungsalgorithmen gegeben werden, anhand dessen die Anwendung auf die drei Optimierungsstufen bewertet werden kann.

## ***1.2 Einordnung in den Gesamtzusammenhang***

Solaranlagen zur Warmwasserbereitung werden seit vielen Jahren im Einfamilienhausbereich eingesetzt. Diese Anlagen zeichnen sich im Wesentlichen durch einfache und preisgünstige Komponenten sowie einen geringen Aufwand für Regelung und Funktionsüberwachung aus und erreichen eine hohe Zuverlässigkeit. Um eine nennenswerte fossile Brennstoffeinsparung zu erreichen, werden solche Systeme, die in Deutschland von einer Vielzahl von Herstellern angeboten werden [Sti02], auf eine solare Deckungsrate von ca. 60 % dimensioniert. Seit etwa 1995 werden zunehmend auch Systeme installiert, die neben der Warmwasserbereitung einen deutlichen Beitrag zur Heizungsunterstützung liefern. Diese Kombisysteme werden mit wesentlich größeren Kollektorflächen und Warmwasserspeichern ausgelegt und erreichen, bezogen auf Warmwasser- und Heizbedarf, Gesamtdeckungsraten von ungefähr 25 % [Sti03].

Ebenfalls seit Mitte der 90er Jahre wurden ergänzend hierzu auch vermehrt größere Systeme zur Warmwasserbereitung an Mehrfamilienhäusern, Wohnheimen oder Krankenhäusern realisiert, die eine Gesamtkollektorfläche von mehr als 50 m<sup>2</sup> aufweisen und den Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit bilden. Diese Anlagen werden typischerweise auf solare Deckungsraten zwischen 20 % und 40 % ausge-

legt und sind mithilfe intensiver Vermessungen und wissenschaftlicher Begleitprogramme bezüglich ihres Betriebesverhaltens detailliert untersucht worden. Ein Verfahren zur dynamischen Vermessung von Solaranlagen ist in [Spi89] vorgestellt, Beispieluntersuchungen sind u.a. in [Rat98, Peu00a, Uec01, Schi98, Gör00, Bin99] zu finden.

Speziell in Schweden und Dänemark wurden darüber hinaus in den 90er Jahren einige Pilotanlagen zur solaren Nahwärme installiert. Diese Anlagen, die über einen Saison- oder Langzeitspeicher verfügen [Dal93, Dah97] und sowohl zur Warmwasserbereitung als auch zur Heizungsunterstützung eingesetzt werden, haben zum Teil Kollektorflächen von mehreren tausend Quadratmetern [Sør03]. Einen Überblick über in Deutschland im Rahmen des Förderprogramms „Solarthermie-2000 (Teilprogramm 3)“ realisierte Anlagen zur solaren Nahwärme bietet [Man00].

Viele dieser Untersuchungen haben gezeigt, dass Solaranlagen oftmals nicht optimal funktionieren und häufig sogar System- oder Komponentenausfälle auftreten. Daher wurden in den letzten Jahren verschiedene Konzepte zur Funktionskontrolle vorgestellt. Im Bereich kleiner Solaranlagen seien hier die Untersuchungen von [Alt99] genannt, bei Mehrfamilienhäusern wird von [Van01] ein Input-Output-Verfahren vorgestellt, welches solare Einstrahlung und Solarertrag miteinander vergleicht. Für die Anwendung bei großen Solarsystemen wurde ein aufwändiges Kurzzeitmessverfahren entwickelt, welches einmalig die Systemparameter ermittelt und diese mit den Herstellerangaben vergleicht [Drü99]. Keins dieser Konzepte ist aber in der Lage, die Funktion der gesamten Anlage über die komplette Lebenszeit zu überwachen und hierbei möglichst ohne großen Personalaufwand Fehlfunktionen selbstständig zu lokalisieren. Ein Verfahren, welches all diese Anforderungen erfüllen könnte, soll in der vorliegenden Arbeit bezüglich einer Integration in den Gesamtoptimierungsprozess vorgestellt werden.

Neben den Vermessungen von Solarsystemen wurden auch bereits zahlreiche Untersuchungen zur Optimierung von Wärme- bzw. Energieversorgungsanlagen mit unterschiedlichen mathematischen Algorithmen und Verfahren durchgeführt. Im Bereich der Anlagenauslegung sei hier z.B. auf [Fin95, Schr01, Rat98a, Haf99, Loo02] verwiesen, Untersuchungen zur Betriebsoptimierung von Systemen sind z.B. in [Wit99, Schr98, Rat98b] dargestellt, dynamische Optimierungen unter Berücksichtigung von Vorhersagedaten wurden z.B. in [Pru02, Wic98, Thr00, Roh98, Fur03] durchgeführt. Diese hatten jedoch i.d.R. lediglich exemplarischen Charakter, so dass eine Bewertung bezüglich eines Gesamtkonzeptes, welches sich insbesondere bei großen solaren Wärmeversorgungsanlagen anbietet, dort nicht erfolgte.

Zur Optimierung von solarthermischen Anlagen ist ihre numerische Simulation erforderlich. Die meisten komponentenorientierten Simulationsumgebungen wie z.B. Smile [Dez00], MATLAB [Mat94] oder TRNSYS [Kle94] ermöglichen hierbei bereits die Durchführung von Optimierungsrechnungen mit verschiedenen numerische Algorithmen. Entweder sind diese direkt in die Simulationsumgebung integriert, oder es existiert ein externes Programm (z.B. GenOpt [Wet00] für TRNSYS), welches den Optimierungsprozess koordiniert. Implementierungen klassischer Algorithmen können z.B. in [Pre97] gefunden werden, evolutionäre Algorithmen sind z.B. im Fall einer *Evolutionsstrategie* in [Rec73] und im Fall von *Genetischen Algorithmen* in [Gol98] dargestellt. Neben diesen exemplarischen Darstellungen ist in der Literatur allerdings keine wirklich umfassende Zusammenstellung verschiedener numerischer Optimierungsalgorithmen zu finden. Speziell für TRNSYS existiert darüber hinaus keine Umgebung, die sowohl klassische als auch evolutionäre Algorithmen beinhaltet, so dass in dieser Arbeit für die Untersuchungen zum Optimierungsprozess die Entwicklung einer neuen Programmumgebung für TRNSYS nötig war.

### ***1.3 Aufbau der Arbeit***

Im Anschluss an diese Einleitung werden in Kapitel 2 die drei in dieser Arbeit untersuchten Solarsysteme vorgestellt. Im Rahmen der Darstellung des Gesamtoptimierungs- und Überwachungskonzepts werden Möglichkeiten zur Durchführung von Optimierungsrechnungen speziell in Kombination mit Simulationsrechnungen erläutert. Um eine Vergleichbarkeit mit den Optimierungsstufen zu erreichen, wird die Langzeitüberwachung an dieser Stelle anhand eines Anwendungsbeispiels exemplarisch behandelt.

Kapitel 3 befasst sich mit einem Überblick über die Theorie von Optimierungsproblemen, speziell denen der statischen Optimierung mit und ohne Nebenbedingungen. Ausgehend von diesen Überlegungen werden für verschiedene Klassen von numerischen Optimierungsverfahren Repräsentanten vorgestellt und theoretisch bewertet. Zusätzlich wird diskutiert, inwiefern die Numerik des in dieser Arbeit verwendeten Simulationsprogramms TRNSYS die Problemstellung beeinflusst.

In Kapitel 4 werden exemplarisch Planungsoptimierungen eines der in dieser Arbeit untersuchten Solarsysteme durchgeführt, bei dem zusätzlich der Einfluss des Verbrauchsprofils auf die optimale Auslegung untersucht wird. Zur Bewertung der Konvergenzeigenschaften der verwendeten Algorithmen sowie der Optimierungspotenziale werden ergänzend hierzu Sensitivitätsanalysen in der Umgebung des Optimums herangezogen.



Kapitel 5 untersucht die Potenziale einer statischen Anlagenoptimierung solarthermischer Systeme und bewertet das hier auftretende Konvergenzverhalten der verwendeten Optimierungsverfahren.

In Kapitel 6 wird das Optimierungspotenzial einer täglichen Anpassung von Anlagenparametern an die Betriebsrandbedingungen bestimmt. Hierfür ist eine Abschätzung von Vorhersagegenauigkeiten von Einstrahlungswerten und Verbrauchsbedingungen notwendig.

Kapitel 7 fasst die Ergebnisse dieser Arbeit zusammen und diskutiert abschließend, welche Stufen des Optimierungs- und Überwachungskonzepts für den Einsatz an großen solarintegrierten Wärmeversorgungsanlagen empfohlen werden können.

## 2 Optimierungs- und Überwachungskonzept für Solarsysteme

Die Zahl großer solarintegrierter Wärmeversorgungsanlagen<sup>1</sup> hat in Deutschland in den letzten Jahren deutlich zugenommen. Diese Anlagen werden z.B. in Krankenhäusern, Alten- und Studierendenwohnheimen sowie bei Mehrfamilienhäusern eingesetzt. Erfahrungen beim Betrieb dieser Solarsysteme haben gezeigt, dass diese häufig nicht optimal funktionieren. Hierbei kann der Ausfall einzelner Komponenten, eine ungünstige Dimensionierung der Gesamtanlage bzw. einzelner Komponenten oder der Betrieb der Anlage mit fehlerhaften oder ungünstigen Betriebsparametern zu erheblichen solaren Mindererträgen führen.

Um den größtmöglichen Ertrag einer Solaranlage zu erreichen und langfristig auch sicherzustellen, soll im Folgenden ein vierstufiges Konzept zur Überwachung und Optimierung des Solarsystems vorgestellt werden. Ziel der Untersuchungen ist es, Möglichkeiten und Verfahren zur Durchführung der einzelnen Schritte zu ermitteln sowie deren Potenziale bezüglich einer Anlagenverbesserung abzuschätzen.

### 2.1 *Untersuchte Solarsysteme*

Bei den in dieser Arbeit untersuchten Systemen handelt es sich um drei Solaranlagen zur reinen Warmwasserbereitung ohne Heizungsunterstützung. Das erste System ist an einem Studierendenwohnheim in Zwickau installiert, wohingegen sich die beiden anderen an Krankenhäusern in Frankfurt/Main befinden, und zwar zum einen an der Orthopädische Klinik und zum anderen an der Klinik Maingau. Eine Beschreibung des Systems in Zwickau, welches im Rahmen des Förderprogramms „Solarthermie-2000“ messtechnisch begleitet wird, ist in [Schi99] zu finden. Eine Vorstellung der Solaranlage an der Orthopädischen Klinik in Frankfurt kann [Ten97] entnommen werden.

Ein vereinfachtes Prinzipschaltbild großer Solarsysteme ist in Abb. 2.1 dargestellt. Bei diesen wird ein solares Pufferspeichersystem über einen externen Wärmeübertrager mit der vom Solarkollektor gewonnenen thermischen Energie beladen. Die Entladung dieses Pufferspeichers und die hiermit einhergehende Erwärmung des Trinkwarmwasserspeichers erfolgt ebenso mit Hilfe eines externen Wärmeübertragers.

Für die Pufferspeicherentladung gibt es hauptsächlich zwei Varianten: Beim Vorwärmerspeichersystem, welches an der Orthopädischen Klinik eingesetzt wird, erfolgt

---

<sup>1</sup> Unter dem Begriff „groß“ sind in dieser Arbeit Anlagen mit einer Kollektorfläche von mehr als 100 m<sup>2</sup> gemeint. Mit „mittelgroßen“ Anlagen werden solche mit Kollektorflächen von ca. 25-100 m<sup>2</sup> bezeichnet.

die Pufferspeicherentladung über zwei getrennte Pumpenkreisläufe und zwar immer dann, wenn die Temperatur im unteren Teil des Vorwärmerspeichers  $T_{VW}^u$  niedriger ist als die Temperatur  $T_{Pu}^o$  im oberen Teil des heißesten Pufferspeichers. Ist hierbei bereits eine voreingestellte Maximaltemperatur  $T_{VW}^{\max}$  im Vorwärmerspeicher erreicht, erfolgt eine Sicherheitsabschaltung der beiden Entladepumpen.

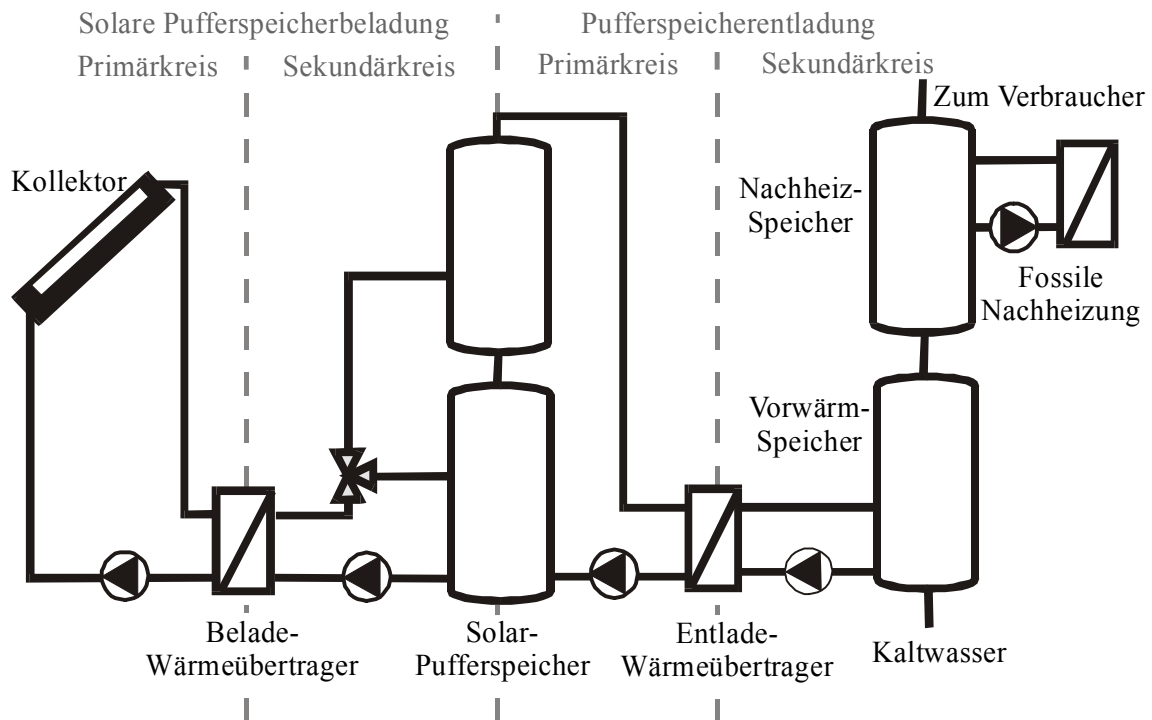


Abb. 2.1: Vereinfachtes Prinzipschaltbild einer großen solarintegrierten Wärmeversorgungsanlage, hier am Beispiel eines Systems mit Vorwärmerspeicher. Die vom Flachkollektorfeld gewonnene thermische Energie wird dem Pufferspeicher über einen externen Wärmeübertrager je nach Temperaturniveau in verschiedenen Schichten zugeführt. Die Entladung des Pufferspeichers findet wiederum über einen externen Wärmeübertrager statt. Bei diesem Beispiel des Vorwärmerspeicherprinzips erfolgt eine Entladung mithilfe von zwei Pumpenkreisläufen, wenn die Temperatur im unteren Bereich des Vorwärmerspeichers unter die Temperatur im heißesten Pufferspeicher fällt. Dieser Entlademechanismus wird bei der Anlage an der Orthopädischen Klinik in Frankfurt eingesetzt.

Bei einem hiervon abweichenden Entladeprinzip, welches sowohl an dem Studierendenwohnheim in Zwickau als auch an der Maingau-Klinik in Frankfurt eingesetzt und durch Abb. 2.2 verdeutlicht wird, erfolgt die Entladung im Direktdurchlaufprinzip. Hierbei wird bei einer Warmwasserzapfung das Kaltwasser direkt durch den Entladewärmeübertrager geleitet, weshalb die Hydraulik der Entladung nur aus einem Pumpenkreislauf besteht. Folglich findet eine Pufferspeicherentladung nur dann statt, wenn eine Warmwasserzapfung vorliegt. Der Volumenstrom auf der Primärseite  $\dot{V}_{Ent,p}$  wird in diesem Fall so geregelt, dass sich eine konstante Differenz zwischen Kaltwassertemperatur  $T_{KW}$  und primärseitiger Rücklaufemperatur  $T_{Ent,p}^{RL}$  zum Pufferspeicher einstellt. Hierbei wird wiederum darauf geachtet, dass eine maximale

sekundärseitige Austrittstemperatur  $T_{\text{Ent},s}^{\text{VL}}$  zum Nachheizspeicher nicht überschritten wird.

Der Vorteil des Direktdurchlaufprinzips besteht in der einfacheren Anbindung von Solaranlagen an bereits existierende Wärmeversorgungs-systeme sowie der Einsparung einer Entladepumpe. Allerdings ist die Regelung der Primärkreis-pumpe in diesem Fall sehr kompliziert und daher fehleranfälliger als beim Vorwärm-speichersystem, bei welchem die Pumpen nur an- und ausgeschaltet werden und während des Betriebs mit konstanten Volumenströmen arbeiten. Darüber hinaus ist aufgrund einer großen Variationsbreite des Kaltwasservolumenstroms und damit auch des primärseitigen Entladevolumenstroms die optimale Dimensionierung des Entladewärmeüber-tragers schwierig zu bestimmen. Eine weitergehende Bewertung der beiden Regelschemata kann [Peu00b] entnommen werden.

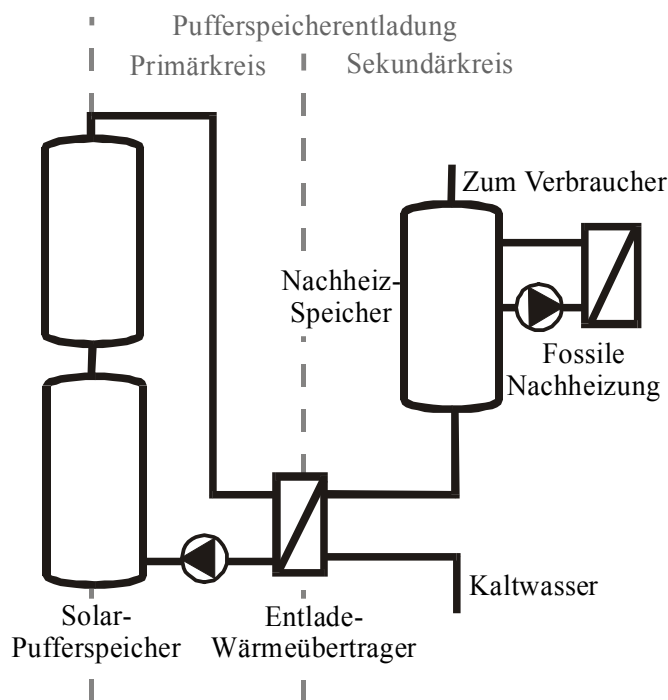


Abb. 2.2: Vereinfachtes Prinzipschaltbild der Entladestrategie einer großen solarintegrierten Wärmeversorgungsanlage im Direktdurchlaufverfahren. Hierbei enthält der Entladekreis nur einen Pumpenkreislauf, auf der Sekundärseite wird direkt der Kaltwasservolumenstrom zur Entladung verwendet, was bedeutet, dass eine Pufferspeicherentladung nur in dem Moment erfolgen kann, wenn eine Warmwasserzapfung vorliegt. Der Entladevolumenstrom wird hierbei so geregelt, dass sich im Falle einer Warmwasserzapfung eine konstante Temperaturdifferenz zwischen Kaltwasser und primärseitigem Rücklauf am Entladewärmeübertrager einstellt. Dieses Entladeprinzip wird sowohl bei dem Studentenwohnheim in Zwickau als auch an der Maingau-Klinik in Frankfurt eingesetzt. Die solare Pufferspeicherbe-ladung ist unabhängig von der Entlade-strategie und daher beim Direkt-durchlaufprinzip identisch mit dem Vorwärm-speicherprinzip aus Abb. 2.1.

Neben dem Entladeprinzip der Pufferspeicher und der Dimensionierung einzelner Komponenten unterscheiden sich die Anlagen zusätzlich noch im Speichersystem. Bei der Anlage in Zwickau besteht das Pufferspeichersystem aus zwei parallel geschalteten Speichern, die mithilfe interner Einbauten in verschiedenen Ebenen geschichtet be- und entladen werden können. Bei den Kliniken in Frankfurt besteht das Puffer-

speichersystem jeweils aus einer Zusammenschaltung von mehreren kleineren Einzelspeichern, die sowohl parallel als auch in Reihe angeordnet sind. Hierbei wird durch Umschalten von Stellventilen extern eine Schichtenbeladung in die je nach Temperaturniveau am besten geeigneten Speicher realisiert. An der Orthopädischen Klinik erfolgt die Einschichtung in drei verschiedenen Höhen bzw. drei verschiedenen Speichereinheiten, bei der Maingau-Klinik lediglich in zwei.

	Studentenwohnheim Zwickau	Orthopädische Klinik Frankfurt	Maingau-Klinik Frankfurt
Kollektorfläche	157.6 m <sup>2</sup>	240 m <sup>2</sup>	150 m <sup>2</sup>
Pufferspeichervolumen	9 m <sup>3</sup>	9 m <sup>3</sup>	4 m <sup>3</sup>
Anzahl Einzelspeicher	2	6	4
Volumen Vorwärm- speicher	-	1.5 m <sup>3</sup>	-
Volumen Nachheiz- speicher	2.25 m <sup>3</sup>	4.55 m <sup>3</sup>	2 m <sup>3</sup>
Entladestrategie	Direktdurchlaufprinzip	Vorwärmespeicherprinzip	Direktdurchlaufprinzip
Mittlerer Verbrauch	15.6 m <sup>3</sup> /d	8 m <sup>3</sup> /d	12 m <sup>3</sup> /d
Schichtenanzahl Beladung	5	3	2
Schichtenanzahl Entladung	3	1	1
Spezifischer Kollektor- feldvolumenstrom	12 Liter/m <sup>2</sup> h	13.5 Liter/m <sup>2</sup> h	13 Liter/m <sup>2</sup> h

Tab. 2.1: Vergleich einiger Systemeigenschaften der drei untersuchten Solaranlagen.

Bei der Anordnung der Speicher muss beachtet werden, dass eine hohe Anzahl von parallel geschalteten Speichern (und dadurch eine geringe Anzahl von in Reihe geschalteten Einheiten) dazu führt, dass bei einem ungenügenden hydraulischen Abgleich der Speicher eine ungleichmäßige Durchströmung und dadurch Beladung der Speicher stattfindet. Vorteil einer solchen Anordnung ist jedoch ein geringerer Druckverlust im Speichersystem sowie eine bessere Einschichtung durch die Vermeidung von zwischenliegenden Speichern, die nicht beladen werden können.<sup>2</sup>

Eine Zusammenstellung der Hauptspezifikationen der drei Systeme bietet Tab. 2.1.

<sup>2</sup> Die Temperatur des Wassers am Boden des Pufferspeichers, aus dem in Abb. 2.1 und Abb. 2.2 die Pufferspeicherentladung erfolgt, kann niedriger sein als die Temperatur an der Spitze des Speichers, in den der Rücklauf der Entladung wieder zurückgespeist wird. Eine Aufhebung dieser Temperaturinversion kann in solch einem Fall erst dann erfolgen, wenn eine Pufferspeicherentladung stattfindet und somit ein Volumenstrom durch das komplette Pufferspeichersystem vorliegt.

## 2.2 Ein vierstufiges Konzept zur Überwachung und Optimierung einer Solaranlage

Für die Realisierung sowohl einer Überwachung als auch einer Optimierung einer Solaranlage wird das in Abb. 2.3 dargestellte vierstufige Konzept vorgeschlagen, welches sich über den kompletten Lebenszyklus der Anlage erstreckt. Dieser Lebenszyklus beginnt bereits in der Planungsphase des Gesamtsystems.

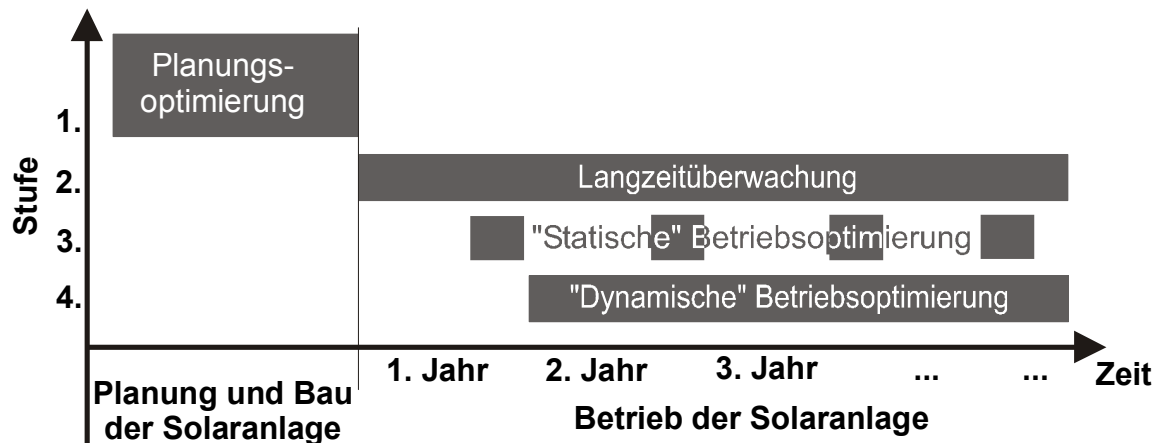


Abb. 2.3: Vierstufiges Konzept zur Überwachung und Optimierung von Solaranlagen. In der Planungsphase vor dem Bau der Solaranlage sollte das gesamte System mit allen Komponenten auf die örtlichen Gegebenheiten optimiert werden. Nach der Fertigstellung sollte während des kompletten Betriebs der Solaranlage eine Langzeitüberwachung zur Sicherstellung eines einwandfreien Betriebs durchgeführt werden. Nach ca. einem Jahr Betriebserfahrungen (und dann eventuell jährlich) kann eine "statische" Betriebsoptimierung von (dann noch veränderbaren) Anlagenparametern vorgenommen werden. Bei hohen Sensitivitäten des Systemverhaltens auf die Einstrahlungs- und Verbrauchsrandbedingungen könnte zusätzlich mit Hilfe von Wetter- und Verbrauchsvorhersagen z.B. täglich eine dynamische Optimierung dieser Regelungsparameter durchgeführt werden.

Stufe 1: Schon im ersten Schritt muss die Dimensionierung sowohl der Gesamtanlage als auch der einzelnen Komponenten an die örtlichen und verbraucherspezifischen Anforderungen angepasst werden. Zurzeit werden für den Planungsprozess oftmals Auslegungsrichtlinien basierend auf Systemerfahrungen, wie z.B. dargestellt in [Bin02], angewendet. Diese Auslegungsempfehlungen werden dann i.d.R. mit einfachen systemorientierten Simulationsprogrammen, z.B. T\*Sol ([Val96]), an die speziellen Gegebenheiten der Anlage angepasst. Komponentenorientierte Programme sind aufgrund ihrer Komplexität und der dadurch erforderlichen langen Einarbeitungszeiten für Planer meist ungeeignet. Um diesen eine einfache Bedienbarkeit von komponentenorientierten Simulationsprogrammen wie TRNSYS ([Kle94]) zu ermöglichen, wurde im Rahmen dieser Arbeit eine dem Vorbild von T\*Sol nachempfundene Bedienoberfläche erzeugt, s. Anhang A.1.<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Für Beherbergungsbetriebe bietet das Programm SunHotel [Schw99] eine ähnliche Funktionalität.

Aufbauend auf hiermit erzeugten System- und Simulationsmodellen kann somit eine Optimierung der Anlagenauslegung unter Verwendung von numerischen Optimierungsverfahren eingesetzt werden.

Stufe 2: Nach der Inbetriebnahme der Anlage sollte in einem zweiten Schritt eine Langzeitüberwachung installiert werden, die über die gesamte Lebenszeit der Solaranlage deren Funktionsweise kontrolliert. Eine solche Langzeitüberwachung kann dann die Aufnahme der Randbedingungsgrößen Einstrahlung und Verbrauch ermöglichen, mit deren Hilfe nach beispielsweise einem Jahr Betriebserfahrungen eine weitere Optimierung der Betriebsparameter möglich ist.

Stufe 3: Die Optimierung der Betriebsparameter kann in solchen Fällen sinnvoll sein, in denen der tatsächlich eingetretene Verbrauch deutlich von dem im Planungsprozess angenommenen Wert abweicht. Hierbei können nun jedoch nur noch die Systemparameter angepasst werden, deren Veränderung am realen System keine oder nur sehr geringe zusätzliche Kosten verursacht. Daher beschränkt sich die Auswahl im Wesentlichen auf Regelungsparameter und Volumenströme. In besonders ungünstigen Fällen könnte aber auch der Austausch von z.B. Wärmeübertragern in Betracht gezogen werden.

Stufe 4: Bei hohen Sensitivitäten des Systemverhaltens auf die Einstrahlungs- und Verbrauchsrandbedingungen kann mit Hilfe von Wetter- und Verbrauchsvorhersagen unter Berücksichtigung des aktuellen Speicherzustandes zusätzlich eine dynamische Betriebsoptimierung durchgeführt werden. Diese könnte z.B. täglich während der Nacht erfolgen, wobei die einzustellenden optimalen Regelungsparameter und Volumenströme, letztere jedoch nur bei regelbaren Pumpen, für den kommenden Tag zu ermitteln wären. Da hierbei ein Austausch von Komponenten nicht möglich ist, ersetzt eine kontinuierliche Parameteranpassung Stufe 3 nicht vollständig, sondern muss ergänzend zu dieser gesehen werden.

Im Folgenden werden Möglichkeiten zur Durchführung von Optimierungsrechnungen vorgestellt. Eine detaillierte Behandlung der Stufen 1, 3 und 4 findet sich dann in den Kapiteln 4, 5 und 6. Die Diskussion einer möglichen Realisierung der Stufe 2 erfolgt bereits in diesem Kapitel (vgl. Kapitel 2.4), da der Punkt „Langzeitüberwachung“ nicht den zentralen Schwerpunkt dieser Arbeit bildet.

## **2.3 Optimierung**

Zu einer effektiven Verbesserung von Solarsystemen bietet sich die Verwendung von komponentenorientierten Simulationsprogrammen wie TRNSYS [Kle94], Smile [Dez00] oder Colsim [Wit01] an.<sup>4</sup> Diese ermöglichen es, verschiedene System- und

---

<sup>4</sup> Theoretisch wäre auch eine Optimierung mit Hilfe von einfachen systemorientierten Simulationsprogrammen möglich, allerdings haben diese i.d.R. eine geringere Genauigkeit, so dass insbesondere bei kleinen Parame-

Komponentenkonfigurationen theoretisch abzubilden und die Systemerträge unter Berücksichtigung der Simulationsgenauigkeit für jede Konfiguration zu berechnen.<sup>5</sup> Ein mit diesen Programmen gekoppeltes Optimierungsverfahren übernimmt dann die Aufgabe, den Suchvorgang zum Auffinden des besten Parametersatzes zu organisieren.

Der Ablauf einer solchen simulationsgestützten Optimierung mit TRNSYS und einem beliebigen Optimierungsverfahren kann dann wie in Abb. 2.4 dargestellt erfolgen. Für den Start einer Optimierung ist die Festlegung eines oder mehrerer Startvektoren erforderlich. Die Art der Initialisierungen der Simulationen mit solchen Startvektoren hängt von dem verwendeten Optimierungsverfahren ab, wobei die Werte für die erste Initialisierung dem Optimierungsproblem möglichst angepasst sein sollten. Nach der Durchführung der Simulationen muss der Zielfunktionswert ermittelt werden. Dabei wird unter der Zielfunktion diejenige Funktion verstanden, deren Funktionsergebnis optimiert werden soll. Je nach Anwendungsfall kann dies z.B. der Solarertrag, die Nachheizenergie oder auch der solare Wärmepreis sein. Im Anschluss an die Durchführung der Simulationen müssen mithilfe eines Optimierungsverfahrens neue Parametervektoren bestimmt werden, mit denen weitere Simulationen initialisiert werden. Der gesamte Ablauf mit Systemsimulation und Ermittlung neuer Parameterwerte wiederholt sich so oft, bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist. Dies könnte z.B. eine maximale Anzahl von Simulationen, das Erreichen eines bestimmten Zielfunktionswertes oder eine nur noch geringe Verbesserung des Zielfunktionswertes im Laufe der letzten Simulationen sein.

Ein im solarthermischen Bereich verbreitetes Programm zur Durchführung von Optimierungsrechnungen in Kombination mit Simulationsprogrammen wie z.B. TRNSYS ist das auf der Programmiersprache Java und den zugehörigen Klassen basierende Optimierungsprogramm GenOpt [Wet00].<sup>6</sup> Dieses beinhaltet im Wesentlichen neben einem *Gradientenverfahren* und einer *Mustersuche* (bzw. *Koordinaten-*

---

tervariationen Zweifel an der Zuverlässigkeit der Optimierungsergebnisse bestehen. Zudem ist es bei solchen Programmen oftmals nicht möglich, durch ein externes Programm Parameterwerte für die einzelnen Simulationen neu zu setzen.

<sup>5</sup> [Uec98a] konnten zeigen, dass an mittelgroßen Solarsystemen der Einfluss von Parameterunsicherheiten und Eingangsgrößen in der Größenordnung von 5 % des täglichen solaren Ertrages liegt. Ein detaillierter Vergleich von großen Solarsystemen über einen Zeitraum von mehr als drei Jahren ergab nach [Uec01], dass mit Simulationsrechnungen eine absolute Genauigkeit im Solarertrag von 0.15 kWh/m<sup>2</sup> Kollektorfläche und Tag erreicht werden kann. Für die Monats- und Jahressolarerträge ergaben sich absolute Genauigkeiten von 1 kWh/m<sup>2</sup> im Monat und 5 kWh/m<sup>2</sup> im Jahr.

<sup>6</sup> Zur Durchführung von Optimierungsrechnungen mit der Simulationsumgebung Smile wurde von [Lut94] ein objektorientierter Rahmen zur Verwendung von verschiedenen Optimierungsalgorithmen (*Simplex*, *Complex*) entwickelt. [Ung97] integrierte einen *Genetischen Algorithmus* in die Optimierungsumgebung. Die Simulationsumgebung MATLAB [Mat03] stellt eigene Unterroutrinen zur Durchführung von Optimierungsrechnungen mithilfe klassischer Algorithmen zur Verfügung.



verfahren) den Simplex-Algorithmus (vgl. Kapitel 3.2). Ebenfalls für TRNSYS wurde von [Spi96] ein Verfahren zur Parameteranpassung speziell von Kollektormodellen an Messdaten entwickelt, welches mit Hilfe des *Levenberg-Marquardt-Verfahrens* eine Minimierung der mittleren Abweichung von gemessenen und simulierten Werten vornimmt.<sup>7</sup>

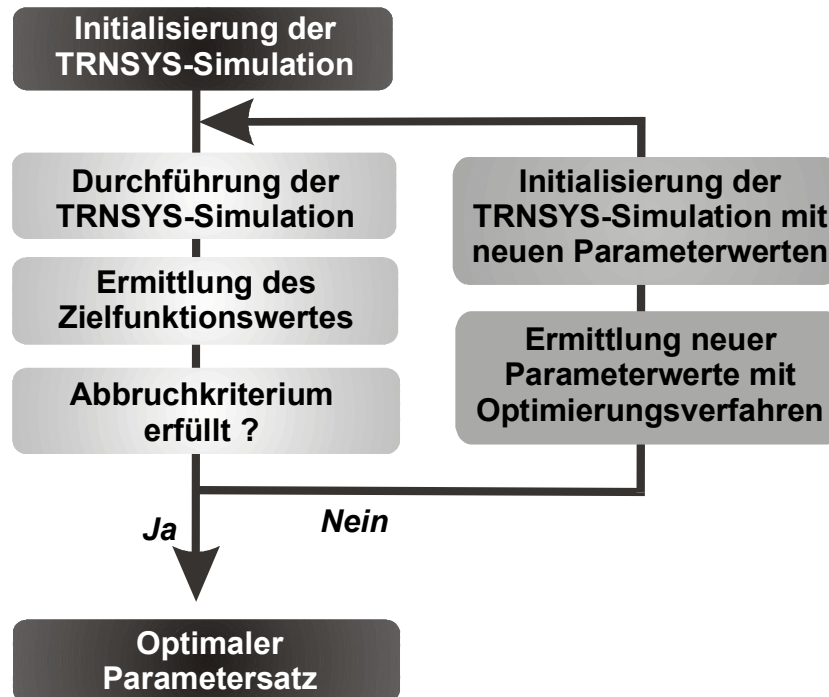


Abb. 2.4: Ablauf einer simulationsgestützten Optimierung mit TRNSYS und einem beliebigen Optimierungsverfahren. Die Wahl der Parameterwerte für die erste Initialisierung sollte der Problemstellung möglichst angepasst sein, wobei es von dem verwendeten Optimierungsverfahren abhängt, wie die jeweiligen Initialisierungen aussehen. Unter der Zielfunktion wird diejenige Funktion verstanden, deren Ergebnis optimiert werden soll. Dies kann je nach Problem z.B. der Solarertrag, die Nachheizenergie oder der solare Wärmepreis sein. Mögliche Abbruchkriterien sind: Maximale Anzahl von Simulationen, Erreichen eines bestimmten Zielfunktionswertes oder auch ein zu geringer Fortschritt der Optimierung in den letzten Durchläufen.

Um jedoch zusätzlich evolutionäre Algorithmen, denen bei komplexen Optimierungsproblemen Vorteile zugesprochen werden, untersuchen zu können, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Optimierungstool in der Programmiersprache Visual C++ erzeugt. Dieses Programm, dessen Funktionsweise im Anhang unter A.2 beschrieben wird, übernimmt die Gesamtkoordination des Optimierungsprozesses entsprechend der Darstellung in Abb. 2.4.<sup>8</sup> Aus der Vielzahl von Optimierungsalgorithmen, die in

<sup>7</sup> Hierbei werden für die Definition der Zielfunktion Zeitreihen benötigt, die mit Hilfe einer Fourier-Transformation in den Frequenzraum übertragen werden. Dort wird der Zielfunktionswert unter Berücksichtigung eines Tiefpassfilters durch die Summe der quadratischen Abweichungen gebildet, welcher hochfrequente Schwingungen in den Abweichungen von Mess- und Simulationswerten abschwächt.

<sup>8</sup> Hierzu gehört: Initialisierung der Optimierung, Parametrisierung der Optimierungsalgorithmen, Parametrisierung der Simulationen, Aufruf der Simulationen, Auswertung der Simulationen und Archivierung der Ergebnisse sowie Aufruf der Optimierungsalgorithmen zur Bestimmung der neuen Parametersätze.

der Literatur zu finden sind, wurden sieben Algorithmen zur Integration in dieses Optimierungstool ausgewählt. Durch diese werden, wie in Kapitel 3 beschrieben, die wichtigsten Klassen von Algorithmen der statischen Optimierung repräsentiert. Es handelt es sich um:

- I. Zwei modifizierte Gradientenverfahren (*Variable-Metrik-Verfahren* und *Konjugierte-Gradienten-Verfahren*) und ein gradientenfreies Verfahren (*Powell*), die in Kapitel 3.2.1 vorgestellt werden.
- II. Zwei klassische volumenorientierte Verfahren (*Simplex-Algorithmus* und *Verfahren der Simulierten Abkühlung*), deren Vorgehensweise in Kapitel 3.2.2.1 erklärt wird.
- III. Zwei evolutionäre Algorithmen (*Evolutionsstrategie* und *Genetischer Algorithmus*), deren Beschreibung in Kapitel 3.2.2.2 zu finden ist.

Die Algorithmen aus den Punkten I und II wurden gemäß den Implementierungen in den Numerical Recipes [Pre97] übernommen, die evolutionären Algorithmen in Punkt III entsprechenden Darstellungen von [Bäc96] und [Wie96].

## 2.4 Langzeitüberwachung

Die Sicherstellung des funktionsgerechten Betriebs von Solarsystemen, wie sie in Kapitel 2.1 beschrieben wurden, und damit auch das Erkennen von Fehlfunktionen ist aus mehreren Gründen schwierig: Da das Betriebsverhalten der Anlage hochkomplex ist, kann allein durch einen einfachen Vergleich von z.B. der Einstrahlung und der gewonnenen Solarenergie nicht entschieden werden, ob die Anlage den Solarertrag erbracht hat, den sie bei den entsprechenden Randbedingungen hätte erbringen können. Selbst aus einem Stillstand des Solarsystems auch bei Sonnenschein kann nicht zwangsläufig auf einen Ausfall der Anlage geschlossen werden, da zuerst geprüft werden müsste, ob die Einschaltbedingungen für die Solarpumpen erfüllt waren oder beispielsweise eine Sicherheitsabschaltung der Pumpen aufgrund bereits vollständig beladener Speicher vorlag. Weiterhin sorgt die fossile Nachheizung außer in dem Fall, dass diese selber ausgefallen ist, immer dafür, dass genügend warmes Wasser zur Verfügung steht. Somit stellt der Betreiber einer Solaranlage ein Fehlverhalten derselben eventuell erst am Ende eines Betriebsjahres über eine erhöhte Heizkostenrechnung fest.

Aus Langzeiterfahrungen mit thermischen Solaranlagen wird belegt, dass Mindererträge aufgrund von Fehlfunktionen durchaus häufig vorkommen (siehe z.B. [Peu97]). Daher ist ein Überwachungskonzept für solche Anlagen notwendig, welches auf eine kostengünstige und ohne größeren Personalaufwand realisierbare Art und Weise eine zuverlässige Überwachung der Solaranlage übernimmt. Zurzeit ist auf dem solarther-

mischen Markt aber kein Konzept verfügbar, welches diese Anforderungen erfüllt. Einige Beispiele für Konzeptansätze sind im Folgenden dargestellt.

Die meisten heute verfügbaren Regler haben Funktionen integriert, mit denen z.B. Sensorausfälle direkt erkannt werden können. Für kleinere Solaranlagen sehen erweiterte Ansätze i.d.R. die Durchführung zusätzlicher Plausibilitätsuntersuchungen anhand der vom Regler gemessenen Werte vor. In [Alt99] wurde zur Einsparung teurer Volumenstromsensoren der Ansatz verfolgt, die Wärmemengenmessung allein aufgrund der Laufzeitmessung von Temperaturflanken zu ermöglichen. Dieses Verfahren wurde von [Fra00, Fra01] auf beliebige Temperaturverläufe erweitert.

Für größere Systeme wurde am Institut für Solarenergieforschung in Hameln (ISFH) ein sog. Input-Output-Verfahren entwickelt, welches die gemessene Einstrahlung als Input mit der vom Kollektorkreis erbrachten Nutzenergie (Output) vergleicht (siehe z.B. [Van01]). Treten Abweichungen vom erwarteten Solarertrag auf, kann in diesem Fall auf eine Fehlfunktion der Anlage geschlossen werden. Dieses Verfahren wurde mittlerweile in einen Solarregler integriert und stellt eine relativ kostengünstige Lösung dar. Allerdings kann durch das Verfahren keine direkte und aufgrund des Fehlens einer kontinuierlichen Messdatenarchivierung auch keine nachträgliche Fehlerlokalisierung durchgeführt werden. Zusätzlich gestaltet sich eine Überwachung des Speicher- und Nachheizbereichs als sehr schwierig.

Ein vom Zentrum für Angewandte Energieforschung (ZAE) in München entwickeltes Verfahren ermöglicht mit Hilfe einer mobilen Messstation eine Bestandsaufnahme des Anlagenverhaltens [Drü99]. Durch Auswertung der ermittelten Messdaten können die System- und Komponentenparameter bestimmt und hiermit Aussagen über die Leistungsfähigkeit der Solaranlage gewonnen werden. Dieses Verfahren ist jedoch sehr kostspielig und ermöglicht aufgrund der In-Situ Kurzzeitmessungen keine Langzeitüberwachung des Systems, sondern dient eher als Inbetriebnahmeprüfung.

Im Rahmen des „Solarthermie-2000“ Projektes (Teilprogramm 2) wurden ca. 50 große Solaranlagen mit einer sehr aufwändigen Messeinrichtung und Datenfernübertragung ausgestattet. Für die Auswertung der Messdaten liegt allerdings bisher kein Automatisierungsprozess vor, so dass zusätzlich zur teuren Hardware für die Fehlerdetektion ein hoher Personal- und Zeitaufwand erforderlich ist. Daher ermöglicht auch dieses Konzept eine Überwachung von Solaranlagen nur im Rahmen eines Forschungsprojektes.

Ein möglicher Lösungsansatz könnte eine automatisierte und simulationsgestützte Überwachung sein, wie sie an der Solaranlage der Orthopädischen Klinik in Frankfurt eingesetzt und schematisch in Abb. 2.5 dargestellt ist. Bei dieser Realisierung kann auf eine kostenintensive Messdatenaufnahme verzichtet werden, da der Solarregler selbst die Messdaten aufnimmt. Nur wenn die Regelung der Solarpumpen über

Temperaturfühler erfolgt, muss ein Strahlungssensor zusätzlich installiert sein.<sup>9</sup> Wärmemengenzähler zur Überwachung des Solarertrags sollten im Rahmen von garantierten solaren Erträgen auf jeden Fall installiert sein.

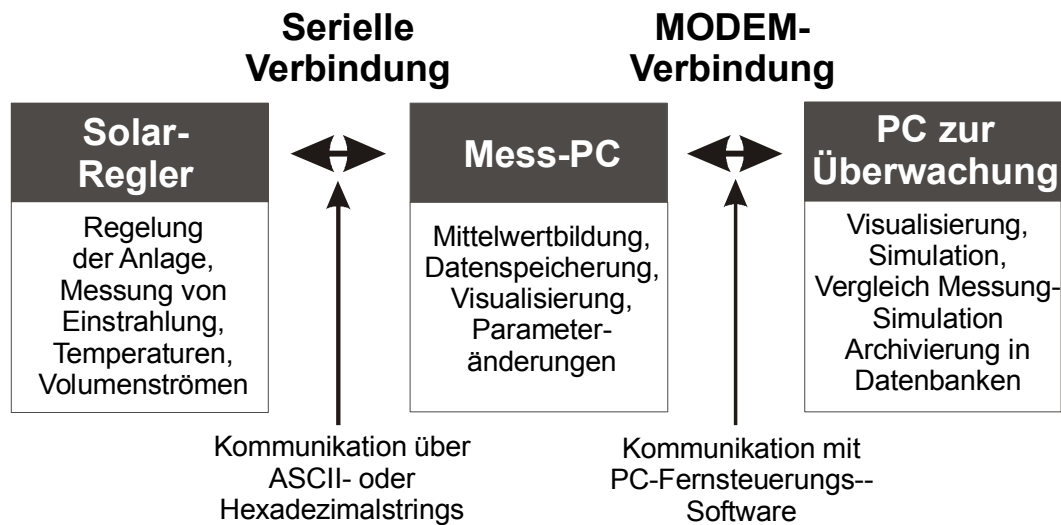


Abb. 2.5: Mögliche Realisierung einer Langzeitüberwachung, wie sie an der Solaranlage der Orthopädischen Klinik in Frankfurt eingesetzt wird. Hierbei fungiert der Solarregler zusätzlich als Messdatenaufnahmegesetz, der die ermittelten Werte über eine serielle Schnittstelle zu einem Mess-PC weiterleitet. Dieser Mess-PC ist hauptsächlich für die Mittelwertbildung und die Datenspeicherung zuständig, so dass an diesen keine großen Leistungsanforderungen gestellt werden müssen. Über eine Telefonverbindung werden die Daten dann zu einem weiteren PC übermittelt, an dem das solare Systemverhalten mit Hilfe von Computersimulationen abgebildet wird. Durch einen Vergleich z.B. der simulierten und gemessenen solaren Tageserträge kann daraufhin ermittelt werden, ob die Anlage fehlerfrei funktionierte oder ob eine Störung vorlag, die einen Minderertrag zur Folge hatte.

Über die serielle Schnittstelle des Solarreglers werden die zwischengespeicherten Daten in bestimmten Zeitabständen zu einem Datenaufnahmegesetz (in diesem Fall ein einfacher PC) übermittelt. Für dieses wurde in der Programmiersprache Delphi ein Programm entwickelt, welches die Aufnahme der Messdaten sowie eine Mittelwertbildung und eine erste Archivierung vornimmt. Eine Kurzdokumentation dieses Programms kann Anhang A.3 entnommen werden. Mit Hilfe einer Fernsteuerungssoftware werden die abgelegten Dateien dann zu einem PC übermittelt, der gleichzeitig für die Überwachung von mehreren Solaranlagen zuständig ist. Auf diesem PC werden daraufhin Computersimulationen durchgeführt, deren Ergebnisse mit den gemessenen Werten (Solarerträge und Nachheizenergien, z.B. auf Tagesbasis) verglichen werden. Bei einer Abweichung zwischen Messung und Simulation kann somit auf ein Fehlverhalten der Solaranlage geschlossen werden. Mit einem nachgeschalteten Verfahren kann dann durch einen Vergleich des Verhaltens einzelner

<sup>9</sup> Hierzu konnte in [Uec00] gezeigt werden, dass bereits mit kalibrierten PV-Sensoren eine hinreichend genaue Strahlungsmessung zur Überwachung von Solarsystemen realisierbar ist.

Komponenten in Messung und Simulation die Fehlerursache im Idealfall automatisiert gefunden werden [Wie02].

Aber auch ohne Simulation kann eine reine Analyse der auf diese Art und Weise aufgenommenen Messdaten eine eingeschränkte Fehlererkennung ermöglichen. Das Ergebnis einer solchen Untersuchung vom 19.6.02 zeigt beispielhaft Abb. 2.6. Im oberen Teil des Diagramms ist die Globalstrahlung auf die Kollektorebene dargestellt. Im unteren Teil ist auf der linken Achse der Volumenstrom im primären Solarkreis aufgetragen sowie auf der rechten Achse Vor- und Rücklauftemperaturen im primären Solarkreislauf, gemessen jeweils am Solarkreiswärmeübertrager. Der Verlauf der Solarstrahlung verdeutlicht, dass die Einschaltbedingung der Solarkreispumpe von  $320 \text{ W/m}^2$  im Wesentlichen über den kompletten Tag erfüllt war. Der Volumenstrom im Kollektorkreis, der mit maximal  $8 \text{ l/(m}^2\text{h)}$  an diesem Tag ohnehin viel geringer als ursprünglich geplant war, brach jedoch zwischen 10:30 und 11 Uhr völlig zusammen. Gleichzeitig stieg die Temperatur in der Kollektorvorlaufleitung bis auf über  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ . Die Rücklauftemperatur, die sich mit maximal  $50 \text{ }^\circ\text{C}$  noch im normalen Bereich befand, belegt jedoch, dass die Pufferspeicher noch nicht überhitzt waren und deshalb keine Sicherheitsabschaltung ausgelöst worden war.

Bei zusätzlich durchgeführten aufwändigen Messungen wiesen die einzelnen Kollektorfelder unterschiedliche Austrittstemperaturen auf, was auf eine ungleichmäßige Durchströmung des Kollektorfelds schließen lässt. Daher wird vermutet, dass zusammen mit den ohnehin zu geringen Volumenströmen, welche zu hohen Kollektoraustrittstemperaturen führen, das Fluid in einzelnen Kollektorfeldern bei hohen Einstrahlungen nach und nach verdampfte und hierdurch schließlich den Volumenstrom im kompletten Kollektorfeld und somit auch in den Zuleitungen zum Erliegen brachte.

Durch das Auftreten von leichter Bewölkung ab 13 Uhr scheinen sich Teile des verdampften Fluids jedoch wieder verflüssigt zu haben, so dass hierdurch ein, wenn auch geringer, Volumenstrom ermöglicht wurde. Dieser deutete allerdings darauf hin, dass im Kollektorfeld zwischenzeitlich Temperaturen von über  $140 \text{ }^\circ\text{C}$  aufgetreten sein müssen, die durch den einsetzenden Volumenstrom den Solarkreiswärmeübertrager erreichten. Die Betrachtung der Messdaten der nachfolgenden Tage ergab zudem, dass die Anlage später im Großen und Ganzen wieder normal funktionierte, die Solarflüssigkeit somit also nicht am Überdruckventil abgeblasen, sondern lediglich ins Ausdehnungsgefäß gedrückt wurde. Daher führte der Anlagenfehler zwar an mehreren Tagen bei bestimmten Betriebszuständen zu einem vollständigen, jedoch nicht zu einem dauerhaften Ausfall des Solarsystems, wobei eine grobe Abschätzung Jahresmindererträge von 5-10 % allein durch diese Funktionsstörung ergab.

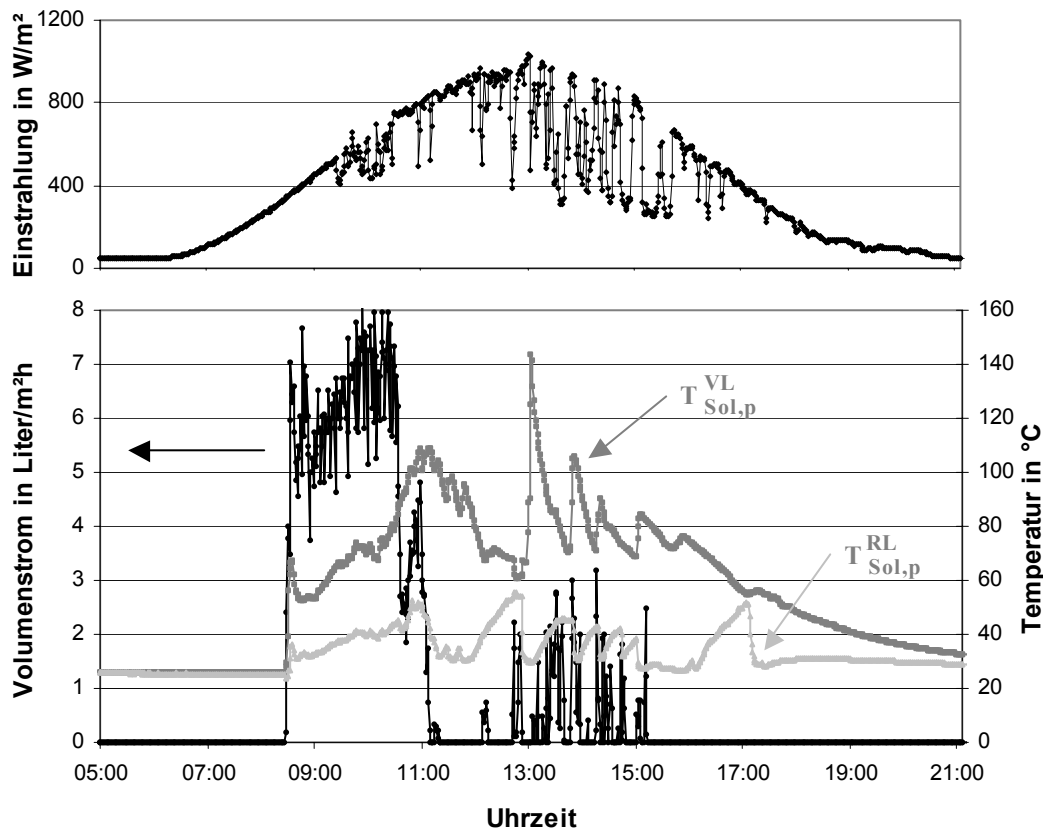


Abb. 2.6: Detektion einer Fehlfunktion an der Orthopädischen Klinik in Frankfurt vom 19.6.02. Im oberen Teil des Diagramms ist die Einstrahlung auf die Kollektorebene dargestellt, im unteren Teil repräsentiert die schwarze Kurve, aufgetragen auf der linken Diagrammchse, den primärseitigen Solarvolumenstrom und die grauen Kurven, aufgetragen auf der rechten Diagrammchse, die Vor- und Rücklauftemperaturen im primären Solarkreislauf, gemessen am Solarkreiswärmeübertrager.

Das vorliegende Beispiel eines vorübergehenden Anlagenausfalls verdeutlicht, dass eine kontinuierliche Funktionskontrolle von solarthermischen Systemen notwendig ist, um in jedem einzelnen Betriebspunkt einen fehlerfreien Betrieb zu garantieren. Aber auch wenn eine Funktionskontrolle einen Minderertrag detektiert, besteht weiterhin das Problem der Ursachenbestimmung. Um eine wie in dem dargestellten Beispiel durchgeführte personalintensive Zusatzmessung an der Anlage zu vermeiden, muss auch die Fehlerdetektion automatisiert werden. An dieser Stelle soll jedoch nicht weiter auf Verfahren zur Funktionskontrolle eingegangen, sondern auf die Literatur verwiesen werden. Ansätze, bei denen neben dem Erkennen von Fehlfunktionen auch eine automatisierte Lokalisierung von Anlagenfehler durch Messdatenauswertungen ermöglicht werden, wurden in [Wie03] vertieft. Das in Abb. 2.5 vorgeschlagene Prinzip der Verwendung von Vergleichssimulationen zur Fehlerlokalisierung, welches der reinen Messdatenauswertung überlegen ist, wird z.B. in [Uec99] demonstriert.

## 3 Grundlagen der Optimierung

In der Literatur sind eine Vielzahl von Optimierungsalgorithmen für die unterschiedlichsten Problemstellungen zu finden. Um diese Algorithmen einzuordnen und für die Anwendungen in den folgenden Kapiteln eine Auswahl treffen zu können, soll in diesem Kapitel ausgehend von der abstrakten Formulierung allgemeiner Optimierungsprobleme ein umfassender Überblick über die wichtigsten Optimierungsverfahren gegeben werden, ohne dabei jedoch den Anspruch auf Vollständigkeit erheben zu wollen. Die einzelnen Verfahren werden hierbei bezüglich ihrer typischen Funktionsweisen und Einsatzgebiete klassifiziert und theoretisch bewertet. In diese Bewertung gehen Überlegungen zur Konvergenzgeschwindigkeit, Komplexität, Zuverlässigkeit beim Auffinden von Minima und allgemeine Verwendbarkeit bei verschiedenen Optimierungsproblemen ein.

In den darauffolgenden Kapiteln 4-6 werden dann einige Repräsentanten der verschiedenen Klassen bei der Optimierung der in Kapitel 2.1 vorgestellten solarthermischen Systeme eingesetzt. Hierfür wird zunächst eine Einordnung der jeweiligen Optimierungsprobleme vorgenommen, welche im Wesentlichen durch die Aufgabenstellung und das verwendete Simulationsprogramm, bzw. dessen Konvergenzeigenschaften, charakterisiert sind und zusätzlich mit Hilfe von Sensitivitätsanalysen klassifiziert werden können. Das aufgrund dieser theoretischen Überlegungen zu erwartende Verhalten einiger Algorithmen wird dann mit den sich exemplarisch ergebenden Konvergenzeigenschaften bei den jeweiligen Anwendungsfällen verglichen.

### 3.1 Problemformulierung

Der Begriff der Optimierung findet auch über den wissenschaftlichen Rahmen hinaus eine breite Anwendung. Allgemein wird hierunter nach [Bro03] „die optimale Festlegung von Größen, Eigenschaften, zeitlichen Abläufen, etc.“ verstanden, „im mathematischen Sinne ist das Aufsuchen des kleinsten (Minimierung) oder größten (Maximierung) Wertes einer mathematischen Funktion mehrere Veränderlicher“ gemeint. Diese Definition hebt sich daher von dem Begriff der Verbesserung dadurch ab, dass nicht nur bessere, sondern die am besten geeigneten Größen oder Parameterwerte ermittelt werden.

Im alltäglichen Gebrauch wird häufig für eine durchgeführte Verbesserung der Begriff Optimierung verwendet, was daran liegt, dass in den meisten Fällen nur sehr schwer ermittelt werden kann, ob die gewählte Verbesserung optimal ist oder nicht. Dass dies schwierig ist, liegt zum einen an der Definition eines Bewertungskriteriums für die Güte der Verbesserung und zum anderen an den bei komplexen Zusammenhängen nie auszuschließenden möglichen weiteren Verbesserungen. Den

ersten Schritt einer Optimierung stellt daher die Problemformulierung dar, die zum Begriff der Zielfunktion führt. Im allgemeinsten Fall lässt sich das Optimierungsproblem darstellen als:

Minimiere<sup>10</sup> die Zielfunktion

$$f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in X, \quad X \text{ Menge} \quad (3.1)$$

unter Berücksichtigung von

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{c} \in \mathbb{R}^m \quad (3.2)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, \quad \mathbf{h} \in \mathbb{R}^q \quad (3.3)$$

wobei (3.2) Gleichungsnebenbedingungen (GNB) und (3.3) Ungleichungsnebenbedingungen (UNB) der Problemstellung darstellen.<sup>11</sup> Bei der Menge  $X$  kann es sich hierbei je nach Anwendungsfall um z.B. den Körper der reellen Zahlen (mit der Dimension  $n$ ) oder auch den Hilbert-Raum, dessen Elemente Funktionen sein können, handeln. Bei Problemstellungen, bei denen die Parameter Elemente des  $\mathbb{R}^n$  oder einer Teilmenge hiervon sind, wird von „Statischer Optimierung“ gesprochen. Falls die Parameter Funktionen sind und die zu optimierende Größe sich als Funktionale darstellen lässt, handelt es sich um Probleme der „Dynamischen Optimierung“. Wenn aber nicht alle Voraussetzungen der Problemstellung bekannt bzw. einige mit Unsicherheiten behaftet sind, werden Verfahren der „Stochastischen Optimierung“ eingesetzt. Hierbei werden stochastische Variablen eingeführt, deren genaue Werte zum Zeitpunkt der Entscheidungsfindung nicht bekannt sind, stattdessen aber ihre Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Im Wesentlichen erfolgt in der vorliegenden Arbeit eine Beschränkung auf die Problemstellung und Lösungsverfahren der Statischen Optimierung. In Kapitel 3.1.2 werden kurz die Grundprinzipien der Dynamischen Optimierung beschrieben. Bezüglich der Stochastischen Optimierung sei an dieser Stelle auf die Spezialliteratur verwiesen (siehe z.B. [Pap96]).

<sup>10</sup> Da durch Transformation jedes Minimierungsproblem in ein Maximierungsproblem überführt werden kann, stellt die Minimierung keine Einschränkung der Allgemeinheit dar.

<sup>11</sup> Im folgenden werden Vektoren und Vektorfunktionen durch fettgedruckte Kleinbuchstaben und Matrizen durch fettgedruckte Großbuchstaben dargestellt. Mit  $\mathbf{x}$  wird stets ein Parametervektor bezeichnet, wobei die Dimension dieses Vektors bzw. die Anzahl von Parameter gleich  $n$  ist. Treten Gleichungsnebenbedingungen auf, ist deren Anzahl stets gleich  $m$ , bei Ungleichheitsnebenbedingungen ist deren Anzahl gleich  $q$ .  $i$  und  $j$  sind stets Laufindizes und  $k$  repräsentiert einen Iterationsindex.



### 3.1.1 Statische Optimierung

Um ein geeignetes Optimierungsverfahren auswählen zu können, muss eine möglichst genaue Problemformulierung mit der Angabe der Zielfunktion<sup>12</sup> vorgenommen werden. Falls diese Zielfunktion analytisch angegeben werden kann und zweimal stetig differenzierbar ist, können die notwendigen Bedingungen 1. und 2. Ordnung für ein lokales Minimum einer Funktion mehrerer Variablen ohne Nebenbedingungen im Punkt  $\mathbf{x}_0$  ( $\mathbf{x}_0 \in \mathcal{R}^n$ ) angegeben werden. Die notwendige Bedingung 1. Ordnung, die in (3.4) dargestellt ist, fordert, dass der Gradient im Punkt  $\mathbf{x}_0$  verschwindet:

$$\nabla f(\mathbf{x}_0) = \mathbf{0} \quad (3.4)$$

Für die Erfüllung der notwendigen Bedingung 2. Ordnung<sup>13</sup> muss zusätzlich noch die Hessesche Matrix positiv semidefinit sein, vgl. (3.5):

$$\nabla^2 f(\mathbf{x}_0) \geq \mathbf{0} \quad (3.5)$$

Um nicht zusätzlich noch Ableitungen höherer Ordnungen betrachten zu müssen, kann als hinreichende Bedingung für ein Minimum etwas schärfer gefordert werden:

$$\nabla f(\mathbf{x}_0) = \mathbf{0} \quad \text{und} \quad \nabla^2 f(\mathbf{x}_0) > \mathbf{0} \quad (3.6)$$

Falls bei der Optimierungen noch Gleichungsnebenbedingungen (vgl. (3.2)) berücksichtigt werden müssen, kann in bestimmten Fällen ein Einsetzverfahren angewendet werden. Hierfür wird der Vektor  $\mathbf{x}$  in zwei Vektoren  $\mathbf{x}_1 \in \mathcal{R}^{\tilde{n}}$  und  $\mathbf{x}_2 \in \mathcal{R}^{n-\tilde{n}}$  aufgeteilt. Falls es nun möglich ist, die GNB entsprechend Gleichung (3.7) nach  $\mathbf{x}_1$  aufzulösen, reduziert sich das Optimierungsproblem auf das Problem der Optimierung der reduzierten Zielfunktion  $\tilde{f}(\mathbf{x}_2)$  aus Gleichung (3.8).

$$\mathbf{x}_1 = \tilde{\mathbf{c}}(\mathbf{x}_2) \quad (3.7)$$

$$f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = f(\tilde{\mathbf{c}}(\mathbf{x}_2), \mathbf{x}_2) = \tilde{f}(\mathbf{x}_2) \quad (3.8)$$

Auch wenn in den meisten praktischen Anwendungen ein analytisches Auflösen nicht möglich ist, kann oftmals bei Vorgabe eines festen  $\hat{\mathbf{x}}_2$  das zugehörige  $\hat{\mathbf{x}}_1$  aus den Nebenbedingungen und damit auch  $f(\hat{\mathbf{x}}_1, \hat{\mathbf{x}}_2) = \tilde{f}(\hat{\mathbf{x}}_2)$  numerisch bestimmt

<sup>12</sup> Da durch die Zielfunktion die Elemente der zugrundeliegenden allgemeinen Menge  $X$  bewertet werden, wird die Zielfunktion oftmals auch als Gütefunktion bezeichnet.

<sup>13</sup> Ob es sich, falls die notwendige Bedingung 1. Ordnung in  $\mathbf{x}_0$  erfüllt ist, um ein Minimum, ein Maximum oder eventuell einen Sattelpunkt handelt, muss anhand der zweiten und gegebenenfalls noch höheren Ableitungen überprüft werden.

werden. Aus der Beziehung (3.8) lässt sich dann mit Hilfe der verallgemeinerten Kettenregel<sup>14</sup> der reduzierte Gradient zu Gleichung (3.9) berechnen.

$$\nabla_{\mathbf{x}_2} \tilde{f}(\mathbf{x}_2) = \nabla_{\mathbf{x}_2} \tilde{\mathbf{c}}^T \cdot \nabla_{\mathbf{x}_1} f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) + \nabla_{\mathbf{x}_2} f(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \quad (3.9)$$

Für die Jacobi-Matrix  $\nabla_{\mathbf{x}_2} \tilde{\mathbf{c}}$  gilt hierbei:

$$\nabla_{\mathbf{x}_2} \tilde{\mathbf{c}} = -\nabla_{\mathbf{x}_2} \mathbf{c}^{-1} \cdot \nabla_{\mathbf{x}_2} \mathbf{c} \quad (3.10)$$

Falls aber auch kein numerisches Auflösen möglich ist, kann das Optimierungsproblem mit Hilfe des Lagrange-Formalismus beschrieben werden. Hierzu wird die Lagrange-Funktion entsprechend Gleichung (3.11) definiert, wobei  $\boldsymbol{\lambda} \in \mathfrak{R}^m$  den Vektor der Lagrange-Multiplikatoren darstellt.

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{c}(\mathbf{x}) \quad (3.11)$$

Die notwendigen Bedingungen 1. Ordnung für ein lokales Minimum im Punkt  $\mathbf{x}^*$  mit GNB lauten dann: Es existiert ein  $\boldsymbol{\lambda}^* \in \mathfrak{R}^m$ , so dass

$$\nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}^*) + \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{c}(\mathbf{x}^*)^T \cdot \boldsymbol{\lambda}^* = \mathbf{0} \quad (3.12)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = \mathbf{c}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad (3.13)$$

Durch die Gleichungen (3.12) und (3.13) ist somit ein Gesamtgleichungssystem mit  $n+m$  Unbekannten  $\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*$  geworden, d.h. das Optimierungsproblem ist aufgrund der hieraus folgenden Erhöhung um  $m$  Dimensionen komplizierter geworden. Die notwendige Bedingung 2. Ordnung kann nun mit der Restriktion  $Y$  aus (3.15) formuliert werden:

$$\nabla_{\mathbf{x}}^2 L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) \geq \mathbf{0} \quad (3.14)$$

$$Y = \{ \delta \mathbf{x} \mid \nabla \mathbf{c}(\mathbf{x}^*) \delta \mathbf{x} = \mathbf{0} \} \quad (3.15)$$

Falls neben den Gleichungsnebenbedingungen auch noch Ungleichungsnebenbedingungen berücksichtigt werden müssen, kann eventuell versucht werden, das Problem ohne Berücksichtigung der UNB zu lösen. Falls die Lösung die UNB nicht verletzt, ist das Problem gelöst. Andernfalls können Schlupfvariablen eingeführt werden, mit denen eine Umwandlung der UNB in GNB erreicht werden kann:

$$h_i^*(\mathbf{x}, z_i) = h_i(\mathbf{x}) + z_i^2 = 0 \quad \text{für } i = 1, \dots, q \quad (3.16)$$

<sup>14</sup> Die verallgemeinerte Kettenregel lautet nach [Bro91] für eine in  $(x_1^0, \dots, x_n^0)$  total differenzierbare Funktion  $f$  und für in  $t_0$  differenzierbare Funktionen einer Variablen  $t$  mit  $x_i^0 = \varphi_i(t_0)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ :

$$\frac{df[\varphi_1(t), \dots, \varphi_n(t)]}{dt} \Big|_{t=t_0} = \sum_{i=1}^n \nabla_{x_i} f(x_1^0, \dots, x_n^0) \cdot \frac{d}{dt} \varphi_i(t_0)$$

Die zu bestimmenden Optimierungsparameter setzen sich nun diesem Fall aus dem Vektor  $\mathbf{x}$  sowie dem Vektor  $\mathbf{z}$  zusammen, d.h. die Dimension des Optimierungsproblems hat sich um  $q$  erhöht.

Für eine geschlossene Darstellung der Optimalitätsbedingungen bei UNB bietet sich die Formulierung der verallgemeinerten Lagrange-Funktion an:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{c}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\mu}^T \cdot \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (3.17)$$

$\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^m$  stellt hierbei wiederum den Vektor der Lagrange-Multiplikatoren dar, der Vektor  $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^q$  repräsentiert die Kuhn-Tucker-Multiplikatoren. Die notwendigen Bedingungen 1. Ordnung für ein reguläres lokales Minimum lassen sich nun wie folgt ausdrücken: Es existieren  $\boldsymbol{\lambda}^*$ ,  $\boldsymbol{\mu}^*$ , so dass

$$\nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*) = \nabla_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}^*) + \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{c}(\mathbf{x}^*)^T \cdot \boldsymbol{\lambda}^* + \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}^*)^T \cdot \boldsymbol{\mu}^* = \mathbf{0} \quad (3.18)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*) = \mathbf{c}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad (3.19)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*) = \mathbf{h}(\mathbf{x}^*) \leq \mathbf{0} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}^*)^T \cdot \boldsymbol{\mu}^* = 0 \quad (3.21)$$

$$\boldsymbol{\mu}^* \geq \mathbf{0} \quad (3.22)$$

Unter der Restriktion  $Y$  aus (3.24) lautet die notwendige Bedingung 2. Ordnung für ein reguläres lokales Minimum dann:

$$\nabla_{\mathbf{x}}^2 L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*) \geq \mathbf{0} \quad (3.23)$$

$$Y = \{ \delta \mathbf{x} \mid \nabla \mathbf{c}(\mathbf{x}^*) \delta \mathbf{x} = \mathbf{0}, \nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}^*) \delta \mathbf{x} \leq \mathbf{0} \} \quad (3.24)$$

Ob und wie gut eine optimale Lösung eines speziellen Problems ermittelt werden kann, hängt im ersten Schritt davon ab, ob die Zielfunktion und eventuell zusätzlich erste und auch zweite Ableitungen analytisch angegeben oder an bestimmten Stellen numerisch berechnet werden können. Hierfür ist die Stetigkeit (sowie die stetige Differenzierbarkeit) der Zielfunktion eine wichtige Voraussetzung. Darüber hinaus hängt die Lösbarkeit von der Topologie des Zielfunktionsraums ab. Oftmals existieren im zulässigen Definitionsbereich nicht nur ein einziges, sondern mehrere lokale Minima. Das Ziel einer Optimierung ist aber i.d.R. die Ermittlung des Besten aller lokalen Minima, welches als globales Minimum bezeichnet wird. Wie jedoch diese Topologie aussieht, hängt sowohl von dem Einfluss jedes einzelnen Parameters auf den Zielfunktionswert ab, als auch davon, ob die Parameter untereinander korreliert sind. Probleme mit monotonem oder konvexem Einfluss der Parameter auf die Zielfunktion sind relativ gut handhabbar, wobei hier noch Unterschiede bestehen, ob diese Eigenschaften im kompletten Parameterraum vorliegen oder zumindest in der unmittelbaren Nähe des globalen Minimums. Falls das Optimie-

rungsproblem jedoch nicht uni-modal<sup>15</sup> ist, sind die Bedingungen für lokale Minima für mehrere Vektoren  $\mathbf{x}_i$  erfüllt. Hierbei müssten praktisch alle lokalen Minima ermittelt werden, wobei jedoch kein geschlossenes Verfahren existiert, mit dem ermittelt werden kann, bei welchem der gefundenen Minima es sich um das globale Minimum handelt. Dies kann nur durch den direkten Vergleich der Zielfunktionswerte der einzelnen Minima festgestellt werden.

Ein Beispiel für einen monotonen Einfluss stellen Problemstellungen der Linearen Programmierung dar, bei der sowohl die Zielfunktion als auch alle beteiligten Nebenbedingungen linear in den zu bestimmenden Variablen  $x_j$  sind. Falls die Gütefunktion quadratische Abhängigkeit hat, die Nebenbedingungen jedoch auch weiterhin linear in den  $x_j$  sind, wird von der Quadratischen Programmierung gesprochen. Diese ist ein Spezialfall der Konvexen Programmierung, bei der lediglich die Forderung nach Konvexität der Gütefunktion besteht. Falls der Definitionsbereich einzelner Parameter lediglich aus diskreten Werten besteht, sind weder Definitions- noch Wertebereich stetig und die Auswertungen der Optimalitätsbedingungen nicht zielführend. Zu solchen speziellen Problemstellungen gehört die kombinatorische Optimierung wie z.B. das Traveling-Salesman-Problem. Die Lösung solcher Probleme erfordert, verglichen mit o.g. Problemstellungen, völlig unterschiedliche Ansätze, die z.B. mit Hilfe der Graphentheorie vereinheitlicht dargestellt werden können.

Einen weiteren Spezialfall stellen Optimierungsprobleme dar, bei denen ein Konflikt zwischen zwei oder mehreren Zielfunktionen besteht, die zu einer Vektorfunktion  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  zusammengefasst werden können. Als Lösungsmenge der Minimierung einer solchen Vektorfunktion kann der Pareto optimale Bereich  $P$  definiert werden. Diesem gehört nach (3.25) ein zulässiger Punkt  $\mathbf{x}^*$  an, wenn kein weiterer zulässiger Punkt  $\mathbf{x}$  existiert, der bezüglich aller  $f_i(\mathbf{x})$  zu einer Verbesserung führt, d.h. eine Verbesserung bezüglich einer Funktion  $f_i(\mathbf{x})$  nur durch eine Verschlechterung mindestens einer anderen Zielfunktion erreicht werden kann:

$$\mathbf{x}^* \in P \Leftrightarrow \{ \mathbf{x} \in X \mid f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}^*) \quad \forall i \} = \{ \mathbf{x}^* \} \quad (3.25)$$

Die Bestimmung dieses Pareto optimalen Bereichs kann durch eine beschränkte Optimierung erreicht werden, bei der lediglich eine Funktion  $f_i(\mathbf{x})$  minimiert wird, während alle anderen Gütefunktionen unterhalb vorgegebener Grenzen zu liegen haben. Alternativ kann die Vektorfunktion entsprechend (3.26) in eine skalare Gütefunktion umgewandelt werden, bei der die einzelnen aufsummierten Gütefunktionen unterschiedlich gewichtet werden. Zur Lösung können dann wiederholt

---

<sup>15</sup> Uni-modal bedeutet, dass die entsprechenden Funktionen im zulässigen Definitionsbereich lediglich ein lokales Minimum besitzen. Dieses ist dann auch gleichzeitig das globale Minimum.

Optimierungen durchgeführt werden, bei denen jeweils unterschiedliche Gewichtungsfaktoren verwendet werden.

$$\min_{\mathbf{x} \in X} \sum_{i=1}^p \beta_i f_i(\mathbf{x}) \quad \text{mit } \beta_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^p \beta_i = 1 \quad (3.26)$$

### 3.1.2 Dynamische Optimierung

Bei der dynamischen Optimierung geht es um die Bestimmung von Funktionen  $\mathbf{x}_i(t)$ , so dass ein Funktional  $J[\mathbf{x}(t)]$  minimiert wird. Die unabhängige Variable  $t$  ist in den meisten Fällen die Zeit und die Funktionen  $\mathbf{x}_i(t)$  stellen Elemente des Hilbert-Raums dar. Gilt für die Funktionen die Forderung nach zweifach stetiger Differenzierbarkeit, wird bei den Lösungen von schwachen lokalen Minima gesprochen. Sind auch Funktionen erlaubt, deren Ableitungen lediglich stückweise stetig sind, stellen die Lösungen starke lokale Minima dar.

Mit Hilfe der Variationsrechnung können Lösungen der Dynamischen Optimierung ermittelt werden. Hierbei werden Problemstellungen unterschieden, bei denen die Anfangszeit  $t_a$  und/oder die Endzeit  $t_e$  oder auch die Funktionswerte  $\mathbf{x}(t_a)$  und/oder  $\mathbf{x}(t_e)$  feste gegebene Werte aufweisen. Im Fall von festen Anfangs- und Endzeiten kann das zu lösende Optimierungsproblem mit Hilfe einer zweifach stetig differenzierbaren Funktion  $\phi$  als Minimierung des folgenden Gütefunktionals formuliert werden:

$$J[\mathbf{x}(t)] = \int_{t_a}^{t_e} \phi[\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), t] dt \quad (3.27)$$

Die notwendige Bedingung für ein schwaches lokales Minimum lässt sich dann als ein System von Differentialgleichungen 2n-ter Ordnung darstellen, die als Euler-Lagrangesche Differentialgleichung bezeichnet wird:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \phi[\mathbf{x}^*(t), \dot{\mathbf{x}}^*(t), t] - \frac{d}{dt} \nabla_{\dot{\mathbf{x}}} \phi[\mathbf{x}^*(t), \dot{\mathbf{x}}^*(t), t] = \mathbf{0} \quad (3.28)$$

Hierbei muss für eine zulässige Variation für  $t=t_a$  und  $t=t_e$  folgende Transversalitätsbedingung gelten:

$$\left( \nabla_{\dot{\mathbf{x}}} \phi[\mathbf{x}^*(t), \dot{\mathbf{x}}^*(t), t] \right)^T \cdot \delta \mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad (3.29)$$

Falls die Endzeit  $t_e$  frei gelassen wird, die Anfangszeit  $t_a$  aber weiterhin fest ist, erweitert sich das Gütefunktional entsprechend Gleichung (3.30) um einen Endzeitterm.

$$J[\mathbf{x}(t)] = \vartheta[\mathbf{x}(t_e), t_e] + \int_{t_a}^{t_e} \phi[\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), t] dt \quad (3.30)$$

Als notwendige Bedingung für ein lokales schwaches Minimum gilt nun wiederum Gleichung (3.28), wobei in der Transversalitätsbedingung jedoch auch noch der Endzeitterm berücksichtigt werden muss. Zusätzlich existiert auch noch eine Transversalitätsbedingung für eine Variation  $\delta t_e$ . Als notwendige Bedingung zweiter Ordnung für ein schwaches lokales Minimum muss in beiden Fällen Gleichung (3.31) gelten, die auch als Legendresche Bedingung bezeichnet wird:

$$\nabla_{\dot{\mathbf{x}}}^2 \phi[\mathbf{x}^*(t), \dot{\mathbf{x}}^*(t), t] \geq \mathbf{0} \quad \forall t \in [t_a, t_e] \quad (3.31)$$

Für tiefergehende Ausführungen zur Dynamischen Optimierung sei an dieser Stelle wiederum auf die Spezialliteratur verwiesen, vgl. z.B. [Pap96].

## 3.2 Numerische Lösungsverfahren

Falls entweder die Zielfunktion, deren Ableitung oder die Auswertung der Optimalitätsbedingung nicht analytisch angegeben werden kann, müssen numerische und damit rechnergestützte Verfahren eingesetzt werden. In diesem Fall ist die Anzahl der lokalen Minima in der Regel nicht bekannt, weshalb auch kein Verfahren existiert, welches garantiert, dass das globale Minimum sich unter den ermittelten lokalen Minima befindet. Diese numerischen Verfahren lassen sich grob einteilen in pfadorientierte und volumenorientierte Verfahren. Unter pfadorientierten Verfahren werden solche Verfahren verstanden, welche ausgehend von einem Startwert durch eine Abfolge von Funktionsauswertungen entlang einer deterministisch bestimmten Suchrichtung versuchen, ein Minimum zu erreichen. Volumenorientierte Verfahren arbeiten dagegen nicht zielgerichtet, sondern suchen den kompletten zulässigen Definitionsbereich ab, um mit Hilfe der dort ermittelten Informationen Aufschlüsse darüber zu erlangen, in welchen Gebieten eine genauere Suche eventuell vielversprechend sein kann. Durch Verkleinerung des zu durchsuchenden Definitionsbereichs wird hierbei versucht, den Bereich des Minimums einzugrenzen und dieses dadurch zu detektieren.

Allgemein hängt aber der Erfolg eines Optimierungsalgorithmus davon ab, ob aus Funktionsauswertungen an verschiedenen Stellen im Definitionsbereich Hinweise auf die Lage von lokalen Minima (und eventuell dem globalen Minimum) gewonnen werden können. Mit Hilfe dieser Hinweise kann somit u.U. die Suche erheblich verkürzt werden. Falls die Struktur des Zielfunktionsgebiets solche Informationen aber nicht bietet, müssten Verfahren gewählt werden, die auch ohne diese möglichst den kompletten Definitionsbereich absuchen.

### 3.2.1 Pfadorientierte Lösungsverfahren

Pfadorientierte Verfahren werden in den meisten Fällen durch eine Iteration eines zweistufigen Verfahrens realisiert. Hierbei muss in jeder Iteration zunächst eine

möglichst gute Suchrichtung bestimmt werden, entlang der anschließend eine eindimensionale Minimierung erfolgt. Für diese Linienoptimierung wird eine neue Funktion mit einem skalaren Parameter  $\alpha$  definiert:

$$F(\alpha) = f(\mathbf{x}^{(k)} + \alpha \mathbf{s}^{(k)}) \quad (3.32)$$

Hierbei stellt  $\mathbf{s}$  die gewählte Suchrichtung dar, mit  $k$  ist der Iterationsindex gemeint.

Aufgrund der Forderung der Optimalitätsbedingung 1. Ordnung im Linienoptimum muss dort Gl. (3.33) erfüllt sein, welche aus der verallgemeinerten Kettenregel (vgl. 3.1.1) folgt:

$$\frac{d}{d\alpha} F(\alpha) = \nabla f(\mathbf{x}^{(k)} + \alpha \mathbf{s}^{(k)})^T \cdot \frac{d}{d\alpha} (\mathbf{x}^{(k)} + \alpha \mathbf{s}^{(k)}) = \nabla f(\mathbf{x}^{(k)} + \alpha \mathbf{s}^{(k)})^T \cdot \mathbf{s}^{(k)} \stackrel{!}{=} 0 \quad (3.33)$$

Dies bedeutet, dass, falls das Linienoptimierungsproblem exakt gelöst wird, der Gradient von  $f$  orthogonal auf der aktuellen Suchrichtung steht. In der Praxis wird diese exakte Lösung jedoch i.d.R. nicht angestrebt, sondern es wird ein Kompromiss zwischen der Genauigkeit der Linienoptimierung und der Anzahl der dadurch benötigten Funktionsaufrufe geschlossen. Je genauer die Linienoptimierung durchgeführt wird, desto weniger Bestimmungen von neuen Suchrichtungen sind erforderlich, aber umso mehr Funktionsauswertungen werden pro Suchrichtung benötigt. Zur Gruppe der Verfahren der Linienoptimierung gehören zum einen Interpolationsmethoden und zum anderen Verfahren der Intervallschachtelung.

Bei den *Interpolationsformeln* ist je nach der zu erwartenden Form der Zielfunktion eine lineare, quadratische oder kubische Interpolationsformel am besten geeignet<sup>16</sup>. Hierbei wird die Zielfunktion dementsprechend durch Polynome erster, zweiter oder dritter Ordnung approximiert, wobei bei der Ordnung  $N$  entweder  $N+1$  Stützstellen (*Lagrangesche Interpolation*) oder zusätzlich Ableitungen in diesen Stützstellen (*Hermite'sche Interpolation*) berücksichtigt werden. Diese Approximation wird in einen iterativen Algorithmus eingebettet, bei dem der Ort des Minimums dieser Approximation berechnet wird und in der nächsten Iteration eine neue Stützstelle darstellt. Eine weitere Interpolationsmethoden ist z.B. die *Regula-Falsi-Iteration*, bei der nach (3.34) zwei Punkte  $a^{(k)}$  und  $b^{(k)}$  sowie die Ableitungen in diesen Punkten zur Bestimmung einer neuen Stützstelle  $c^{(k)}$  benutzt werden, die dann in der nächsten Iteration eine der beiden ursprünglichen Stützstellen ersetzt. Schließlich sei noch die Iteration nach *Newton-Raphson* genannt, die nur einen Punkt  $x^{(k)}$  benötigt, dafür aber zusätzlich auch noch die erste und zweite Ableitung in diesem Punkt (vgl. (3.35)).

---

<sup>16</sup> Verfahren mit einer höheren Ordnung als  $N=3$  werden in der Praxis wegen eines zu großen Mehraufwands so gut wie nie eingesetzt.

$$c^{(k)} = a^{(k)} - \frac{d}{dx} f(a^{(k)}) \frac{b^{(k)} - a^{(k)}}{\frac{d}{dx} f(b^{(k)}) - \frac{d}{dx} f(a^{(k)})} \quad (3.34)$$

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{\frac{d}{dx} f(x^{(k)})}{\frac{d^2}{dx^2} f(x^{(k)})} \quad (3.35)$$

Ein einfaches Intervallschachtelungsverfahren stellt das *Bisektionsverfahren* dar, bei dem zwei Punkte vorgegeben werden, in denen die Steigung der Zielfunktion ein unterschiedliches Vorzeichen aufweist. Anschließend wird ein dritter Punkt in der Mitte zwischen den Punkten neu hinzugenommen, der dann denjenigen der beiden äußeren Punkt ersetzt, der das gleiche Vorzeichen der Steigung hat, wodurch bei jeder Iteration eine Intervallhalbierung vorgenommen wird<sup>17</sup>.

Beim *Goldene-Schnitt-Algorithmus* werden entsprechend (3.36) ausgehend von zwei äußeren Punkten  $a$  und  $b$  mit einem Skalierungsfaktor  $\gamma$  zwei weitere Punkte  $x_1$  und  $x_2$  innerhalb dieses Intervalls bestimmt. Nach einem Vergleich der Funktionswerte der inneren Punkte wird dann entschieden, welcher innere Punkt mit welchem äußerem Punkt für die nächste Iteration das neue Intervall bildet.

$$\begin{aligned} x_1 &= a + (1 - \gamma) \cdot (b - a) \\ x_2 &= a + \gamma \cdot (b - a) \end{aligned} \quad (3.36)$$

mit:  $0.5 \leq \gamma < 1$

Durch eine geschickte Wahl des Skalierungsfaktors  $\gamma$  mit  $\gamma = (\sqrt{5} - 1)/2$  kann die Anzahl der benötigten Funktionsaufrufe durch Mehrfachverwendung der ermittelten Punkte halbiert werden.

Auch bei der *Fibonacci-Division* wird eine Intervallschachtelung ähnlich wie bei dem *Goldene-Schnitt-Algorithmus* iterativ durchgeführt. Durch die Verwendung der Fibonacci – Sequenz  $\{1,1,2,3,5,8,13,21,\dots\}$ , die sich nach (3.37) berechnet, wird das Ursprungsintervall in drei Segmente eingeteilt. Für die beiden inneren Stützstellen gelten dann, gemessen von dem unteren Rand des Ursprungsintervalls, die Längen  $d_{1,i}$  und  $d_{2,i}$  entsprechend (3.38), wobei  $m$  die maximale Anzahl von Iterationen ist. In der nächsten Iteration wird einer der beiden Punkte des Ursprungsintervalls durch einen der beiden inneren Punkte ersetzt, wodurch jedoch pro Iteration lediglich ein Punkt neu berechnet werden muss.

---

<sup>17</sup> Falls die Ableitung der Zielfunktion nicht analytisch vorliegt, sondern das Vorzeichen der Steigung aus dem Vergleich jeweils zweier Funktionswerte ermittelt werden muss, wird von der *Dichotomen Suche* gesprochen.



$$\text{Fib}_0 := \text{Fib}_1 := 1 \quad (3.37)$$

$$\text{Fib}_i := \text{Fib}_{i-1} + \text{Fib}_{i-2} \quad i \in \{2, 3, \dots\}$$

$$d_{1,i} = \frac{\text{Fib}_{m-i}}{\text{Fib}_{m-i+2}}, \quad d_{2,i} = \frac{\text{Fib}_{m-i+1}}{\text{Fib}_{m-i+2}} \quad i \in \{0, 1, \dots, m\} \quad (3.38)$$

Allen hier vorgestellten Verfahren zur Linienminimierung ist aber gemeinsam, dass sie wirklich zuverlässig nur bei uni-modalen Funktionen arbeiten. Existieren lokale Minima neben dem globalen Minimum auf dem Kurvenverlauf, hängt es bei den Intervallschachtelungsverfahren von den Startbedingungen und den gewählten Intervallen ab, ob die Verfahren trotzdem in der Lage sind, das globale Minimum zu detektieren. Bei den Interpolationsformeln ist in einem solchen Fall die Wahl der Stützstellen entscheidend, welche für eine geeignete Approximation verantwortlich sind. Eine Gegenüberstellung der eindimensionalen Optimierungsverfahren ist in Anhang A.4 zu finden.

Bei jeder Iteration der zweistufigen pfadorientierten Verfahren ist eine Bestimmung der Suchrichtungen, in die jeweils die Linienoptimierungen durchgeführt werden, notwendig. Bezüglich dieser Bestimmungen können die pfadorientierten Verfahren wiederum in solchen Verfahren eingeteilt werden, die eine Gradientenbestimmung benötigen, und solche, die ohne Benutzung des Gradienten auskommen. Falls eine Gradientenbestimmung erforderlich ist, muss das Optimierungsproblem bei nichtanalytisch vorliegenden Ableitungen so formulierbar sein, dass die Berechnung des Gradienten durch die Bestimmung des Differenzenquotienten erfolgen kann, wobei für die  $i$ -te Komponente des Gradienten dann näherungsweise gilt:

$$\nabla_i f(\mathbf{x}^{(k)}) \approx \frac{f(\mathbf{x}^{(k)} + \Delta_i \mathbf{e}_i) - f(\mathbf{x}^{(k)} - \Delta_i \mathbf{e}_i)}{2\Delta_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.39)$$

Als naheliegendes Verfahren bietet sich nun ein Gradientenverfahren an, bei dem bei jeder Iteration die Suchrichtung stets in Richtung des *steilsten Abstiegs* gewählt wird.

$$\mathbf{s}^{(k)} = -\nabla f(\mathbf{x}^{(k)}) \quad (3.40)$$

Aus dem Skalarprodukt von Gradient und Suchrichtung in Gl. (3.33) wird aber deutlich, dass der Gradient im Linienoptimum orthogonal auf der aktuellen Suchrichtung steht. In Abhängigkeit von der Startrichtung kann dies jedoch dazu führen, dass selbst bei nahezu perfekten quadratischen Formen anstatt eines Schritts direkt in Richtung des Minimums viele kleine orthogonale Einzelschritte zum Erreichen des Minimums erforderlich sind.

Eine Alternative hierzu stellt das *Verfahren der konjugierten Gradienten* dar, bei dem ab dem zweiten Schritt zusätzlich die vorhergehende Suchrichtung für die Bestimmung der neuen Richtung berücksichtigt wird:

$$\mathbf{s}^{(0)} = -\nabla f(\mathbf{x}^{(0)}) \quad (3.41)$$

$$\mathbf{s}^{(k)} = -\nabla f(\mathbf{x}^{(k)}) + \tau^{(k)} \mathbf{s}^{(k-1)} \quad \text{für } k \geq 1 \quad (3.42)$$

$$\tau^{(k)} = \frac{(\nabla f(\mathbf{x}^{(k)}) - \nabla f(\mathbf{x}^{(k-1)}))^T \cdot \nabla f(\mathbf{x}^{(k)})}{\nabla f(\mathbf{x}^{(k-1)})^T \cdot \nabla f(\mathbf{x}^{(k-1)})} \quad (3.43)$$

Die Berücksichtigung der vorhergehenden Suchrichtungen durch (3.43) stellt hierbei eine Variante von Polak-Ribiere [Pol69] dar, die auf die ursprüngliche Form von Fletcher und Reeves [Fle64] zurückgeht.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Suchrichtung bietet das *Gauss-Newton-Verfahren* zur Lösung von allgemeinen nichtlinearen Gleichungssystemen  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ . Hierbei wird zur Ermittlung eines geeigneten Iterationsschritts das Gleichungssystem im aktuellen Punkt mit Hilfe einer Taylor-Reihe entwickelt, die nach dem 1. Glied abgebrochen wird. Wird nun die Stationaritätsbedingung aus Gl. (3.4) als zu lösendes Gleichungssystem interpretiert, d.h.  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \nabla f(\mathbf{x})$ , haben  $\mathbf{g}$  und  $\mathbf{x}$  die gleiche Dimension, wodurch sich das *Gauss-Newton-Verfahren* auf das normale *Newton-Verfahren* reduziert<sup>18</sup>. Für den Gradienten im Punkt  $\mathbf{x}^{(k+1)}$  ergibt sich damit:

$$\nabla f(\mathbf{x}^{(k+1)}) = \nabla f(\mathbf{x}^{(k)}) + \nabla^2 f(\mathbf{x}^{(k)}) \cdot (\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}) \quad (3.44)$$

Durch Nullsetzen entsprechend der Forderung nach Stationarität aus Gl. (3.4) folgt dann für einen Iterationsschritt und damit für die Abstiegsbedingung:

$$\mathbf{s}^{(k)} = -(\nabla^2 f(\mathbf{x}^{(k)}))^{-1} \cdot \nabla f(\mathbf{x}^{(k)}) = -\mathbf{H}^{(k)-1} \cdot \nabla f(\mathbf{x}^{(k)}) \quad (3.45)$$

Für den Fall einer positiv definiten Hesseschen Matrix  $\mathbf{H}^{(k)}$  ist die Abstiegsbedingung der Suchrichtung erfüllt und mit dem Verfahren eine schnelle Konvergenz möglich. Ein großer Nachteil ist jedoch die erforderliche Matrixinversion, die bei jeder Iteration durchgeführt werden muss. Speziell bei hochdimensionalen Problemen ergibt sich daraus ein relativ großer Rechenaufwand.

Beim *Levenberg-Marquardt-Verfahren* [Lev44] wird anstelle der Hesseschen Matrix  $\mathbf{H}$  z.B. die Matrix  $\mathbf{H} + \sigma \cdot \mathbf{I}$  verwendet. Hierbei ist  $\mathbf{I}$  die Einheitsmatrix und  $\sigma$  eine positive reelle Zahl, die im Laufe der Iterationen adaptiv eingestellt wird. Im

---

<sup>18</sup> Die im *Gauss-Newton-Verfahren* notwendige Bestimmung der Pseudoinversen reduziert sich im *Newton-Verfahren* in (3.45) auf die Bestimmung der normalen Inversen der Hesseschen Matrix.

Grenzfall  $\sigma=0$  entspricht das Verfahren somit dem *Newton-Verfahren*, für sehr große  $\sigma$  ist es mit dem Gradientenverfahren des *steilsten Abstiegs* identisch.

Der Aufwand für die benötigten Matrixinversionen kann durch die Berücksichtigung von symmetrischen Approximationen der inversen Hesseschen Matrix reduziert werden. Dies führt zu dem *Quasi-Newton-* oder auch *Variable-Metrik-Verfahren*. Die beiden verbreitetsten Formeln zur Bestimmung der Approximation der Hesseschen Matrix sind die DFP-Formel (Davidon, Fletcher, Powell) [Fle63] und die BFGS-Formel (Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shano) (vergleiche z.B. [Fle70]). In beiden Fällen werden für die Berechnung der approximierten Matrix nur die Gradienten an den Suchpunkten der aktuellen und der letzten Iteration sowie die beiden Suchpunkte selbst verwendet. Für die Suchrichtung gilt dann mit der approximierten Hesseschen Matrix  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{s}^{(k)} = -\mathbf{A}^{(k)} \cdot \nabla f(\mathbf{x}^{(k)}) \quad \text{mit } k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.46)$$

In der 0. Iteration stellt  $\mathbf{A}^{(0)}$  die Einheitsmatrix dar, für  $k \geq 1$  berechnet sich die Approximation z.B. im Falle der DFP-Formel nach:

$$\mathbf{A}^{(k)} = \mathbf{A}^{(k-1)} + \frac{\boldsymbol{\delta}^{(k-1)\text{T}} \cdot \boldsymbol{\delta}^{(k-1)}}{\boldsymbol{\delta}^{(k-1)\text{T}} \cdot \mathbf{y}^{(k-1)}} - \frac{\mathbf{A}^{(k-1)} \cdot \mathbf{y}^{(k-1)} \cdot \mathbf{y}^{(k-1)\text{T}} \cdot \mathbf{A}^{(k-1)}}{\mathbf{y}^{(k-1)\text{T}} \cdot \mathbf{A}^{(k-1)} \cdot \mathbf{y}^{(k-1)}} \quad (3.47)$$

Für die Abkürzungen gilt:

$$\boldsymbol{\delta}^{(k-1)} = \mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)} \quad (3.48)$$

$$\mathbf{y}^{(k-1)} = \nabla f(\mathbf{x}^{(k)}) - \nabla f(\mathbf{x}^{(k-1)}) \quad (3.49)$$

Die BFGS-Formel ist nahezu identisch zu der DFP-Formel, hat aber zusätzlich noch einen weiteren Korrekturterm. Bei genauer Linienoptimierung sind die beiden Varianten vollständig identisch. Ergänzend hierzu wird in [Gol72] neben theoretischen Überlegungen zum Rechenaufwand von *Variable-Metrik-Verfahren* und dem *Konjugierte-Gradienten-Verfahren* speziell ein *Variable-Metrik-Verfahren* ohne Durchführung von Linienminimierungen vorgestellt.

All diesen Verfahren gemeinsam ist die Notwendigkeit der Gradientenbestimmung. Gl. (3.39) macht allerdings deutlich, dass für eine einzige numerische Gradientenbestimmung  $2n$  Funktionsberechnungen durchgeführt werden müssen<sup>19</sup>. Daher sind Verfahren mit Gradientenbestimmung hauptsächlich bei solchen Problemstellungen zu empfehlen, bei denen der Zielfunktionsraum so geformt ist, dass zwischen zwei Bestimmungen neuer Suchrichtungen eine große Distanz im

<sup>19</sup> Falls die partiellen Ableitungen nicht zentral um einen Punkt  $\mathbf{x}_0$  bestimmt werden, sondern von diesem Punkt aus entweder in positiver oder in negativer Richtung, halbiert sich die benötigte Anzahl auf  $n$ , zuzüglich der Funktionsbestimmung am Punkt  $\mathbf{x}_0$ .

Zielraum zurückgelegt werden kann. Dies ist dann gegeben, wenn jede Gradientenbestimmung nicht nur Aufschlüsse über die beste Suchrichtung, sondern auch Rückschlüsse auf den ungefähren Ort des globalen Minimums ermöglicht.

Die hier vorgestellten Gradientenverfahren können untereinander grob folgendermaßen beurteilt werden: Bezüglich der Anzahl der benötigten Iterationen (erforderlichen Linienminimierungen) ist das reine Gradientenverfahren zur Bestimmung des *steilsten Abstiegs* am aufwändigsten, gefolgt von dem *Konjugierte Gradienten Verfahren*, dem *Quasi-Newton* und dem *Newton-Verfahren* selber. Die umgekehrte Reihenfolge ergibt sich bei der Bewertung nach dem rechentechnischen Aufwand pro Iteration. Dieser wird gemessen an der benötigten Rechenzeit pro Iteration zur Bestimmung der neuen Suchrichtung, dem hierfür erforderlichen Speicherplatz und der Programmierungskomplexität. Somit sollte sich die Wahl des jeweiligen Gradientenverfahrens an dem Verhältnis vom numerischen Aufwand des Algorithmus selbst zu dem Aufwand zur Bestimmung eines Zielfunktionswertes richten. Falls dieser mit Hilfe von Simulationsrechnungen thermischer Systeme bestimmt wird, bei denen eine Zielfunktionswertbestimmung z.B. mehrere Minuten dauert, wären daher die *Newton-* bzw. *Quasi-Newton-Verfahren* vorzuziehen.

Ein einfaches Verfahren, welches ohne Gradientenbestimmung auskommt, stellt das *Koordinaten-Verfahren* (oder auch *Gauss-Seidel-Verfahren*) dar. Hierbei wird bei jeder neuen Iteration die neue Suchrichtung entlang einer Koordinatenachse gewählt (in positiver oder negativer Richtung), wobei jedoch nur noch die partielle Ableitung entlang dieser Koordinatenachse erforderlich ist. Bei schlecht konditionierten Problemen, z.B. bei langen engen Tälern im Zielgebiet, bei denen die Richtung der Talsohle nicht in Richtung einer der Koordinatenachsen zeigt, ist jedoch u.U. eine sehr große Zahl von Iterationen bis zum Erreichen des Minimums nötig.

Bei der *Mustersuche* nach Hooke-Jeeves [Hoo61] wird ebenfalls ausschließlich in Richtung der Koordinatenachse fortgeschritten, allerdings wird hierbei keine Linienminimierung durchgeführt. Stattdessen wird nach jeder erfolgreichen Evaluierung in einer Koordinatenrichtung (sowohl in positiver als auch in negativer Richtung) der neue Punkt als Ausgangspunkt zur Variation in der nächsten Koordinatenrichtung gewählt. Falls bei keiner der Koordinatenrichtungen mehr eine Verbesserung erreicht werden kann, wird die Schrittweite mit Hilfe eines Skalierungsfaktors reduziert. Hierbei gilt jedoch der umgekehrte Fall wie beim *Koordinaten-Verfahren*: Zeigt die Talsohle in Richtung einer Koordinatenachse, kann dies u.U. nur sehr schlecht durch die jeweils gewählte Schrittweite ausgenutzt werden.

Die Tatsache, dass die Koordinaten-Richtungen i.A. nicht die günstigsten Suchrichtungen darstellen, berücksichtigt das *Verfahren der Rotierenden Koordinaten*

[Ros60], bei dem ebenfalls keine Linienminimierung durchgeführt wird.<sup>20</sup> Bei diesem Verfahren zeigt eine Koordinatenachse immer in Richtung des größten Erfolges, wobei von einem Ausgangspunkt aus in jede Richtung so lange fortgeschritten wird, bis nach einzelnen Verbesserungsschritten eine Verschlechterung eintritt. Anschließend wird mit einem Orthogonalisierungsverfahren (z.B. Gram-Schmidt) die Lage des neuen Koordinatensystems berechnet. Diese Orthogonalisierung benötigt jedoch bei wachsender Parameteranzahl viel Speicherplatz und ist sehr rechenaufwändig. Damit gilt das Gleiche wie für die *Newton-Verfahren*: Wenn die Berechnung des Zielfunktionswertes wesentlich mehr Zeit in Anspruch nimmt als die Orthogonalisierung, ist dieses Verfahren dem einfachen *Koordinaten-Verfahren* in vielen Fällen überlegen.

Das Konzept von orthogonalen Suchrichtungen wird beim *Verfahren von Powell* [Pow64] aufgegeben, bei dem bei der Bestimmung der neuen Suchrichtungen erfolgreiche vorhergehende Linienminimierungen berücksichtigt werden. Hierbei wird zunächst im ersten Iterationsdurchlauf nacheinander entlang aller Koordinatenrichtungen eindimensional minimiert, in den weiteren Durchläufen werden dann jedoch sukzessive die ersten Suchrichtungen durch die Vektoren von den Start- zu den Zielpunkten über alle Suchrichtungen des letzten Iterationsdurchlaufs ersetzt. Das Ersetzen der ursprünglichen Suchrichtungen kann jedoch dazu führen, dass die neuen Suchrichtungen linear abhängig werden. Verschiedene Varianten des *Powell-Verfahrens* versuchen dies zu vermeiden: So können die konjugierten Richtungen nach z.B. einem kompletten Durchlauf wieder auf die Koordinaten-Richtungen zurückinitialisiert werden. [Bre73] schlägt vor, die Richtungen nach einigen Iterationen durch die Spalten der Hesse-Matrix zu ersetzen. Die in [Pre97] umgesetzte Variante reduziert das Ersetzen auf einige erfolgversprechende Richtungen, anstatt alle Richtungen konjugiert zu ersetzen. Paradoxerweise kann es hilfreich sein, nicht die erste Komponente des Vektors der Suchrichtungen, sondern diejenige Suchrichtung zu ersetzen, die den größten Fortschritt während der Iterationen erbracht hat.

Durch die Berücksichtigung vorhergehender erfolgreicher Suchrichtungen scheint das Verfahren von *Powell* daher das erfolgversprechendste Verfahren unter den gradientenfreien pfadorientierten Verfahren zu sein. Allen pfadorientierten Verfahren ist aber gemeinsam, dass, falls sich auf ihrem Weg ein lokales Minimum befindet, sie dieses weder wieder verlassen noch ignorieren können. Somit kann nur durch wiederholte Neustarts von verschiedenen Initialisierungspunkten aus Aufschluss darüber gewonnen werden, ob es sich bei den ermittelten Minima jeweils

---

<sup>20</sup> Die Methode der *Rotierenden Koordinaten* lässt sich aber auch um eine Linienoptimierung erweitern. Diese wurde von Davies, Swann und Campey eingeführt.

um ein lokales oder eventuell doch um das globale Minimum handelt. Eine zusammenfassende vergleichende Darstellung der pfadorientierten Verfahren kann Anhang A.5 entnommen werden.

### 3.2.2 Volumenorientierte Verfahren

Ein von allen pfadorientierten Verfahren völlig unterschiedliches Konzept verfolgen dagegen volumenorientierte Minimierungsalgorithmen. Durch die Aufgabe des Prinzips, möglichst günstige Suchrichtungen zu ermitteln, werden bei all diesen Verfahren keine Gradientenbestimmungen benötigt. Stattdessen werden zum großen Teil stochastische Operatoren zur Bestimmung der nächsten Funktionsaufrufe verwendet. Speziell durch letztere werden auch weniger erfolgreich erscheinende Parametervektoren bzw. deren Umgebung in die weitere Suche mit einbezogen. Eine Übersicht über die in den beiden folgenden Unterkapiteln vorgestellten volumenorientierten Verfahren kann Anhang A.6 entnommen werden.

#### 3.2.2.1 Klassische volumenorientierte Verfahren

Ein streng deterministisches volumenorientiertes Verfahren stellt der *Simplex-Algorithmus*<sup>21</sup> [Nel65] dar. Die Vorgehensweise wird in Abb. 3.1 grafisch verdeutlicht. Zur Initialisierung werden bei  $n$  Parameterwerten  $n+1$  Parametervektoren benötigt, die eine geometrisch interpretierbare Figur, den Simplex, aufspannen. Von diesem Start-Simplex aus wird ein neuer Parametervektor getestet, dessen Ort durch eine Reflexion des Parametervektors mit dem schlechtesten Zielfunktionswert an dem Schwerpunkt aller übrigen Parametervektoren bestimmt wird. Falls der neu getestete Parametervektor weiterhin der Schlechteste von allen Vektoren ist, erfährt der ursprüngliche Simplex eine Kontraktion in Richtung des Schwerpunkts der übrigen Vektoren. Ist sowohl nach einer Reflexion als auch nach einer Kontraktion der neue Parametervektor immer noch der Schlechteste, wird eine Mehrfachkontraktion in Richtung des Parametervektors mit dem besten Zielfunktionswert vorgenommen. Für den Fall, dass der neue Vektor der Beste von allen Vektoren des Simplex ist, wird im Anschluss an die ursprüngliche Reflexion eine Expansion entlang der Verbindungslinie von Schwerpunkt und dem entsprechenden Parametervektor durchgeführt. In allen anderen Fällen wird der neu entstandene Simplex als Ausgangspunkt für die weitere Minimumsuche und somit weitere Reflexionen gewählt.

---

<sup>21</sup> Dieser Algorithmus darf nicht mit dem gleichnamigen *Simplex-Algorithmus* der Linearen Programmierung verwechselt werden. Bei der Linearen Programmierung sind alle Funktionen (Zielfunktion, sowie Gleichungs- und Ungleichungsnebenbedingungen) linear in den Parametervariablen. Falls Lösungen für ein Minimum existieren, befinden diese sich immer auf dem Rand des zulässigen Definitionsbereiches, der Algorithmus erzeugt daher eine Sequenz von zulässigen Randpunkten mit dem Minimum als Endpunkt.

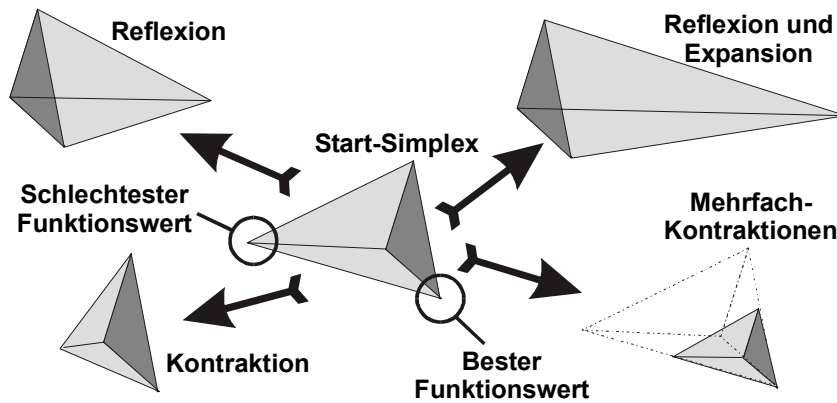


Abb. 3.1: Vorgehensweise des Simplex-Algorithmus im Fall von drei freien Parametervariablen. Dargestellt sind die vier Operationen, die in Abhängigkeit von der Bestimmung eines neuen Parametervektors des ursprünglichen Simplex durchgeführt werden.

Diese Operationen werden solange durchgeführt, bis alle Parametervektoren fast identische Zielfunktionswerte besitzen und sich der Simplex damit um ein Minimum zusammengezogen hat. Ob es sich bei dem ermittelten Minimum um ein globales Minimum handelt, kann allerdings auch bei diesem Verfahren nicht garantiert werden. Jedoch besteht während der Suche noch die Chance (aber natürlich auch keine Garantie), sich aus dem Einflussgebiet eines lokalen Minimums zu entfernen, solange noch bessere Parametersätze als die des betreffenden lokalen Minimums im erweiterten Bereich des Simplex existieren oder sich das globale Minimum innerhalb des geometrischen Simplex-Gebildes befindet. Die Wahrscheinlichkeit, ein globales Minimum zu ermitteln, kann daher durch mehrfache Wiederholungen mit unterschiedlichen Startvektoren erhöht werden.

Insgesamt scheint das Simplex-Verfahren aber besser als die pfadorientierten Verfahren geeignet zu sein, unter lokalen Minima ein globales Minimum zu detektieren. Hat das Zielfunktionsgebiet jedoch eine Struktur, die einen Hinweis auf den Ort des globalen Minimums geben kann, ist das Simplex-Verfahren in der Konvergenzgeschwindigkeit jedoch aufgrund einer relativ geringen Schrittweite einigen pfadorientierten Verfahren unterlegen.

Ein weiteres nicht-stochastisches, volumenorientiertes Verfahren, welches gleichzeitig wohl auch das einfachste aller Verfahren sein dürfte, stellt die *vollständige Gittersuche* dar, bei der der gesamte Definitionsbereich in i.d.R. äquidistanten Abständen abgesucht wird. Der Parametervektor mit dem kleinsten ermittelten Zielfunktionswert repräsentiert hierbei das globale Minimum. Allerdings ist die Genauigkeit in der Bestimmung des Optimums von der Genauigkeit der Rasterung abhängig. Für eine Erhöhung dieser Genauigkeit muss ein exponentieller Anstieg der benötigten Funktionsaufrufe sowohl mit der Anzahl der Parameter als auch mit der Rasterauflösung in Kauf genommen werden.

Einen ähnlichen Ansatz verfolgt das *Monte-Carlo Verfahren*, allerdings wird hierbei keine feste Rasterung verwendet, sondern die Suchpunkte werden stochastisch aus dem gesamten zulässigen Parameterbereich ausgewählt. Die zu Grunde liegende Dichtefunktion ist hierbei über den gesamten Bereich gleich verteilt. Mit den getesteten Parametervektoren wird durch Anwendung einer Akzeptanzfunktion eine Sequenz von Parametervektoren erzeugt, die monoton gegen das globale Minimum konvergiert. Diese Akzeptanzfunktion fügt einen Parametervektor zur Sequenz hinzu, wenn der neue Parametervektor den Besten aller bisher ermittelten Zielfunktionswerte hat. Aber auch in diesem Fall hängt die Konvergenzgeschwindigkeit exponentiell von der Dimension der Parametervektoren ab und kann in ungünstigen Fällen sogar unterhalb der vollständigen Gittersuche liegen.<sup>22</sup>

Beiden Verfahren, die sich durch eine außerordentlich einfache Implementierung auszeichnen, ist gemeinsam, dass sie den kompletten Parameterbereich absuchen und daher bei einer genügend großen Anzahl von Versuchen eine gute Wahrscheinlichkeit bieten, das globale Minimum zu finden. Allerdings bietet keins von beiden die Möglichkeit, Informationen über das Zielfunktionsgebiet in die Wahl der neu auszutestenden Parametervektoren einfließen zu lassen. Somit bietet sich ein solches Verfahren nur dann an, wenn der Zielraum völlig unstrukturiert ist.<sup>23</sup>

Im Fall des *Metropolis-Algorithmus* [Met53], der dem *Monte-Carlo Verfahren* zugeordnet wird, ist die Akzeptanzfunktion nicht streng deterministisch, sondern erlaubt auch die Akzeptanz von Parametervektoren, die eigentlich eine Verschlechterung herbeigeführt haben. Seinen Ursprung hat das Verfahren in der Simulation der thermischen Bewegung von Atomen, die in einem thermischen Kontakt mit einem Wärmebad der Temperatur  $T$  stehen. Das sich hierbei einstellende thermische Gleichgewicht wird durch die Verwendung einer über die gesamte Dauer der Simulation konstanten Temperatur  $T$  realisiert. In diesem Gleichgewicht muss sich die Energie des Gesamtsystems dann in einem Minimum befinden. Ob im Algorithmus ein neu getesteter Parametervektor akzeptiert wird, wird durch eine Akzeptanzwahrscheinlichkeitsfunktion entsprechend (3.50) bestimmt. Bei dieser wird eine „Gesamtenergie“ bzw. eine „Energieänderung“  $\Delta E = f(\mathbf{x}_{k+1}) - f(\mathbf{x})$  vom letzten

<sup>22</sup> Aufgrund der stochastischen Auswahl der Parameter müssen oftmals die Funktionswerte von ähnlichen oder u.U. sogar gleichen Parametervektoren wiederholt bestimmt werden.

<sup>23</sup> Diesbezüglich haben [Wol97] gezeigt, dass die Anzahl unterschiedlicher Zielfunktionsaufrufe für alle (randomisierten und deterministischen) Optimierungsalgorithmen bis zum Erreichen eines globalen Minimums gemittelt über alle Funktionen  $f: X_1 \rightarrow X_2$  gleich ist, falls  $X_1$  und  $X_2$  endliche Mengen sind. Das Zulassen aller Funktionen impliziert hierbei, dass der Funktionswert einer rein zufällig ausgewählten Funktion an einer Stelle unabhängig von anderen Punkten im Suchraum ist, in einem solchen Fall daher kein Algorithmus besser als eine vollständige Gittersuche oder eine rein zufällige Irrfahrt durch den Suchraum sein kann.



akzeptierten Zustand  $\mathbf{x}$  zum neu auszutestenden Zustand  $\mathbf{x}_{k+1}$  definiert.  $K$  stellt die Boltzmann-Konstante dar. Somit kann die Funktion Werte zwischen 0 und 1 annehmen, so dass  $\mathbf{x}_{k+1}$  mit einer nicht-verschwindenden Wahrscheinlichkeit auch dann akzeptiert wird, falls sich eine Verschlechterung verglichen mit  $f(\mathbf{x})$  ergibt (bzw.  $\Delta E > 0$ ). Wie groß diese Wahrscheinlichkeit ist, hängt von der Wahl des Temperaturparameters  $T$  ab.

$$P(\Delta E) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \Delta E \leq 0 \\ e^{-\frac{\Delta E}{KT}} & \text{falls } \Delta E > 0 \end{cases} \quad (3.50)$$

Die Analogie zur thermischen Bewegung von Flüssigkeiten macht sich auch das Verfahren der *Simulierten Abkühlung* (*Simulated Annealing*) zunutze, welches in der Ursprungsform auch für diskrete Parameterwerte entwickelt wurde [Kir83]. Hierbei ist der Temperaturparameter jedoch nicht über den gesamten Verlauf der Optimierung konstant, sondern wird schrittweise reduziert. Diese Reduzierung führt dann dazu, dass zu Beginn der Optimierung mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auch große Verschlechterungen akzeptiert werden, zu einem späteren Zeitpunkt das Verfahren aber in eine quasi-deterministische Vorgehensweise übergeht. Möglichkeiten für die Vorschrift zur Reduzierung<sup>24</sup> der Temperatur sind z.B.:

$$T_k = \gamma^k \cdot T_0 \quad , 0 < \gamma < 1 \quad (3.51)$$

$$T_k = \left(1 - \frac{k}{k_{\max}}\right)^\gamma \cdot T_0 \quad , \gamma > 1 \quad (3.52)$$

Wirklich interessant wird die Verwendung einer Akzeptanzfunktion erst, wenn die neuen Suchpunkte anhand der Güte vorheriger Suchpunkte bestimmt werden und es somit einen Unterschied in der Auswahl der neu zu bestimmenden Vektoren macht, ob vorher untersuchte Parametervektoren mit Hilfe einer Akzeptanzfunktion auch trotz einer Verschlechterung als erfolgreich gelten. Durch diese Akzeptanzfunktion wird es einem zugehörigen Optimierungsverfahren ermöglicht, sich wieder aus dem Bereich eines lokalen Minimums zu entfernen, indem auch Richtungen oder Bereiche ausgetestet werden, die anfangs nicht vielversprechend erscheinen. Dieses Vorgehen führt natürlich zu einer Verlangsamung der Konvergenz und ist daher nicht-stochastischen Verfahren nur bei solchen Optimierungsproblemen vorzuziehen, bei denen einige lokale Minima zu erwarten sind.

---

<sup>24</sup> Diese Reduzierung kann entweder bei jedem Schritt oder nach einer festgelegten Anzahl von Schritten durchgeführt werden. Globale Konvergenz wird nach [Pre97] nur bei einer logarithmischen Abnahme der Temperatur gewährleistet, diese zeigt jedoch für praktische Anwendungen eine zu geringe Konvergenzgeschwindigkeit.

In [Pre97] wird ein durch die Verwendung einer Akzeptanzfunktion modifizierter *Simplex-Algorithmus* zur Implementierung des Verfahrens der *Simulierten Abkühlung* vorgestellt, welches zur Optimierung bei kontinuierlichen Parameterwerten verwendet werden kann. Hierbei wird bei jeder Iteration zu den gespeicherten Funktionswerten des Simplex eine zufällig verteilte „thermische Fluktuation“ hinzuaddiert und für den neuen Suchpunkt subtrahiert, wobei  $T$  der Temperaturparameter und  $\tilde{N}_{\text{glvert}}$  eine zwischen 0 und 1 gleichverteilte Zufallszahl repräsentiert:

$$\tilde{f}(\mathbf{x}_k) = \begin{cases} f(\mathbf{x}_k) + T \cdot \log(\tilde{N}_{\text{glvert}}) & \text{für die bestehenden Punkte des Simplex} \\ f(\mathbf{x}_k) - T \cdot \log(\tilde{N}_{\text{glvert}}) & \text{für einen neu bestimmten Punkt} \end{cases} \quad (3.53)$$

Im Grenzfall  $T \rightarrow 0$  geht das auf diese Art implementierte *Verfahren der Simulierten Abkühlung* in den *Simplex Algorithmus* über. Ähnliche Verfahren wie die *Simulierte Abkühlung* stellen die von Dueck [Due90] entwickelten Verfahren *Schwellwert-Akzeptanz*, *Sintflut-Algorithmus* und *Record-To-Record-Travel* dar, die sich in der Umsetzung der Akzeptanzfunktion unterscheiden und nach [Due90] z.B. im Fall der *Schwellwert-Akzeptanz* Vorteile bei diskreten Optimierungsproblemen haben.

### 3.2.2.2 Evolutionäre Algorithmen

So wie die *Metropolis-Algorithmen* ihre Analogie in der Physik haben, wurden evolutionäre Algorithmen aus der Biologie abgeleitet. Diese Algorithmen beruhen auf der Evolutionstheorie von Darwin, die das Überleben der Bestangepassten postuliert. Innerhalb der Gruppe der evolutionären Algorithmen werden im Wesentlichen drei verschiedene Verfahren unterschieden: *Evolutionstrategien*, *Evolutionäre Programmierung* und *Genetische Algorithmen*. Ganz allgemein wird ein evolutionärer Algorithmus (EA) in [Bäc96] entsprechend Abb. 3.2 definiert als ein 8-Tupel.

Ein solcher Algorithmus arbeitet auf zwei Hauptmengen, der Eltern- und der Nachkommenpopulation. In diesen sind eine feste Anzahl von Individuen zusammengefasst, die jeweils Informationen über einzelne Parametervektoren beinhalten. Bis zum Erreichen eines Abbruchkriteriums werden durch Anwendung der genetischen Operatoren (i.d.R. Mutations- und Rekombinationsoperator) aus der Menge der Elternpopulation Individuen der Nachkommenpopulation erzeugt. Für diese Individuen wird mit Hilfe der Gütefunktion eine Bewertung durchgeführt, anhand derer durch Anwendung des Selektionsoperators eine neue Elternpopulation erzeugt wird. Das komplette Ablaufschema wird in Abb. 3.3 verdeutlicht. Die drei evolutionären Algorithmen unterscheiden sich nun in der Art und Weise, wie ein Individuum dargestellt ist, welche Operatoren eingesetzt werden und wie letztere in der jeweiligen Variante implementiert worden sind.

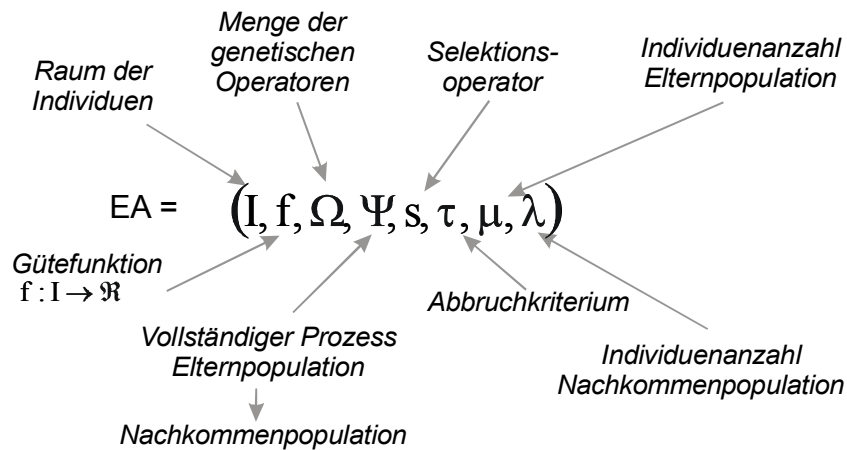


Abb. 3.2: Allgemeine Definition eines evolutionären Algorithmus nach [Bäc96]. Die Bewertung eines Individuums erfolgt mit Hilfe der Gütefunktion  $f$ , die Auswahl der genetischen Operatoren bestimmt den vollständigen Prozess von einer Elternpopulation auf eine Nachkommenpopulation, deren jeweilige Anzahl an Individuen durch  $\mu$  und  $\lambda$  festgelegt sind. Die Art des Selektionsoperators bestimmt die Zusammensetzung der neuen Elternpopulation. Bei Erreichen eines Abbruchkriteriums endet der Algorithmus.

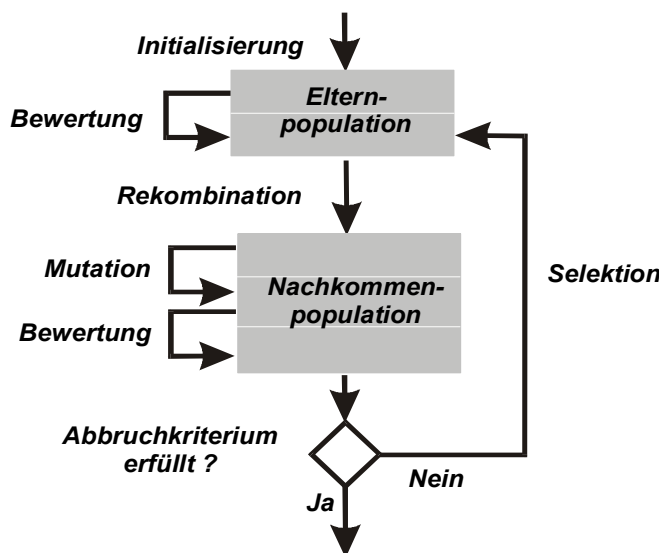


Abb. 3.3: Ablaufschema eines evolutionären Algorithmus. Bis zum Erreichen eines Abbruchkriteriums wird eine Iteration der Schritte Rekombination, Mutation, Bewertung der Individuen der Nachkommenpopulation und Selektion einer neuen Elternpopulation durchgeführt.

Bei einer *Evolutionstrategie* setzt sich ein Individuum  $\mathbf{a}$  aus Objektvariablen und Strategievariablen zusammen. Die Objektvariablen repräsentieren den Parametervektor  $\mathbf{x}$ , wogegen die Strategievariablen aus Standardabweichungen, die den Vektor  $\boldsymbol{\sigma}$  bilden, und den zum Vektor  $\boldsymbol{\alpha}$  zusammengefassten Drehwinkeln bestehen:

$$\mathbf{a} = \left( \underbrace{(x_1, \dots, x_n)}_{\mathbf{x}}, \underbrace{(\sigma_1, \dots, \sigma_{n_\sigma})}_{\boldsymbol{\sigma}}, \underbrace{(\alpha_1, \dots, \alpha_{n_\alpha})}_{\boldsymbol{\alpha}} \right) \tag{3.54}$$

Im allgemeinen Fall für  $n$  Parameter gilt für die Anzahl der Standardabweichungen die Beziehung (3.55), womit die Anzahl der Drehwinkel dann zu Gleichung (3.56) festgelegt ist.

$$1 \leq n_\sigma \leq n \tag{3.55}$$

$$n_\alpha = \left( n - \frac{n_\sigma}{2} \right) \cdot (n_\sigma - 1) \quad (3.56)$$

Ziel bei einigen Implementierungen ist es, dass im Laufe der Optimierung die Strategievariablen derart durch die genetischen Operatoren der *Evolutionstrategie* selber verändert werden (Selbstadaption), dass sie für das spezielle Optimierungsproblem besonders geeignet werden.

Der Rekombinationsoperator wird immer dann eingesetzt, wenn die Elternpopulation aus mehr als einem Individuum besteht. In diesem Fall werden neue Individuen durch Kombination der Komponenten  $(x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_{n_\sigma}, \alpha_1, \dots, \alpha_{n_\alpha})$  verschiedener Elternindividuen erzeugt, wobei der Operator unabhängig voneinander sowohl auf  $\mathbf{x}$ ,  $\boldsymbol{\sigma}$  als auch auf  $\boldsymbol{\alpha}$  angewendet wird. In der allgemeinen Form berechnen sich die Komponenten eines Individuums der  $(k+1)$ -ten Generation durch:

$$a_i^{(k+1)} = a_i^{(k),1} + \chi_i \cdot (a_i^{(k),2} - a_i^{(k),1}) \quad \text{mit } 0 \leq \chi_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n + n_\sigma + n_\alpha \quad (3.57)$$

Die Art der Rekombination wird durch die Wahl von  $\chi_i$  und  $a_i^{(k),2}$  bestimmt,  $a_i^{(k),1}$  ist jeweils fest für alle Komponenten. Hierbei gibt es sowohl die Unterscheidung in geschlechtliche und panmiktische Rekombination<sup>25</sup>, als auch, ob diese diskret oder (verallgemeinert) intermediär<sup>26</sup> durchgeführt wird. Durchgesetzt haben sich zum einen die diskrete, geschlechtliche Rekombination ( $\chi_i = 0$  oder  $1 \quad \forall i$  zufällig ausgewählt, das gleiche Individuum  $\mathbf{a}^{(k),2}$  für alle Komponenten) sowie die intermediäre panmiktische Variante ( $\chi_i = 0.5 \quad \forall i$ , für jede Komponente ein neues Individuum  $\mathbf{a}^{(k),2}$ ).

Auch für die Durchführung der Mutation gibt es verschiedene Varianten. Allen ist aber gemeinsam, dass die Strategievariablen dazu verwendet werden, um mit Hilfe von normalverteilten Zufallszahlen die Objektvariablen zu verändern. Die Drehwinkel dienen hierbei dazu, bei der Parametervariation Korrelationen zwischen den einzelnen Parametern zu berücksichtigen. Standardabweichungen und Drehwinkel repräsentieren mit Hilfe der Kovarianzmatrix  $\boldsymbol{\Sigma}$  eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion mit Erwartungswert  $\mathbf{0}$  für die Mutation eines Individuums:

<sup>25</sup> In der geschlechtlichen Form setzt sich ein neues Individuum aus den Komponenten von genau zwei Elternindividuen zusammen, während im panmiktischen Fall ein Elternindividuum fest gewählt wird und dann jeweils für jede Komponente des neuen Individuums ein weiteres Elternindividuum ausgewählt wird, so dass aus den Komponenten der jeweiligen Individuen dann die Komponente des neuen Individuums gebildet wird.

<sup>26</sup> In der diskreten Form wird jede Komponente des neuen Individuums entweder von der Komponente des einen oder des anderen Individuums gebildet, während im intermediären Fall die Komponente als Mittelwert der beiden Elternkomponenten erzeugt wird. Im verallgemeinerten Fall können die beiden Komponenten unterschiedlich stark in die Mittelung eingehen.

$$p(\mathbf{x}) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\mathbf{x}^T \Sigma^{-1} \mathbf{x}}}{\sqrt{(2\pi)^n \cdot \text{Det}(\Sigma)}} \quad (3.58)$$

Mit der Darstellung einer Matrix  $\mathbf{B}$  als Produkt von elementaren Jacobi-Rotationen<sup>27</sup> (Gleichung (3.59)) ergibt sich mit dem Zusammenhang  $\Sigma = \mathbf{B}\mathbf{\Gamma}\mathbf{B}^T$  (wobei  $\mathbf{\Gamma}$  eine Diagonalmatrix mit positiven Einträgen ist) die Beziehung zwischen den Elementen der Kovarianzmatrix und den Drehwinkeln zu Gleichung (3.60).

$$\mathbf{B} = \prod_{i=1}^{n-1} \prod_{j=i+1}^n \mathbf{R}_{ij}(\alpha_{ij}) \quad (3.59)$$

Die  $\alpha_{ij}$  stellen hier die in einer Matrix angeordneten Drehwinkel aus Gleichung (3.54) dar,<sup>28</sup>  $\sigma_i$  sind die Standardabweichungen.

$$\Sigma = \begin{cases} \sigma_i^2 & i = j \\ \frac{1}{2}(\sigma_i^2 - \sigma_j^2) \cdot \tan(2\alpha_{ij}) & i \neq j \end{cases} \quad (3.60)$$

Im ersten Mutationsteilschritt werden die Standardabweichungen und Rotationswinkel variiert, wobei Gleichungen (3.61) und (3.62) von [Bäc96] vorgeschlagene Implementierungen darstellen. Hierbei ist  $N(0,1)$  eine normalverteilte Zufallszahl, die für alle Standardabweichungen  $\sigma_i$  verwendet wird, wogegen die  $N_i(0,1)$  für jede Komponente neu bestimmt werden.

$$\sigma_i^{(k+1)} = \sigma_i^{(k)} \cdot e^{\left( \frac{1}{\sqrt{2N}} N(0,1) + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \sqrt{N}}} N_i(0,1) \right)} \quad \forall i = 1, \dots, n_\sigma \quad (3.61)$$

$$\alpha_j^{(k+1)} = \alpha_j^{(k)} \cdot 5^\circ \cdot N_j(0,1) \quad \forall j = 1, \dots, n_\alpha \quad (3.62)$$

Mit Hilfe der aus (3.61) bestimmten neuen Standardabweichungen wird daraufhin ein unkorrelierter Zufallsvektor mit Erwartungswert  $\mathbf{0}$  erzeugt, der mit Hilfe der Matrixmultiplikation nach Gleichung (3.63) in einen korrelierten Zufallsvektor verwandelt wird. Mit diesem Vektor wird dann der neue Vektor der Objektvariablen nach Gleichung (3.64) gebildet.

$$\mathbf{z}^{\text{kor}} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{z}^{\text{unkorr}} \quad (3.63)$$

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{z}^{\text{kor}} \quad (3.64)$$

<sup>27</sup> Die  $\mathbf{R}_{ij}(\alpha_{ij})$  bestehen im Wesentlichen aus der Einheitsmatrix, bei der die Einträge  $r_{ii}$  und  $r_{jj}$  gleich  $\cos(\alpha_{ij})$ ,  $r_{ij} = -\sin(\alpha_{ij})$  und  $r_{ji} = \sin(\alpha_{ij})$  sind.

<sup>28</sup> Beim Übergang von der Matrixschreibweise von  $\alpha_{ij}$  auf die Vektorschreibweise  $\alpha_k$  gilt:  
 $k = \frac{1}{2}(2n - i) \cdot (i + 1) - 2n + j$

Sollen bei der Mutation keine Drehwinkel (also keine Korrelationen zwischen den Parametern) berücksichtigt werden, gehen durch Nullsetzen der  $\alpha_i$  bzw.  $\alpha_{ij}$  alle elementaren Drehmatrizen  $\mathbf{R}_{ij}(\alpha_{ij})$  und damit auch  $\mathbf{B}$  in Einheitsmatrizen über. Dies ist das am häufigsten eingesetzte Mutationsverfahren.

Der Selektionsoperator, der nach der Auswertung der Gütefunktion die Individuen für die neue Elternpopulation auswählt, ist der dritte Operator einer *Evolutionstrategie*. Hierbei ist zunächst festzulegen, wie viele Individuen sich jeweils in der Eltern- ( $\mu$ ) und Nachkommenpopulation ( $\lambda$ ) befinden sollen. Je nach Optimierungsproblem können unterschiedliche Anzahlen günstig sein. Als Faustregel für das Verhältnis  $\mu/\lambda$ , welches als Selektionsdruck bezeichnet wird, empfiehlt [Bäc96]  $1/7$ , wobei  $\mu$  deutlich größer als eins sein sollte.<sup>29</sup> Bei einer *Evolutionstrategie* erfolgt die Selektion streng deterministisch, d.h. nur die  $\mu$  Individuen mit den besten Zielfunktionswerten werden in die neue Generation übernommen. Hierbei existieren jedoch zwei verschiedene Implementierungsvarianten: Entweder werden bei der Selektion nur die Individuen der Nachkommengeneration (","-Variante) oder zusätzlich auch die Individuen der letzten Elternpopulation ("+"-Variante) berücksichtigt. Bei der "+"-Variante wird somit sichergestellt, dass auch wirklich immer die besten Individuen überleben, wogegen die Lebenszeit eines Individuums in der ","-Variante auf nur eine Generation limitiert ist. Da jedoch die ","-Variante eine ständige Erneuerung der Eigenschaften der Individuen gewährleistet und somit ein leichteres Entkommen aus lokalen Minima ermöglicht, hat sich diese Variante als Standard etabliert.

Problematisch an der Selektion bezüglich der Selbstadaption der Strategievariablen kann aber sein, dass die Bewertung eines Individuums nur an der Gütefunktion und somit an den Objektvariablen vorgenommen wird. Ein „gutes“ Individuum muss aber nicht zwangsläufig auch gute Strategievariablen besitzen. Daher schlägt [Wie96] als Abhilfe eine *Entstochastisierte Evolutionstrategie* vor, bei der zusätzliche Strategievariablen als „Gedächtnis“ fungieren und dafür sorgen, dass erfolgreiche Schrittweitenänderungen nur gedämpft vererbt werden.

In [Schw95] sind eine detaillierte Beschreibung sowie Auflistungen von Programmcodes verschiedener *Evolutionstrategien*, die in der Programmiersprache FORTRAN formuliert sind, zu finden. Dort wurden sowohl auf theoretischer als auch auf numerischer Basis Vergleiche mit einer Vielzahl anderer Optimierungsstrategien (u.a. *Simplex*-, *Koordinaten*- und *Powell-Verfahren*) durchgeführt. Es wurde gezeigt, dass bei einfachen Problemstellungen (z.B. lineare oder quadratische

---

<sup>29</sup> Falls  $\mu \ll \lambda$  ist, liegt eine pfadorientierte Suche vor, für den Fall  $\mu \approx \lambda$  hat die Suche eher volumenorientierten Charakter.

Zielfunktionen) auch bei größeren Anzahlen (bis zu 30) von freien Parametern nicht-evolutionäre Verfahren deutliche Vorteile haben. Kompliziertere Problemstellungen mit mehreren lokalen Minima konnten jedoch von einigen klassischen Verfahren nicht zufrieden stellend gelöst werden. *Evolutionstrategien* schnitten dabei wesentlich besser ab. Bei einem Vergleich verschiedener Implementierungen von *Evolutionstrategien* untereinander wurde gezeigt, dass z.B. Strategien mit Rekombination bei den meisten Problemstellungen Vorteile gegenüber solchen haben, bei denen keine Rekombination durchgeführt wird. Weiterhin waren Strategien mit mehr als einem Individuum pro Eltern- und Nachkommengeneration (z.B. einer  $(10,100)$ -*Evolutionstrategie*<sup>30</sup>) trotz einer geringeren Konvergenzgeschwindigkeit erfolgreicher beim Auffinden von globalen Minima. Dies bestätigt die Ergebnisse von [Rec73], wo notwendige und hinreichende Konvergenzkriterien sowie Formeln für Fortschrittsgeschwindigkeiten und Erfolgswahrscheinlichkeiten für eine einfache  $(1,1)$ -*Evolutionstrategie* mit Mutation und Selektion angegeben werden. Es konnte gezeigt werden, dass höhere Nachahmungsstufen der biologischen Evolution einfachen Verfahren bezüglich der Konvergenzgeschwindigkeit überlegen sind.

Die Methoden der *Evolutionären Programmierung* unterscheiden sich von *Evolutionstrategien* im Wesentlichen darin, dass sie keine Rekombinationen, sondern nur Mutationen zur Veränderung der Objekt- und Strategievariablen verwenden. Die erste Version von [Fog62] führte gleichverteilte Zufallsmutationen auf diskreten Parameterwerten durch. Später wurde diese Variante dann auf kontinuierliche Parameteroptimierungen ausgedehnt, wobei auch hier die Mutationen normalverteilt sind und Standardabweichungen in den Genotyp eingebaut sind. Allerdings werden bei der *Evolutionären Programmierung* im ersten Schritt die Objektvariablen verändert und erst danach die Strategievariablen, was zu einer Verzögerung des Effekts der Selbstadaption der Strategievariablen durch die Mutation führt. Weiterhin sind die Variationen der Standardabweichungen normalverteilt und nicht logarithmisch normalverteilt wie bei den *Evolutionstrategien*.

Da die *Evolutionäre Programmierung* keine Rekombination benutzt, werden Eltern- und Nachkommenpopulation gleich groß gewählt. Die Selektion arbeitet nun sowohl auf der Eltern- als auch auf der Nachkommengeneration und benutzt hierfür einen Wahrscheinlichkeitsoperator. Zuerst wird das beste Individuum ausgewählt, wodurch dessen Überleben garantiert wird. Die übrigen Nachkommen werden dann entsprechend des Wahrscheinlichkeitsoperators ausgewählt, wobei die

---

<sup>30</sup>  $(\mu,\lambda)$ -Evolutionstrategie bedeutet  $\mu$  Individuen in der Eltern- und  $\lambda$  Individuen in der Nachkommenpopulation.

Wahrscheinlichkeit für die Auswahl eines Individuums umso größer ist, je besser dessen Güte ist.

Im Gegensatz zu *Evolutionsstrategien* und *Evolutionärer Programmierung* arbeiten *Genetische Algorithmen* auf Objektvariablen, die als Bitfolgen  $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_K)$  fester Länge  $K$  codiert sind. Aufgrund dieser Darstellung gilt der *Genetische Algorithmus* unter den evolutionären Algorithmen als derjenige, der biologische Vorgänge am genauesten widerspiegelt.<sup>31</sup> Eine detaillierte Darstellung sowie eine Auflistung eines geeigneten Hauptprogramms zusammen mit Routinen aller benötigter Operatoren, formuliert in der Programmiersprache Pascal, ist in [Gol89] zu finden.

Die Bitfolge  $\mathbf{b}$  (in diesem Fall dargestellt als Vektor) ist in  $n$  Teilbitstrings für die einzelnen Parameter mit den Längen  $K_i$  aufgeteilt.<sup>32</sup> Für die Gesamtlänge  $K$  gilt dann:

$$K = \sum_{i=1}^n K_i \quad (3.65)$$

Die Dezimaldarstellung eines derartig codierten Parameters lässt sich mit Hilfe von Gleichung (3.66) berechnen, wobei die  $u_i$  die unteren und  $v_i$  die oberen Grenzen der Parameter darstellen:

$$x_i(b_{i1}, \dots, b_{iK_i}) = u_i + \frac{v_i - u_i}{2^{K_i} - 1} \cdot \left( \sum_{j=0}^{K_i-1} b_{i(K_i-j)} \cdot 2^j \right) \quad (3.66)$$

Hieraus wird ersichtlich, dass für jeden Parameter nur eine diskrete und keine kontinuierliche Darstellung möglich ist. Für die Auflösung der einzelnen Parameterdarstellungen gilt dann:

$$\Delta x_i = \frac{v_i - u_i}{2^{K_i} - 1} \quad (3.67)$$

In der Regel wird bei *Genetischen Algorithmen* jedoch anstatt der einfachen binären Codierung eine zusätzliche Gray-Codierung verwendet, für die mit dem XOR-Operator  $\oplus$ <sup>33</sup> gilt:

$$d_i = \begin{cases} b_i & \text{falls } i = 1 \\ b_{i-1} \oplus b_i & \text{falls } i > 1 \end{cases} \quad (3.68)$$

<sup>31</sup> Auch die Doppelhelix der DNA kann durch eine Codierung dargestellt werden, da sie sich lediglich aus vier verschiedenen Nukleotiden zusammensetzt, die sich nur in den Basen Adenin, Thymin, Cytosin und Guanin unterscheiden.

<sup>32</sup> Im allgemeinen Fall sind die Längen  $K_i$  für jeden Parameter unterschiedlich und ermöglichen dadurch eine Berücksichtigung unterschiedlicher Genauigkeiten in den einzelnen zu optimierenden Parametern.

<sup>33</sup> Für diesen gilt folgende Notation:  $1 \oplus 1 = 0$ ,  $1 \oplus 0 = 1$ ,  $0 \oplus 1 = 1$ ,  $0 \oplus 0 = 0$ .



$$b_i = d_1 \oplus \dots \oplus d_i \quad (3.69)$$

Mit Hilfe der Gray-Codierung dargestellte benachbarte Integerzahlen haben einen Hamming-Abstand von 1, d.h. zwei benachbarte Zahlen haben nur an genau einer Stelle eine unterschiedliche Ziffer, ähnliche Parameterwerte besitzen daher ähnliche Bitdarstellungen.<sup>34</sup> Die genetischen Operatoren (Mutation und Rekombination) arbeiten nun auf diesem Gray-codierten Bitstring. Durch Mutation wird jede Stelle des Bitstrings mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p_m$  verändert (d.h.,  $0 \rightarrow 1$  bzw.  $1 \rightarrow 0$ ), wodurch ein neuer Bitstring erzeugt wird. Als Wahrscheinlichkeit für eine Mutation empfiehlt [Bäc96]  $p_m = 1/K$ . Für die Rekombination wird ein (geschlechtlicher) Crossover-Operator verwendet, wobei eine gerade Anzahl von Kreuzungspunkten empfohlen wird. Hierzu werden zwei Individuen aus der Nachkommenpopulation ausgewählt und mit einer Wahrscheinlichkeit  $p_r$  miteinander gekreuzt. Das neue Individuum setzt sich dann abwechselnd aus Teilstrings der beiden Elternindividuen zusammen. Empfohlene Werte für diese Wahrscheinlichkeit liegen zwischen 0.6 und 0.95.

Bei der Selektion wird ähnlich wie bei der *Evolutionären Programmierung* das Überleben mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitsfunktionen garantiert, wobei hierfür jedem Individuum eine Selektionswahrscheinlichkeit zugeordnet werden muss. In der Ursprungsform sind Eltern- und Nachkommenpopulation gleich groß, die Wahl von  $\mu < \lambda$  ist aber auch möglich. Für die Selektion gibt es im Wesentlichen zwei Realisierungsmöglichkeiten: Proportionale oder rangbasierte Selektion. Bei der proportionalen Selektion werden die Selektionswahrscheinlichkeiten entsprechend ihrer relativen Qualität bezüglich des besten und schlechtesten Individuums in der Population zugeordnet. Hierbei ist in der Regel eine Skalierung der Zielfunktionswerte erforderlich.<sup>35</sup> Bei der rangbasierten Selektion werden die Individuen lediglich nach ihrem Zielfunktionswert sortiert und die Selektionswahrscheinlichkeiten entsprechend ihrem neuem Rang in der Population vergeben. Nach [Bäc96] ist dieses Vorgehen zu bevorzugen.<sup>36</sup>

Evolutionäre Algorithmen ähneln in ihrem Vorgehen den *Monte-Carlo-Verfahren* und haben ihr Haupteinsatzgebiet bei Optimierungsproblemen, bei denen das Zielfunktionsgebiet viele lokale Minima aufweist. Da die Verfahren bezüglich ihrer

---

<sup>34</sup> Hierbei gilt allerdings nicht die Umkehrargumentation. Veränderungen von nur einem Bit können durchaus große Variationen im Parameterwert zur Folge haben.

<sup>35</sup> Möglichkeiten für eine Skalierung sind z.B.: linear statisch, linear dynamisch, logarithmisch, exponentiell und ein Abschneidungsverfahren.

<sup>36</sup> Zusätzlich können aber auch entsprechend einer Evolutionsstrategie  $(\mu, \lambda)$ - oder  $(\mu + \lambda)$ - Selektionsmechanismen eingesetzt werden. Diese sind streng deterministisch, haben aber nach [Bäc91] lediglich Vorteile bei unimodalen Funktionen.

Konvergenzgeschwindigkeit nicht in einem solchen Maße von der Parameteranzahl abhängen wie andere z.B. klassische Verfahren, werden sie zudem vor allem bei Problemen mit einer großen Anzahl freier Parametern eingesetzt. Aufgrund des stochastischen Charakters von Mutation und Rekombination benötigen die Algorithmen aber sehr lange für eine Konvergenz, wobei die Verwendung von gering gewählten Wahrscheinlichkeiten jedoch die Ausnutzung von Strukturen im Zielfunktionsgebiet ermöglicht. Letzteres führt allerdings dazu, dass ähnliche Parametervektoren sehr häufig ausgetestet werden, was die Konvergenzgeschwindigkeit wiederum verlangsamt.

Die Möglichkeit der Selbstadaption von *Evolutionstrategien* und der *Evolutionären Programmierung* deutet daraufhin, dass diese Algorithmen eine schnellere Konvergenz aufweisen als *Genetische Algorithmen*. Dies wird z.B. in den Untersuchungen von [Bäc96] bestätigt, der die Performance der drei Algorithmen an fünf empirischen Funktionen<sup>37</sup> getestet hat. Hierbei zeigte die *Evolutionstrategie* deutliche Vorteile gegenüber der *Evolutionären Programmierung*, der *Genetische Algorithmus* schnitt in den meisten Fällen am schlechtesten ab.

Letzteres ist bei kontinuierlichen Optimierungsproblemen aber auch nicht verwunderlich, da der Aufwand von *Genetischen Algorithmen* mit der Auflösung der Parameter korreliert ist und im Fall der Notwendigkeit einer quasikontinuierlichen Darstellung sehr groß wird. Speziell die Codierung bzw. Diskretisierung der Parameter macht *Genetische Algorithmen* aber interessant für Optimierungsprobleme, bei denen der Definitionsbereich der Parameter nur aus abzählbar vielen Werten besteht. Für solche Anwendungsgebiete wurden von [Jan00] auf der Basis von rein theoretischen Überlegungen evolutionäre Algorithmen angewendet auf verschiedene Klassen von Zielfunktionen untersucht und mit nicht-adaptiven Algorithmen verglichen.

Aufgrund der Zusammenfassung von vielen Individuen zu Generationen bieten evolutionäre Algorithmen eine gute Möglichkeit der Parallelisierung, d.h. der Verteilung von Zielfunktionswertbestimmungen auf verschiedene Recheneinheiten (Prozessoren, PCs, Internet,...). Stehen somit verschiedene Rechensysteme gleichzeitig zur Verfügung, kann auf diese Weise die Gesamtoptimierungsdauer deutlich gesenkt werden, natürlich jedoch nicht die Dauer der Summe der einzelnen Optimierungsläufe. Da zusätzlich evolutionäre Algorithmen verglichen mit klassischen Verfahren eine hohe Zuverlässigkeit bezüglich der Qualität des ermittelten

---

<sup>37</sup> Verwendet wurde ein sphärisches Modell, eine Treppenfunktion, die generalisierte Funktion nach Ackley, eine Funktion nach Fletcher und Powell und eine fraktale Funktion.

Optimums aufweisen, stellen diese eine vielversprechende Variante für komplizierte Optimierungsprobleme dar.

### 3.2.3 Numerische Verfahren zur Berücksichtigung von Nebenbedingungen

Falls bei der Optimierung noch Nebenbedingungen berücksichtigt werden müssen, diese aber nicht mit den Ansätzen aus Kapitel 3.1 behandelt werden können, gibt es mehrere Möglichkeiten, diese numerisch zu berücksichtigen. Einen möglichen Ansatz verfolgt der *Complex-Algorithmus* [Box65], der relativ leicht auch auf andere Verfahren übertragen werden kann. Dieser stellt eine Erweiterung des *Simplex-Algorithmus* aus Kapitel 3.2.2 auf beschränkte Optimierungsprobleme dar, bei dem sowohl explizite als auch implizite Nebenbedingungen berücksichtigt werden können. Bei einer Verletzung einer expliziten Nebenbedingung wird der verletzende Parameterwert auf den Rand des zulässigen Parametergebiets gesetzt, bei impliziten Grenzen wird stattdessen ein Punkt auf halber Strecke zwischen dem die Grenze verletzenden Punkt und dem Schwerpunkt der übrigen Punkte gewählt. Verletzt darüber hinaus der Schwerpunkt eine implizite Grenze, wird der Parametervektor in diesem Fall in Richtung des Parametervektors mit dem besten Zielfunktionswert verschoben.

Dieses Verfahren bietet sich somit bei solchen Optimierungsproblemen an, bei denen eine Verletzung der Randbedingungen auf keinen Fall toleriert werden kann. Dies kann zum einen durch das Optimierungsproblem (mathematisch, physikalisch, Nutzerwunsch, usw.) vorgegeben sein, zum anderen können aber auch numerische Probleme bei der Berechnung des Zielfunktionswertes (z.B. die Gefahr eines vorzeitigen Simulationsabbruchs) eine strikte Einhaltung erforderlich machen.

Eine weitere Möglichkeit der Berücksichtigung von Randbedingungen stellen *Schwellen-* und *Straffunktionsverfahren* dar. Bei diesen wird die Gütefunktion um zusätzliche Strafterme mit einem Gewichtungsfaktor  $\beta > 0$  erweitert, mit denen die Einhaltung der Gleichungs- und Ungleichungsnebenbedingungen herbeigeführt werden soll. Bei *Schwellenverfahren* beginnt der Einfluss auf die Gütefunktion schon im zulässigen Bereich und steigt zur Grenze hin stark an, während *Straffunktionsverfahren* erst bei Verletzung einer Nebenbedingung wirksam werden. Welches von beiden Verfahren zu bevorzugen ist, hängt daher davon ab, ob eine geringfügige Verletzung der Randbedingungen noch toleriert werden kann oder ob sogar schon ein Annähern an die Randbedingung vom erlaubten Bereich aus problematisch ist. Eine modifizierte Gütefunktion im Fall des *Straffunktionsverfahrens* ist in (3.70) dargestellt. Die Berücksichtigung der Randbedingungen für *Schwellenverfahren* erfolgt jedoch auf ähnliche Weise:

$$\phi(\mathbf{x}, \beta) = f(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \beta \sum_{i=1}^m c_i(\mathbf{x})^2 + \frac{1}{2} \beta \sum_{i=1}^q \max\{h_i(\mathbf{x}), 0\}^2 \quad (3.70)$$

Die Hauptschwierigkeit beider Verfahren stellt allerdings die Wahl des Gewichtungsfaktors dar. Dieser muss mindestens so groß gewählt werden, dass hierbei die Einhaltung der Nebenbedingungen im Minimum garantiert wird. Dies ist im Grenzfall  $\beta \rightarrow \infty$  dadurch gegeben, dass  $\mathbf{c}(\mathbf{x}) \rightarrow \mathbf{0}$  und  $\mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$  gilt. Eine zu große Wahl von  $\beta$  führt jedoch zu einer schlechten Konditionierung des Optimierungsproblems, so dass die Lösungsalgorithmen große Konvergenzprobleme haben. Als Kompromiss wird hierzu ein iteratives Verfahren durchgeführt, bei dem das Optimierungsproblem jeweils mit einem festen Gewichtungsfaktor gelöst wird. Dieser Faktor kann beispielsweise von einer Iteration auf die nächste um eine Zehnerpotenz anwachsen, wobei die Lösung einer Iteration als Startpunkt für den nächsten Iterationslauf gewählt wird.

Das Verfahren der *Multiplikatoren-Strafffunktion* kombiniert das *Straffunktionsverfahren* mit dem *Lagrange-Verfahren*. Falls nur GNB berücksichtigt werden müssen, lautet die erweiterte Lagrange-Funktion:

$$\phi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}) = f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{c}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \beta_i c_i(\mathbf{x})^2 \quad (3.71)$$

Im Fall von UNB werden diese wiederum durch Schlupfvariablen zu GNB gemacht, so dass die erweiterte Lagrange-Funktion in diesem Fall durch (3.72) ausgedrückt werden kann.

$$\phi(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\beta}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^q \mu_i [h_i(\mathbf{x}) + z_i^2] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^q \beta_i [h_i(\mathbf{x}) + z_i^2]^2 \quad (3.72)$$

Bei einem gleichzeitigen Auftreten von GNB und UNB werden (3.71) und (3.72) zu einer Gleichung kombiniert.

Das der *Multiplikatoren-Strafffunktion* zu Grunde liegende Verfahren besteht nun aus einem iterativen Algorithmus, bei dem in der ersten Phase ausgehend von Startwerten  $\boldsymbol{\lambda}^{(0)}$ ,  $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$  (bzw.  $\boldsymbol{\mu}^{(0)}$ ,  $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$ ) ein Vektor  $\mathbf{x}^{(k)}$  (bzw.  $\mathbf{x}^{(k)}$  und  $\mathbf{z}^{(k)}$ ) bestimmt wird, so dass die erweiterte Lagrange-Funktion (3.71) (bzw. (3.72)) minimal ist. In der zweiten Phase wird dann  $\boldsymbol{\lambda}^{(k)}$  (bzw.  $\boldsymbol{\mu}^{(k)}$ ) derart verbessert, dass hiermit eine Maximierung von (3.71) (bzw. (3.72)) angestrebt wird. Das Verfahren stoppt, falls  $|\mathbf{c}(\mathbf{x}^{(k)})| < \varepsilon$  (bzw.  $|\mathbf{h}(\mathbf{x}^{(k)}) + \mathbf{z}^{(k)}| < \varepsilon$ ), d.h. kleiner als eine vorgegebene Genauigkeitsgrenze ist. Das Ziel des kombinierten Verfahrens ist die exakte Lösung des beschränkten Problems, ohne dass die Gewichtungsfaktoren unendlich groß werden müssen. Durch die Einführung der Lagrange-Multiplikatoren in die Zielfunktion erhöht sich jedoch die Anzahl der freien Parameter und damit die Komplexität des Optimierungsproblems, so dass dieses Verfahren erst dann Vorteile bietet,

wenn die einfachen *Straffunktions-* oder *Schwellenverfahren* bei endlichen Gewichtungsfaktoren keine zufrieden stellenden Ergebnisse liefern.

Bei dem *Verfahren der exakten Straffunktion* wird anstatt eines iterativen Algorithmus versucht, durch eine einzige unbeschränkte Minimierung bei endlichen Gewichtungsfaktoren die Lösung des beschränkten Problems zu erlangen. Dies wird durch die Verwendung einer analytischen Funktion  $\lambda(\mathbf{x})$  innerhalb der Gütefunktion erreicht. Diese Funktion muss im Minimum die Lagrange-Multiplikatoren ergeben und wird aus den Gradienten von  $f(\mathbf{x})$  und  $\mathbf{c}(\mathbf{x})$  gebildet. Das zu minimierende Problem lässt sich dann durch (3.73) ausdrücken. Falls somit  $\lambda(\mathbf{x})$  bzw. die Gradienten berechnet werden können, ermöglicht das *Verfahren der exakten Straffunktion* eine deutliche Aufwandsreduzierung bei der Minimierung des beschränkten Problems gegenüber dem Verfahren der *Multiplikatoren-Straffunktion*.

$$\phi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta}) = f(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x})^T \mathbf{c}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \boldsymbol{\beta} \mathbf{c}(\mathbf{x})^T \mathbf{I} \mathbf{c}(\mathbf{x}) \quad (3.73)$$

Das *Verfahren der zulässigen Richtung* benutzt den reduzierten Gradienten, mit Hilfe dessen GNB und (aktive) UNB berücksichtigt werden, und bestimmt von zulässigen Punkten aus zulässige Suchrichtungen. Hierbei muss jedoch entweder analytisch oder numerisch die Aufteilung in abhängige und unabhängige Variablen vorgenommen werden. Nach der Bestimmung der Suchrichtung wird eine Linienoptimierung durchgeführt, bei der allerdings darauf geachtet werden muss, dass keine inaktiven Nebenbedingungen verletzt werden. Somit müssen gegebenenfalls während der Linienoptimierung vorher inaktive Nebenbedingungen zusätzlich berücksichtigt werden. Mit Hilfe der Bestimmung und Überprüfung der Lagrange-Multiplikatoren auf Nichtnegativität kann dann ermittelt werden, ob durch ein Verlassen von aktiven UNB eine Verbesserung erreicht werden kann oder nicht. Falls nicht, ist das Optimierungsproblem gelöst. Aufgrund einer Überlagerung von drei iterativen Prozeduren stellt dieses Verfahren einen relativ komplizierten Algorithmus dar, der ständig eine Umformulierung von aktiven und inaktiven UNG erfordert und somit die Bestimmung von zulässigen Suchrichtungen erschwert.

Eine Übertragung des *Newton-Verfahrens* auf beschränkte Problemstellungen stellt die *Sequenzielle Quadratische Programmierung (SQP)* dar. Hierzu wird eine Taylorentwicklung der verallgemeinerten Lagrange-Funktion (3.17) durchgeführt, so dass die sich ergebende Gütefunktion (3.74) zu einer Problemstellung der Quadratischen Programmierung führt. Auf iterativem Weg wird nun diese Gütefunktion unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen (3.75) und (3.76) minimiert.  $\delta \mathbf{x}$  ist hierbei die Variation des Vektors  $\mathbf{x}$  von einer Iteration auf die nächs-

te:  $\mathbf{x}^{(k)} \rightarrow \mathbf{x}^{(k+1)}$ . Eine detaillierte Erläuterung eines *SQP-Verfahrens* kann [Schw01] entnommen werden.

$$\phi(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{2} \delta \mathbf{x}^T \left( \nabla^2 f(\mathbf{x}^{(k)}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^{(k)} \nabla^2 c_i(\mathbf{x}^{(k)}) \right) \delta \mathbf{x} + \nabla f(\mathbf{x}^{(k)})^T \delta \mathbf{x} + f(\mathbf{x}^{(k)}) \quad (3.74)$$

$$\nabla \mathbf{c}(\mathbf{x}^{(k)}) \delta \mathbf{x} + \mathbf{c}(\mathbf{x}^{(k)}) = \mathbf{0} \quad (3.75)$$

$$\nabla \mathbf{h}(\mathbf{x}^{(k)}) \delta \mathbf{x} + \mathbf{h}(\mathbf{x}^{(k)}) \leq \mathbf{0} \quad (3.76)$$

Die Verfahren der *Sequenziellen Quadratischen Programmierung* zählen durch die Berücksichtigung von GNB und UNB innerhalb der verallgemeinerten Lagrange-Funktion trotz ihres aufwändigen iterativen Berechnungsalgorithmus zurzeit speziell für hochdimensionale Probleme zu den effektivsten Verfahren für allgemeine Aufgabenstellungen der Nichtlinearen Programmierung. Weitere Approximationsverfahren sind z.B. die *Sequenzielle Konvexe Programmierung* [Fle86] oder die *Methode der bewegten Asymptoten* [Sva87].

Beim *Goldfarb-Idnani-Verfahren* wird das Minimierungsproblem mit Hilfe der Lagrangedualität in ein MinMax-Problem überführt, wobei dann durch Bestimmung eines Sattelpunkts der Lagrange-Funktion das Optimierungsproblem gelöst wird. Bei *Projektionsverfahren* wird das Problem zuerst ohne UNB formuliert und gelöst. Mit dem so ermittelten Startvektor werden dann schrittweise die Restriktionen hinzugenommen und somit eine Lösung des beschränkten Problems angestrebt.

Falls einzelne Bedingungen für die Optimalität des Problems a priori bekannt sind, eignen sich zur Lösung solcher Probleme *Optimalitätskriterien-Methoden* besonders gut. Hierbei werden die Bedingungen in einem rekursiven Iterationsverfahren für die Bestimmung des Optimums benutzt. Diesbezüglich gibt es nach [Kir93] physikalisch intuitive und mathematische Verfahren.

Die Vor- und Nachteile der einzelnen Verfahren zur Berücksichtigung von Nebenbedingungen werden in Anhang A.7 noch einmal zusammenfassend gegenübergestellt.

### 3.2.4 Numerische Verfahren zur Lösung dynamischer Optimierungsprobleme

Falls bei Problemstellungen der Dynamischen Optimierung die optimalen (Zeit-) Funktionen nicht durch analytisches oder numerisches Lösen z.B. der Differenzialgleichungen aus (3.28) ermittelt werden können, besteht die Möglichkeit der Überführung in ein Parameteroptimierungsproblem der Statischen Optimierung. Hierfür stehen entweder *Kollokationsverfahren*<sup>38</sup> oder eine direkte Parametrisierung

<sup>38</sup> Bei diesen werden die Zeitfunktionen durch stückweise kubische Splinefunktionen diskretisiert, welche einen Kompromiss eines Polygonzuges und einer (kubischen) Interpolation, basierend auf Gitterpunkten

der zu ermittelnden Funktion zur Verfügung. Die hierdurch umformulierte Problemstellung kann dann mit numerischen Verfahren der Statischen Optimierung gelöst werden. Da die Umformulierung jedoch bei einer großen Auflösung zu sehr hoch-dimensionalen Optimierungsproblemen führt, eignen sich aufgrund der hohen Parameteranzahl insbesondere die Approximationsmethoden des letzten Kapitels zur Lösung des umgewandelten Problems der Dynamischen Optimierung. [Fra98] stellen einen *HQP-Optimierer (Huge Quadratic Programming)* vor, welcher speziell an Probleme zur Regelungsoptimierung bzw. Optimierungsprobleme hoher Dimension angepasst ist und sowohl auf dem Verfahren der *Sequenziellen Quadratischen* als auch der *Sequenziellen Konvexen Programmierung* aufbaut.

### ***3.3 Einfluss des Simulationsprogramms auf das Optimierungsproblem***

Um aus der Vielzahl der zur Verfügung stehenden Optimierungsalgorithmen für die entsprechenden Problemstellungen jeweils den am besten geeigneten auswählen zu können, ist zusätzlich zur Klassifizierung der Algorithmen eine Charakterisierung der jeweiligen Problemstellungen notwendig. Bei der Abbildung von thermischen Wärmeversorgungsanlagen mithilfe von Computersimulationen wird die Problemstellung neben den Eigenschaften des abzubildenden Systems und der gewählten Zielfunktion durch die Numerik des verwendeten Simulationsprogramms bestimmt. Hierbei muss geprüft werden, ob die Eigenschaften der Zielfunktion, wie z.B. deren Monotonie und Stetigkeit, durch das gewählte Lösungsverfahren des Simulationsprogramms mit den entsprechenden Genauigkeiten und Konvergenzkriterien beeinflusst wird.

Bei der Abbildung des thermischen Verhaltens von Systemen, bei denen i.d.R. die variierenden Größen Zeitfunktionen sind, ergeben sich so genannte Algebrodifferentialgleichungssysteme (ADGL-Systeme), die aus algebraischen und Differentialgleichungen bestehen. Eine Lösung solcher ADGL-Systeme ist in den wenigsten Fällen analytisch möglich, sondern muss numerisch erfolgen. Je nach Simulationsprogramm werden unterschiedliche Ansätze gewählt, wobei eine Darstellung des numerischen (bzw. analytischen) Lösungsverfahrens von TRNSYS [Kle94] entnommen werden kann. Für Informationen z.B. bezüglich Smile sei auf [Schr01] verwiesen. Eine detaillierter Vergleich von Smile und TRNSYS bezüglich der Lösungsverfahren ist z.B. bei [Uec01] durchgeführt worden, eine Darstellung verschiedener Integrationsverfahren von ADGL-Lösern kann [Teg99] entnommen werden.

---

und Intervallgrenzen, darstellen. Hierbei müssen die Funktionen an den Gitterpunkten die Differentialgleichungen erfüllen.

Zur numerischen Lösung der Systemgleichungen ist eine zeitliche Diskretisierung notwendig, d.h., der Systemzustand wird beginnend von einem Startzeitpunkt aus z.B. über den Verlauf eines Jahres lediglich zu festgelegten Zeitpunkten berechnet. Diese Zeitpunkte werden zum einen durch den Anwender selbst bestimmt, zum anderen aber auch durch die Auflösung der für die Simulation erforderlichen Eingangsdaten. TRNSYS verwendet über den Verlauf der kompletten Simulation eine konstante Zeitschrittweite, wogegen das Simulationsprogramm Smile, wie z.B. in [Bie94] dargestellt, oder die Simulationsplattform von [Teg99] eine Schrittweitenkontrolle einsetzen. Hierbei wird zur Verringerung des Rechenaufwands versucht, das Algebraisdifferenzialgleichungssystem mit Hilfe einer möglichst großen Zeitschrittweite zu lösen. Können hierbei Konvergenzkriterien nicht eingehalten werden oder treten Unstetigkeiten z.B. durch die Eingangsdaten oder durch Regelentscheidungen auf, wird der Zeitschritt sukzessive heruntersgesetzt, bis das Gleichungssystem zufrieden stellend gelöst werden kann. Diese Reduzierung kann aber eventuell zu einem sehr großen Simulationsaufwand führen [Uec98b], der eine Simulationszeiteinsparung an numerisch weniger problematischen Stellen eventuell überkompensiert.

Daher kann die Verwendung einer festen Simulationszeitschrittweite je nach der Größe der festen Zeitschrittweite als auch der erlaubten Toleranzen sogar zu geringeren Simulationszeiten führen. Allerdings muss hierbei an simulationskritischen Stellen eine höhere Ungenauigkeit gegenüber der Verwendung einer variablen Zeitschrittweite in Kauf genommen werden. Da während eines Zeitschritts der gesamte Systemzustand als konstant betrachtet wird, treten diese Ungenauigkeiten vor allem bei Unstetigkeiten durch Regelungsentscheidungen auf, die sich ansonsten eventuell während des Zeitschritts hätten ändern können. Weitere Ungenauigkeiten können aufgrund hoher Durchsätze des Arbeitsfluids durch einzelne Komponenten bedingt durch einen zu großen Zeitschritt hervorgerufen werden.

Dies gilt ebenfalls bei der Verwendung einer geringen Auflösung der Eingangsdaten, die entweder einen direkten oder zumindest einen indirekten Einfluss auf Regelentscheidungen haben. Hierbei bleiben diese Regelentscheidungen entweder über den kompletten Zeitschritt oder sogar über das Zeitintervall der Eingangsgrößen konstant, was zu Unstetigkeiten führen kann. Diese Unstetigkeiten können sich im Fall einer großen Zeitschrittweite oder einer indirekten Beeinflussung von Regelgrößen bei einer Parametervariation auch als Unstetigkeiten in den Zielfunktionswerten widerspiegeln.

TRNSYS ist ein komponentenorientiertes und dadurch modular aufgebautes Simulationsprogramm, bei dem durch die Zusammenschaltung der einzelnen Komponentenmodelle ein Systemmodell entsteht. Die Verbindungen der einzelnen



Komponenten werden diesbezüglich entsprechend der physikalischen Verschaltung des zu simulierenden Systems implementiert.<sup>39</sup> Die Differenzial- und algebraischen Gleichungen sind hierbei i.d.R. in den Komponenten formuliert und werden in den meisten Fällen auch dort getrennt von den übrigen Komponenten gelöst. Zusätzlich können allgemeine Differenzialgleichungen der Form (3.77) aber auch so formuliert sein, dass sie komponentenübergreifend gelöst werden müssen.

$$\frac{dT}{dt} = f(t, T) \quad (3.77)$$

Allgemein besteht das Lösungsverfahren bei TRNSYS aus einem iterativen Algorithmus, bei dem zu jedem Zeitschritt versucht wird, eine Konvergenz aller Komponenten und Differenzialgleichungen zu erlangen. Die Abarbeitung der Komponenten erfolgt dabei in einer vom Anwender festgelegten Reihenfolge. Hierbei werden, beginnend bei der ersten Komponente mit den Eingangsgrößen des letzten Zeitschritts und den Randbedingungen des aktuellen Zeitschritts, die Ausgangsgrößen dieser Komponente berechnet. Die meisten der Ausgangsgrößen stellen für weitere Komponenten Eingangsgrößen dar, die dann sofort neu gesetzt werden. Mit diesen neuen Eingangsgrößen und den aktuellen Randbedingungen der entsprechenden Komponenten wird daraufhin sukzessive das Verhalten aller anderen Komponenten berechnet. Nach der letzten zu berechnenden Komponente (und somit der Neubelegung aller Eingangsgrößen aller Komponenten) werden alle global formulierten Differenzialgleichungen integriert. Hierfür stehen verschiedene Lösungsverfahren, wie z.B. ein modifiziertes Euler-Verfahren, zur Verfügung.

Im Anschluss an diese Berechnung beginnt der Algorithmus mit den aktuell gesetzten Eingangsgrößen wieder von vorne. Hierbei werden aber nur noch die Komponenten neu berechnet, deren Eingangsgrößen und Variablen der Differenzialgleichungen sich von einer Iteration auf die nächste um mehr als einen anzugebenden Genauigkeitswert verändert haben. Gilt (3.78) für alle Eingangsgrößen aller Komponenten und (3.79)<sup>40</sup> für alle abhängigen Variablen der Differenzialgleichungen dieser Komponenten, ist das System für den aktuellen Zeitschritt gelöst.<sup>41</sup>

---

<sup>39</sup> Beispielsweise wird bei der Simulation von solarthermischen Anlagen die Austrittstemperatur aus dem Kollektor der Eintrittstemperatur in die Vorlaufleitung gleichgesetzt. Gleiches gilt in diesem Fall dann auch für die Massenströme.

<sup>40</sup> Anstelle der Verwendung von relativen Werten ermöglicht TRNSYS auch die Angabe von absoluten Toleranzgrenzen. Die Toleranzkriterien (3.78) und (3.79) müssen dann dementsprechend modifiziert betrachtet werden.

<sup>41</sup> Die meisten der in TRNSYS implementierten Komponenten zur Simulation von Solaranlagen verzichten jedoch auf die globale Berechnung von Differenzialgleichungen, so dass sich der iterative Algorithmus auf die Berechnung der Ein- und Ausgangsgrößen der Komponenten reduziert.

$$|\text{Input}_i^k - \text{Input}_i^{k-1}| < \max(\varepsilon_A, \varepsilon_A \cdot \text{Input}_i^k) \quad (3.78)$$

$$\frac{2}{|T_j^k| + |T_j^{k-1}|} < \varepsilon_D \quad \text{oder} \quad \frac{2 |T_\tau^k - T_\tau^{k-1}|}{|T_j^k| + |T_j^{k-1}|} < \varepsilon_D \quad (3.79)$$

Falls nach einer festgelegten maximalen Anzahl von Iterationen die Bedingungen (3.78) und (3.79) nicht erfüllt sind, wird die Simulation mit der bis dahin erreichten Näherungslösung fortgesetzt. Ähnlich wird vorgegangen, falls Regelentscheidungen von einer Iteration auf die nächste unterschiedlich ausfallen. Auf diese Art wäre keine Konvergenz des Systemverhaltens möglich, so dass ab einer festzulegenden Anzahl von Iterationen ein Schaltzustand festgesetzt wird. Auf diese Art muss zwar kein Fehler in Energiebilanzen in Kauf genommen werden, allerdings ergeben sich, z.B. bei der Variation von einzelnen Parametern, Unstetigkeiten im Simulationsergebnis.

Weitere Ungenauigkeiten in der Simulation resultieren aus der numerischen Abbildung einzelner Komponenten. Zum einen werden oftmals nicht alle Vorgänge physikalisch korrekt, sondern durch Näherungen oder Parametrisierungen abgebildet, was neben den prinzipiellen Unzulänglichkeiten der Modelle durch eine ungeeignete Parametrisierung zu Simulationsfehlern führen kann. Zum anderen ist zur numerische Berechnung des Verhaltens einzelner Komponenten oftmals eine Ortsdiskretisierung innerhalb der Komponenten erforderlich. Die zwei wesentlichen Realisierungsmöglichkeiten für Diskretisierungen in Strömungsrichtung sind Knotenmodelle und Plug-Flow-Modelle.

Knotenmodellen berechnen zu jedem Zeitschritt ortsfest die Energiebilanzen an verschiedenen Stellen in einer Komponente, wobei jeder Knoten ein festes Volumen der Komponente repräsentiert. Aufgrund dessen erfolgt zu jedem Zeitschritt numerisch eine Glättung von Temperaturverläufen. Diese wird durch Mischung des im Knotenvolumen vorhandenen Fluids mit neu hinzukommendem Fluid hervorgerufen und als numerische Dispersion bezeichnet [Drü94]. Bei dieser erfährt die (geglättete) Temperaturfront eine höhere Fortschrittsgeschwindigkeit als die eigentliche Fließgeschwindigkeit des Fluids. Daher erreicht eine Temperaturfront zu einem früheren Zeitpunkt einen Ort in der Komponente als das die Temperaturfront eigentlich transportierende Fluid.

Bei Plug-Flow-Modellen werden finite Volumenelemente unterschiedlicher Größe in Fluidrichtung durch die Komponente geschoben und die Energiebilanz für jedes Volumenelement getrennt berechnet. Hierbei erfolgt eine Glättung von Temperaturverläufen lediglich im Fall von numerischen Problemen bei der Darstellung der Plugs und beim Austritt eines Plugs aus der Komponente. Somit bieten Plug-Flow-Modelle Vorteile in der numerischen Berechnung von Temperaturverläufen. Da

aber für jeden Plug zusätzlich der Ort oder stellvertretend die Verweildauer innerhalb der Komponente bestimmt werden muss, lassen sich solche Modelle jedoch schwieriger in ADGL-Systeme integrieren [Uec01].

Neben Ungenauigkeiten in der Abbildung einzelner Komponenten können zusätzlich auch noch Ungenauigkeiten durch die Modellierung des Gesamtsystems auftreten. Solche Modellierungsfehler liegen vor, wenn z.B. mehrere Einzelkomponenten zu einem Gesamtmodell zusammengefasst werden, insbesondere aber auch dann, wenn spezielle Regelschemata vereinfacht werden. Allerdings führen nur die wenigsten der hier beschriebenen Ungenauigkeiten der Simulation zu Unstetigkeiten und damit einer Verkomplizierung des Optimierungsproblems. Ungenauigkeiten in der Abbildung der realen Gegebenheiten treten bei Optimierungsrechnungen bei allen Parametervariationen auf. Daher führen Abbildungsfehler zwar eventuell zu einer fehlerhaften Bestimmung sowohl des optimalen Parametervektors als auch des optimalen Zielfunktionswertes, Unstetigkeiten im Verlauf des Zielfunktionswertes aufgrund von Parametervariationen treten jedoch nicht auf.

Lediglich Regelentscheidungen (vor allem bei großen Simulationszeitschrittweiten und Intervallen der Eingangsgrößen) und Konvergenzprobleme der Simulation können zu Unstetigkeiten, bzw. stückweise nichtmonotonen Verläufen der Zielfunktionswerte in Abhängigkeit von Parametervariationen führen. Werden bei einer genügend kleinen Wahl der Konvergenzkriterien die Ungleichungen (3.78) und (3.79) in jedem Zeitschritt erfüllt, dürfte hiervon kein Problem ausgehen. Falls die Konvergenz aber häufig nicht gegeben ist, muss das komplette Simulationsergebnis in Frage gestellt werden, so dass das eigentliche Problem daher nicht erst durch Unstetigkeiten bei den Optimierungsergebnissen auftritt.

Für die Entstehung von Unstetigkeiten dürften daher mit ihrem Einfluss auf Regelentscheidungen große Simulationszeitschrittweiten und eine geringe Auflösung der Eingangsdaten entscheidender als Ungenauigkeiten in den abbildenden Modellen sein. Hierbei kommt es aber wiederum auf die Häufigkeit des Auftretens bezogen auf den Gesamtsimulationszeitraum sowie die Art der Zielfunktion an. Wird z.B. bei einer Jahressimulation ein integrierter Energiewert betrachtet, dürfte sich eine innerhalb eines Jahres einmal aufgetretene zeitlich verschobene oder anders ausgefallene Regelentscheidung praktisch nicht bemerkbar machen. Bei der Simulation von einzelnen Tagen könnte dagegen bereits ein einziger unterschiedlicher Schaltzustand größere Auswirkungen haben.

Ob daher aufgrund von Unzulänglichkeiten in der Simulation Unstetigkeiten bei der Optimierung auftreten, muss, auch wenn es in den meisten Fällen ausgeschlossen werden kann, jeweils im Einzelfall entschieden werden.

## 4 Planungsoptimierung

### 4.1 Optimierungsziel

Für die zur Optimierung einer Solaranlage notwendige Festlegung des Optimierungsziels und damit der Zielfunktion existieren mehrere Möglichkeiten. Die im Planungsstadium aus ökologischer Sicht sinnvollste Variante wäre die Minimierung des Gesamtprimärenergiebedarfs. Hierfür müssten jedoch z.B. mit GEMIS [Gem03] die Gesamtemissionen aller Komponenten bilanziert und mit dem während der Laufzeit zu erwartenden solaren Ertrag verrechnet werden. Eine solche Bilanzierung wurde z.B. von [Wag02] für ein solares Heizsystem in einem Passiv-Bürogebäude durchgeführt. Neben der hohen Komplexität und den Unsicherheiten dieses Vorgehens ist der Gesamtprimärenergiebedarf leider meist auch kein Kriterium für potentielle Investoren solarintegrierter Wärmeversorgungsanlagen. Käufer und Betreiber solcher Anlagen sind i.d.R. verpflichtet, die Kosten des Systems im Auge zu behalten. Daher bietet sich ohne eine Berücksichtigung oder Festlegung der Kosten auch eine Maximierung des solaren (Nutz-)Ertrags oder eine Minimierung des fossilen Nachheizenergiebedarfs nur bedingt an, da beide Ziele nur durch überdimensional große Systeme erreicht würden.

Um letzteres zu vermeiden, können entweder feste Kosten als Nebenbedingung vorgegeben oder als zweite Zielgröße zusätzlich die Minimierung der Investitions- und Betriebskosten eingeführt werden. Im ersten Fall würde die Definition der Nebenbedingung eine Optimierung sehr erschweren und die Verwendung von Straffunktionen erforderlich machen. Aber auch im zweiten Fall entstünde ein Zielkonflikt zwischen der Maximierung des Solarertrags bzw. der fossilen Energieeinsparung einerseits und der Minimierung der Investitions- und Betriebskosten andererseits. Durch die Wahl des solaren Wärmepreises als Zielgröße für die Optimierung eines Solarsystems im Planungsstadium, welcher Solarertrag und Kosten zu einer einzigen Größe zusammenfasst, kann aber das Problem der Optimierung einer Vektorfunktion (s. Kapitel 3.1.1) vermieden werden. Der solare Wärmepreis kann in diesem Fall durch (4.1) ausgedrückt werden:

$$\zeta = \text{Solarer Wärmepreis} = \frac{\text{Annuität}}{\text{Jährlicher solarer Nutzertrag}} \quad (4.1)$$

Die Berechnung der Annuität wird hierbei entsprechend dem Vorgehen bei [Rem99] durchgeführt, welches sich an den VDI-Richtlinien VDI 2067 zur Berechnung der Kosten von Wärmeversorgungsanlagen und VDI 6025 zur Wirtschaftlichkeitsberechnung orientiert. Lediglich die Kosten für den Pumpenstrom werden gemäß der simulierten Pumpenlaufzeiten berechnet. Die Annuität ist hierbei die jährliche Tilgung bei einer vorgegebenen Laufzeit der Anlagen und einem festen

Zinssatz für die Gesamtinvestitionssumme. Zur Ermittlung der Gesamtinvestitionen sind Annahmen für die Kosten aller Komponenten der Systeme notwendig. Zur Berechnung des jährlichen solaren Nutzertrags wurden Jahressimulationen mit Hilfe von TRNSYS durchgeführt.

Unter der Vielzahl von Parametern, die während der Planungsphase festgelegt werden müssen, ergeben sich je nach Anlagentyp (Vorwärmerspeichersystem, Direktdurchlaufsystem) zwischen 17 und 21 Parameter, die auch sinnvoll durch einen Optimierungsprozess angepasst werden können. Im Einzelnen sind dies:

- Kollektorfeldgröße,
- Neigung und Azimut-Ausrichtung des Kollektorfeldes.
- Rohrdurchmesser der primären Solarkreisleitung,
- Volumen des Pufferspeichersystems,
- UA-Werte der Wärmeübertrager zur Be- und Entladung der Pufferspeicher,
- Volumenströme zur solaren Beladung der Pufferspeicher, wobei das Kapazitätsstromverhältnis von Primär- und Sekundärseite gleich eins gewählt wurde,
- Volumenströme zur Entladung der Pufferspeicher, beim Vorwärmerspeichersystem ebenfalls mit einem Kapazitätsstromverhältnis von eins zwischen Primär- und Sekundärseite,
- Sensorpositionen zur Regelung der solaren Beladung am Pufferspeicher,
- Einlasspositionen zur solaren Beladung der Pufferspeicher,
- Kontrollparameter mit Schalthysteresen sowohl für die solar Beladung der Pufferspeicher auf der Primär- und Sekundärseite als auch zur Pufferspeicherentladung,

Neben diesen Parametern gibt es weitere, deren Variationen finanziell nur sehr schwierig zu bewerten sind, so dass sie nicht mitvariiert wurden, sondern gleich den Werten an den installierten Systemen gewählt wurden. Hierzu zählt z.B. die Dicke der Isolierung der Pufferspeicher, für die eine Änderung von Standardgrößen nach [Ort01] zu einem erheblichen finanziellen Mehraufwand führen würde. Zusätzlich gibt es Parameter, die den Optimierungsprozess erheblich komplizierter machen würden. Dies trifft z.B. für die Anordnung des Kollektorfelds zu. Diese hat erhebliche Auswirkungen auf den Druckverlust im Kollektorkreis, weshalb dieser Parameter mit dem Rohrdurchmesser hoch korreliert ist. Auch die Kollektorparameter ( $\eta_0, k_1, k_2, \dots$ ) wurden nicht verändert, da hierfür eine Auswahl handelsüblicher Kollektoren mit ihren jeweiligen Kosten getroffen werden müsste, auf die sich die Optimierung dann wiederum zu beschränken hätte.

Neben der Verbesserung der Systemeigenschaften kann eine automatisiert durchgeführte Optimierung der Solarsysteme dabei helfen, den Arbeitsaufwand für den Anlagenplaner zu verringern und Planungsfehler zu vermeiden. Hierzu ist es

notwendig zu untersuchen, ob eine solche Optimierung durchführbar ist, wie sie praktikabel gestaltet werden könnte, welche Einsparpotenziale bestehen und welche Methoden und Algorithmen gegebenenfalls zur Durchführung empfohlen werden können.

## 4.2 *Kostenfunktionen*

Da im Laufe einer Optimierung sowohl die Dimensionen als auch gegebenenfalls die Typen von einzelnen Komponenten variiert werden, müssen für die Berechnung der Kosten jeder untersuchten Verschaltung Kostenfunktionen für diese Komponenten berücksichtigt werden. Diese Funktionen müssen im kompletten Definitionsbereich der einzelnen Parameter gültig sein und wurden im Rahmen dieser Untersuchungen möglichst unabhängig von etwaigen Herstellern gewählt.<sup>42</sup>

Daher wurde bei den meisten Komponenten auf Funktionen zurückgegriffen, die anhand installierter Anlagen des Förderprogramms „Solarthermie-2000“ ermittelt wurden und in [Rem99] dargestellt sind. Lediglich bei den Komponenten Wärmeübertrager, Pufferspeicher und Pumpen wurde ein anderer Weg gegangen. Bezüglich Solarkreiswärmeübertrager und Pufferspeicher wurde auf Preisangaben der Fa. Scherer [Sche01] zurückgegriffen, bezüglich Pumpen wurden Funktionen anhand von Produktinformationen der Fa. WILO GmbH bzw. deren Pumpenauslegungssoftware WiloSelect [Wilo03] ermittelt. Die Bestimmung der Kosten für den Entladewärmeübertrager bei Berücksichtigung des volumenstromabhängigen UA-Wertes wurde aus [Wag99] ermittelt.

In Abhängigkeit von den Volumenströmen, den Rohrdurchmessern sowie Herstellerangaben über Druckverluste von Wärmeübertragern und Kollektoren [Wag99] wurde eine hydraulische Druckverlustberechnung in den Fluidkreisen durchgeführt. Eine Darstellung dieser Berechnung ist in Anhang A.11 zu finden. Durch die Zuordnung einer geeigneten Pumpe in Abhängigkeit des jeweiligen Druckverlusts wurden dann sowohl deren Investitionskosten als auch deren elektrische Leistungsaufnahmen festgelegt. Zur Berechnung der Annuität aus der Investitionssumme wurde eine Laufzeit von 20 Jahren bei einem Zinssatz von 6 % angenommen. Eine detaillierte Auflistung aller Kostenfunktionen kann Anhang A.9 entnommen werden. Die Vorschrift zur Berechnung der Gesamtannuität ist in Anhang A.10 zu finden.

---

<sup>42</sup> Für den Betrieb in der Praxis würde natürlich jeder Hersteller eigene Kostenfunktionen für seine speziellen Komponenten verwenden.

### 4.3 *Simulationsrechnungen*

Zur Durchführung der simulationsgestützten Optimierungsrechnungen wurden die untersuchten Anlagen in TRNSYS abgebildet. Mit dem datenbankbasierten Programm Meteororm [Met97] konnten Jahresdatensätze von Einstrahlung und Umgebungstemperatur mit einer Zeitauflösung von einer Stunde erstellt werden.<sup>43</sup> Verbrauchsprofile wurden durch Extrapolation des Warmwasserbedarfs einer dreiwöchigen Messphase (Auflösung der Messdaten: 1 Minute) an der Orthopädischen Klinik in Frankfurt mit einer Auflösung von ½ Stunde für das Vorwärmerspeichersystem erstellt.<sup>44</sup> Da beim Direktdurchlaufsystem die Pufferspeicherentladung durch die Dynamik der Warmwasserzapfungen bestimmt wird, war zur Untersuchung dieses Systems jedoch eine möglichst hohe Zeitauflösung nötig. Bei TRNSYS setzt der Simulationszeitschritt, für dessen Länge in diesem Fall sechs Minuten<sup>45</sup> gewählt wurde, eine obere Grenze für die Auflösung von Simulationseingangsdaten fest. Für die Auflösung des Verbrauchsprofils, welches wiederum aus den Messdaten erstellt wurde, konnte somit lediglich ebenfalls sechs Minuten gewählt werden.

Um die spezielle Entladestrategie beim Direktdurchlaufprinzip abbilden zu können, wurde ein neues TRNSYS-Modell entwickelt, welches mit Hilfe eines interaktiven Verfahrens den Volumenstrom auf der Primärseite bestimmt. Eine Beschreibung dieses Modells ist im Anhang 8 zu finden. Neben diesem neu entwickelten Entladeregler und den TRNSYS-Standardkomponenten fand zur Simulation des Kollektorfelds das Modell von [Isa95] und zur Simulation der Puffer- und des Brauchwasserspeichers das Modell von [Drü94] Verwendung.

### 4.4 *Optimierungsrechnungen*

Neben der Ermittlung des Optimierungspotenzials in der Planungsphase lag ein weiterer Schwerpunkt der vorliegenden Untersuchungen auf dem Vergleich der verschiedenen Optimierungsalgorithmen. Aufbauend auf den theoretischen Überlegungen aus Kapitel 3 sollte ermittelt werden, ob und welche Algorithmen sinnvoll im Planungsprozess eingesetzt werden können und welche Einschränkungen eventuell hierbei beachtet werden müssen.

---

<sup>43</sup> Auf die Verwendung hochaufgelöster Messdaten wurde verzichtet, da diese in einem realen Planungsprozess auch nicht für beliebige Standorte zur Verfügung stehen würden.

<sup>44</sup> Die Verwendung einer lediglich 3-wöchigen Messphase kann dadurch gerechtfertigt werden, dass die Hauptvariation von Krankenhausverbrauchsprofilen zwischen Werktag und Wochenende besteht, über das Jahr verteilt in den Messdaten aber nur geringe Veränderungen zu beobachten sind.

<sup>45</sup> Auf einem PC mit Pentium II Prozessor und 266 MHz Taktfrequenz dauerte eine Simulation mit diesen Einstellungen ca. 10 Minuten.

In diesem Prozess müssen eine Vielzahl von Parametern optimiert werden. Einige von diesen beeinflussen neben dem Solarertrag auch die Kosten des Systems. Durch die Wahl des solaren Wärmepreises als Zielfunktion dürften einige Parameter aufgrund dieser vermuteten gegenläufigen Effekte deutlich unterschiedlich starke Einflüsse auf die resultierende Zielfunktion haben. Zusätzlich ist zu erwarten, dass einige Einflüsse nicht-monoton sind, einige eventuell auch nicht-stetig und zusätzlich Korrelationen zwischen einigen Parameter auftreten.

All diese Punkte lassen vermuten, dass im Zielfunktionsraum neben einem globalen Minimum einige lokale Minima existieren, so dass zusammen mit der großen Parameteranzahl zu erwarten ist, dass evolutionäre Algorithmen und hierbei aufgrund der Möglichkeit der Diskretisierung der Parameter speziell *Genetische Algorithmen* gegenüber den klassischen Algorithmen Vorteile in den Konvergenzeigenschaften haben. Ob ein solcher Vorteil vorliegt und wie groß er gegebenenfalls ist, hängt von den Einflüssen der einzelnen Parameter ab, die mit Hilfe von Sensitivitätsanalysen ermittelt werden können.

Zu beachten ist weiterhin, dass einige Parameter aufgrund simulationstechnischer Anforderungen nur in bestimmten Bereichen variiert werden können.<sup>46</sup> Es ist zwar zu vermuten, dass sich das globale Optimum innerhalb dieser Grenzen befindet, trotzdem müssen Werte außerhalb dieser Grenzen, die bei den Parametervariationen entstehen können, abgefangen werden, bevor die jeweilige Simulation gestartet wird. Daher bietet sich hier die Verwendung von Straffunktionen nicht an, da diese, auch bei Verletzungen von Randbedingungen, die Ermittlung eines Zielfunktionswertes erfordern.

Eine Möglichkeit wäre die Verwendung des *Complex-Algorithmus* (s. 3.2.3), bei dem die Parameterwerte bei Überschreitungen des zulässigen Bereichs auf den Rand des Gebiets gesetzt werden. Um jedoch auch die Verfahren austesten zu können, die eigentlich keine Berücksichtigung von Nebenbedingungen vorsehen, wurden bei Verletzungen von Randbedingungen einheitlich keine Simulationen durchgeführt, sondern die Zielfunktionswerte wurden auf einen Ersatzwert gesetzt. Dieser musste groß genug gewählt werden, damit solche Parametersätze kein lokales Minimum darstellen, andererseits aber so klein wie möglich, so dass keine schlechte Konditionierung des Optimierungsproblems entsteht. Die Wahl des Ersatzwertes musste somit ähnlich wie die Gewichtungsfaktoren bei Straffunktionen an jedes Optimierungsproblem neu angepasst werden. Bei Genetischen Algo-

---

<sup>46</sup> So darf z.B. im Kollektormodell der Volumenstrom durch diesen aus numerischen Gründen nicht unterhalb eine bestimmte Grenze gesetzt werden, und wie fast alle Größen darf z.B. das Speichervolumen trivialerweise nicht negativ werden.



rithmen taucht das Problem der Verletzung von einfachen Randbedingungen aufgrund der Parameterdiskretisierungen nicht auf.

<b>Evolutionsstrategie</b>	
Individuen in der Elternpopulation	10
Individuen in der Nachkommenpopulation	60
Rekombination	Diskret, geschlechtlich
Mutation	Individuelle Standardabweichungen, keine Drehwinkel
Selektion	","-Variante, d.h. Auswahl nur aus Nachkommen
<b>Genetischer Algorithmus</b>	
Individuen in der Elternpopulation	10
Individuen in der Nachkommenpopulation	60
Codierung	Parameterwerte nicht äquidistant, Gray-Codierung
Länge der Einzel-Bitstrings	Je nach Parameter zwischen 4 und 8
Mutationswahrscheinlichkeit	1/Länge des Gesamtbitstrings
Kreuzungspunkte für die Rekombination	2
Rekombinationswahrscheinlichkeit	0.6
Selektionsalgorithmus	Rangbasiert
<b>Simplex-Algorithmus</b>	
Kontraktionsfaktor	0.5
Expansionsfaktor	2
Reflexionsfaktor	1
<b>Simuliertes Abkühlen</b>	
Verwendeter interner Algorithmus	Simplex-Verfahren
Temperaturstartwert	2-faches des zu erwartenden optimalen Zielfunktionswertes
Temperaturerniedrigung	10 %
Iterationsanzahl pro Temperaturerniedrigung	100
<b>Variable-Metrik-Methode</b>	
Verwendete Approximation	BFGS-Formel
<b>Konjugierte Gradienten-Methode</b>	
Verwendete Berücksichtigung	Polak-Ribiere-Formel
<b>Powell Algorithmus</b>	
Startsuehrichtungen	Entlang der Koordinatenachsen

Tab. 4.1: Einstellungen bei den verschiedenen Optimierungsalgorithmen. Speziell bei dem Verfahren der Simulierten Abkühlung muss der Parameter „Temperaturstartwert“ an das jeweilige Optimierungsproblem bzw. die Größe des erwarteten Zielfunktionswertes angepasst werden. Zusätzlich zu den in diesem Kapitel verwendeten Algorithmen sind auch die Einstellungen der Variablen-Metrik-Methode und des Verfahrens des Konjugierten Gradienten aufgeführt, die in Kapitel 5 eingesetzt wurden.

Neben der Auswahl unterschiedlicher Optimierungsalgorithmen können die Algorithmen selber zusätzlich noch mit verschiedenen Einstellungen benutzt und miteinander verglichen werden. Dies trifft vor allem auf die evolutionären Algorithmen zu, bei denen verschiedene Verfahrensweisen von Selektion, Mutation usw. möglich sind. Diese Untersuchungen hätten jedoch den Rahmen dieser Arbeit gesprengt, so dass hier auf die Empfehlungen aus der Literatur (z.B. [Bäc96],

[Wie96]) zurückgegriffen wurde. Die gewählten Einstellungen für die verschiedenen Algorithmen sind in Tab. 4.1 zusammengefasst.<sup>47</sup>

## 4.5 *Ergebnisse der Optimierungsrechnungen*

Da es bei den Optimierungsrechnungen um einen Vergleich mit einem bereits installierten System ging, musste versucht werden, die gleichen Randbedingungen zu verwenden, die auch während der ursprünglichen Planungsphase eingesetzt wurden. Nach [Ort01] sind die beiden häufigsten Randbedingungen, die Kunden im Vorhinein bei dem Kauf einer Solaranlage aufstellen:

- Eine Festlegung der Kollektorfläche, entweder aufgrund der zur Verfügung stehenden Dachfläche, Empfehlungen oder z.B. auch aus Prestige Gründen.
- Die Festlegung der Gesamtinvestitionssumme.

Im ersten Fall stellt die Kollektorfläche keinen zu bestimmenden freien Parameter mehr dar. Aber auch im zweiten Fall kann eine Festlegung der Kollektorfläche Sinn machen. Da bei einer Variation dieser Fläche die meisten anderen Komponenten optimalerweise in einem gewissen Rahmen mitskaliert werden sollten, werden die Gesamtkosten der Anlage im Wesentlichen durch die Kollektorfläche bestimmt. Daher kann aufgrund einer Festlegung der Kollektorfläche entsprechend der Größe des installierten Systems die Berücksichtigung der Randbedingung "Investitionskosten" umgangen werden, durch welche nach Kapitel 3.1.1 das Optimierungsproblem deutlich komplizierter werden würde. Somit wurden von den in Kapitel 4.1 dargestellten Parametern noch 17 zur Variation zugelassen.

Eine andere Lösungsvariante zur Einhaltung der ursprünglichen Investitionskosten wäre nach 3.2.3 stattdessen die Verwendung von Straffunktionen gewesen, die aber durch die Wahl der Gewichtung des Straffunktionsterms und den solaren Wärmekosten eine Willkürlichkeit in die Optimierung eingebracht hätte, die zumindest den Vergleich mit dem tatsächlich installierten System zusätzlich in Frage stellen würde.

Abb. 4.1 zeigt die Ergebnisse der Optimierung der solaren Wärmekosten für die Solaranlage der Maingau-Klinik (Entladung im Direktdurchlaufprinzip) in Frankfurt für verschiedene Optimierungsalgorithmen. Aufgetragen ist die Entwicklung des solaren Wärmepreises in Cent/kWh in Abhängigkeit von der Anzahl der Simulationen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind für jeden Algorithmus nicht die Zielfunktionswerte aller getesteter Parametervektoren im Optimierungsverlauf dargestellt, sondern nur diejenigen, die nach der entsprechenden Anzahl von Simulationen die jeweils besten Zielfunktionswerte aller bis dahin getesteter Parametervektoren aufwiesen.

---

<sup>47</sup> Diese Einstellungen sind auch für die Optimierungsrechnungen in den nachfolgenden Kapiteln gültig.

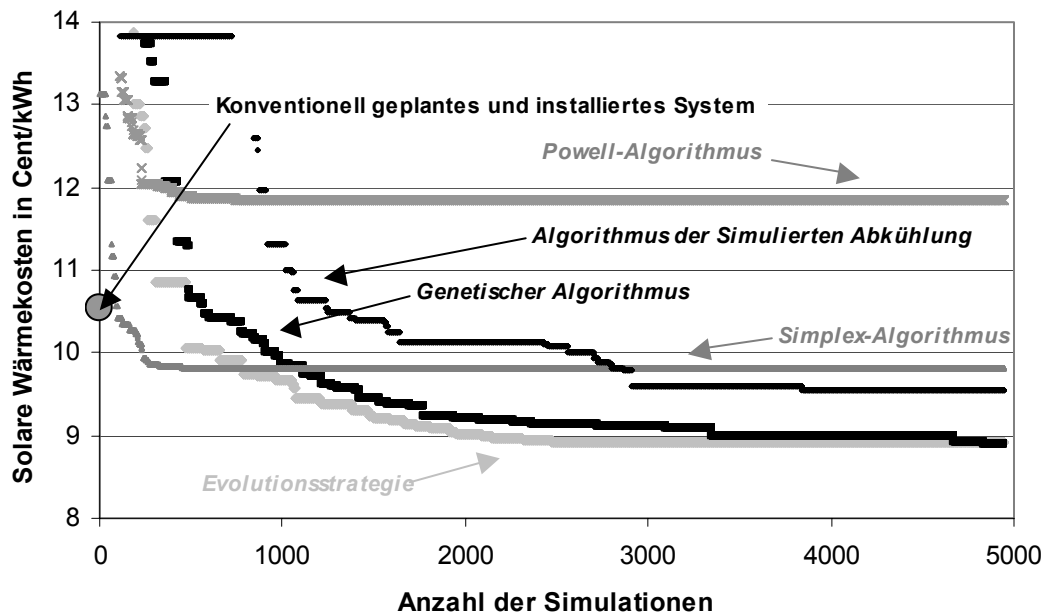


Abb. 4.1: Entwicklung der solaren Wärmekosten in Abhängigkeit von der Anzahl der Simulationen für verschiedene Optimierungsalgorithmen während einer nachträglich durchgeführten Planungsoptimierung der solaren Wärmeversorgungsanlage der Maingau-Klinik in Frankfurt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind für jeden Algorithmus nicht die Zielfunktionswerte aller getesteter Parametervektoren im Optimierungsverlauf dargestellt, sondern nur diejenigen, die nach der entsprechenden Anzahl von Simulationen die jeweils besten Zielfunktionswerte aller bis dahin getesteter Parametervektoren aufwiesen. Der graue Wert auf der Ordinatenachse repräsentiert die geschätzten solaren Wärmekosten für das auf konventionelle Art und Weise geplante und so auch installierte System.

Zu erkennen ist, dass mit Hilfe der evolutionären Algorithmen der beste solare Wärmepreis erzielt wird, der, verglichen mit dem Wert des real installierten Systems, eine Verbesserung von ca. 16 % darstellt. Diesbezüglich stellt Tab. 4.2 für die einflussreichsten Parameter installierte und mit dem *Genetischen Algorithmus* optimierte Werte gegenüber. Eine deutliche Auswirkung auf den solaren Wärmepreis hat hierbei mit ca. 3 % eine Reduzierung der Volumenströme im Solarkreis, welche die Wahl einer kleineren und somit preisgünstigeren Pumpe ermöglicht und den Pumpenstromverbrauch verringert.<sup>48</sup> Die Bestimmung eines optimalen UA-Wertes des Solarkreiswärmeübertragers von ca. 140 W/m<sup>2</sup>K bestätigt das Ergebnis von [Vaj96], dass, ausgehend von derzeitigen Planungsrichtlinien, durch eine Vergrößerung des UA-Wertes deutliche Solarertragssteigerungen möglich sind. Die

<sup>48</sup> Insgesamt steigt allerdings der Pumpenstromverbrauch beim Übergang vom Referenz- zum optimierten System aufgrund längerer Pumpenlaufzeiten und des geringeren Rohrdurchmessers, welcher zu einem höheren Druckverlust in der Kollektorleitung führt, leicht an. Insgesamt sind aber für beide Systeme die primärenergetisch bewerteten Stromverbräuche mit ca. 3 % des solaren Nutzertrags relativ gering.

Verringerung des Rohrdurchmessers bestätigt dagegen heutige Planungsempfehlungen und ermöglicht am untersuchten System mit ca. 2 % ebenfalls eine deutliche Reduzierung des solaren Wärmepreises. In der Summe haben die Regelparameter zwar ebenfalls einen deutlichen Einfluss auf den solaren Wärmepreis, speziell deren Bestimmung ist aber aufgrund der geringen Auflösung der Eingangsdaten und des relativ großen Simulationszeitschritts ungenau. Eine ausführliche Diskussion aller Parameter ist im Anhang A.12 zu finden.

	Installiertes System	Optimiertes System
Solarer Wärmepreis	10.5 Cent/kWh	8.8 Cent/kWh
Solarvolumenstrom im Primärkreis	13 Liter/m <sup>2</sup> h	8 Liter/m <sup>2</sup> h
UA-Wert des Solarkreiswärmeübertragers	74.2 W/m <sup>2</sup> K	140 W/m <sup>2</sup> K
Rohrdurchmesser der primären Solarkreisleitung	40 mm	25 mm
Pufferspeichervolumen	4000 Liter	4000 Liter

Tab. 4.2: Vergleich einiger ausgewählter Parameter der Maingau-Klinik in Frankfurt vor und nach der Optimierung, welche in diesem Fall mit einem Genetischen Optimierungsalgorithmus durchgeführt wurde. Die Kollektorfläche wurde auch in der Optimierung konstant auf 150 m<sup>2</sup> gesetzt.

Bezüglich der Konvergenzgeschwindigkeit hat die *Evolutionsstrategie* verglichen mit dem *Genetischen Algorithmus* auf den ersten Blick leichte Vorteile. Die klassischen nicht-stochastischen Algorithmen konvergieren zwar wesentlich schneller als die evolutionären Algorithmen, bleiben jedoch in lokalen Minima stecken. Der beste Parametervektor, den der *Powell-Algorithmus* ermittelt, weist einen solaren Wärmepreis auf, der um ca. 33 % über dem vom Genetischen Algorithmus ermittelten „optimalen“ Wert liegt, der beste Parametervektor des *Simplex-Algorithmus* hat immerhin noch eine Abweichung von 11 %. Eine Sonderstellung nimmt der *Algorithmus der Simulierten Abkühlung* ein. Dieser ermittelt unter den klassischen Algorithmen zwar den besten solaren Wärmepreis, zeigt aber ein Konvergenzverhalten, welches dem der evolutionären Algorithmen ähnelt.

Dass aber trotzdem auch die klassischen Algorithmen bei der Optimierung von Solaranlagen während der Planungsphase eingesetzt werden können, verdeutlicht Abb. 4.2, in der die gleiche Darstellungsweise wie in Abb. 4.1 gewählt wurde. Bei der Anwendung der klassischen Algorithmen wurden die zu optimierenden Parameter  $x_i$  jedoch jeweils in Abhängigkeit ihrer zulässigen Variationsbereiche entsprechend (4.2) auf das Intervall  $[0,1]$  transformiert. Die Aufhebung unterschiedlicher Wertebereiche (z.B. Speichervolumen im Bereich mehrerer tausend Liter und Regelungsparameter im Bereich einiger Kelvin) reduziert somit zum Teil die Verzerrung des Zielfunktionsgebietes. Zum Vergleich sind die Ergebnisse der Optimierung mit der *Evolutionsstrategie* aus Abb. 4.1 noch einmal dargestellt.

$$\tilde{x}_i = \frac{x_i - u_i}{v_i - u_i} \quad (4.2)$$

Aufgrund dieser Transformation zeigt der Powell-Algorithmus ein sehr gutes Verhalten. Neben einer sehr schnellen Konvergenz wird ein Parametervektor ermittelt, der nahezu einen gleichen solaren Wärmepreis hat wie der beste Parametersatz der *Evolutionsstrategie*. Auch der *Simplex-Algorithmus* findet einen besseren Parametersatz als ohne Parameternormierung. Der Algorithmus der Simulierten Abkühlung zeigt dagegen in diesem Fall ein schlechteres Verhalten als ohne Normierung. Dies verdeutlicht, dass eine Normierung allein nicht immer zielführend ist und gute Startbedingungen den Optimierungsverlauf ebenfalls in einem deutlichen Maße beeinflussen. Bei evolutionären Algorithmen ist eine Normierung nicht erforderlich, da *Evolutionsstrategien*, zumindest im Fall des Standardmutationsverfahrens, individuelle Standardabweichungen für alle Parameter verwenden und *Genetische Algorithmen* eine Normierung durch die Diskretisierung und Codierung der Parameter bereits implizit berücksichtigen.

Aufgrund dieser Diskretisierung und der geringen Wahrscheinlichkeiten zur Durchführung von Mutation und Rekombination werden bei *Genetischen Algorithmen* oftmals Parametersätze erzeugt, die bereits getestet worden waren. Werden diese redundanten Simulationsaufrufe<sup>49</sup> vernachlässigt, haben *Evolutionsstrategie* und *Genetischer Algorithmus* wie in Abb. 4.2 zu erkennen eine praktisch gleich hohe Konvergenzgeschwindigkeit und erreichen auch ähnliche Werte des solaren Wärmepreises.<sup>50</sup> Die Ergebnisse aller Optimierungsläufe zur Planungsoptimierung sowie deren jeweilige optimale Parametervektoren sind in Anhang A.12 aufgelistet.

Die Bedingungen für eine Optimierung mit klassischen Algorithmen verbessern sich auch dann, wenn bereits vor der Optimierung Informationen für den Prozess verwendet werden können. Falls bereits im Vorfeld durch Plausibilitätsbetrachtungen die Lage des Optimums näherungsweise bekannt ist, können die erlaubten Variationsbereiche der einzelnen Parameter stark eingeschränkt werden. Innerhalb dieses Bereichs sollte sich dann die Anzahl der verbleibenden lokalen Optima genügend reduziert haben, so dass auch die klassischen Algorithmen das globale Optimum bzw. eine Näherung detektieren können.

Eine weitere Möglichkeit, das Optimierungsproblem für die klassischen Algorithmen zu vereinfachen, stellt die Reduzierung der zu optimierenden Parameter dar. Hierbei brauchen Parameter, deren Optimalwerte entweder von vorneherein bekannt sind oder die nur geringen Einfluss auf den solaren Wärmepreis haben, bei

---

<sup>49</sup> Durch einen Vergleich mit bereits evaluierten Parametersätzen kann im Optimierungstool ein wiederholter Simulationsaufruf vermieden werden.

<sup>50</sup> Da die Parameterwerte bei der *Evolutionsstrategie* als kontinuierlich angenommen wurden, der *Genetische Algorithmus* hingegen diskrete Werte benutzt, sind sowohl die durch die Algorithmen bestimmten optimalen Parametersätze als auch die zugehörigen Wärmepreise nicht genau identisch.

einer Optimierung nicht weiter berücksichtigt werden. Dieses Vorgehen führt jedoch, wie in [Kra01] gezeigt, bei evolutionären Algorithmen zu keiner nennenswerten Verbesserung der Konvergenzeigenschaften.

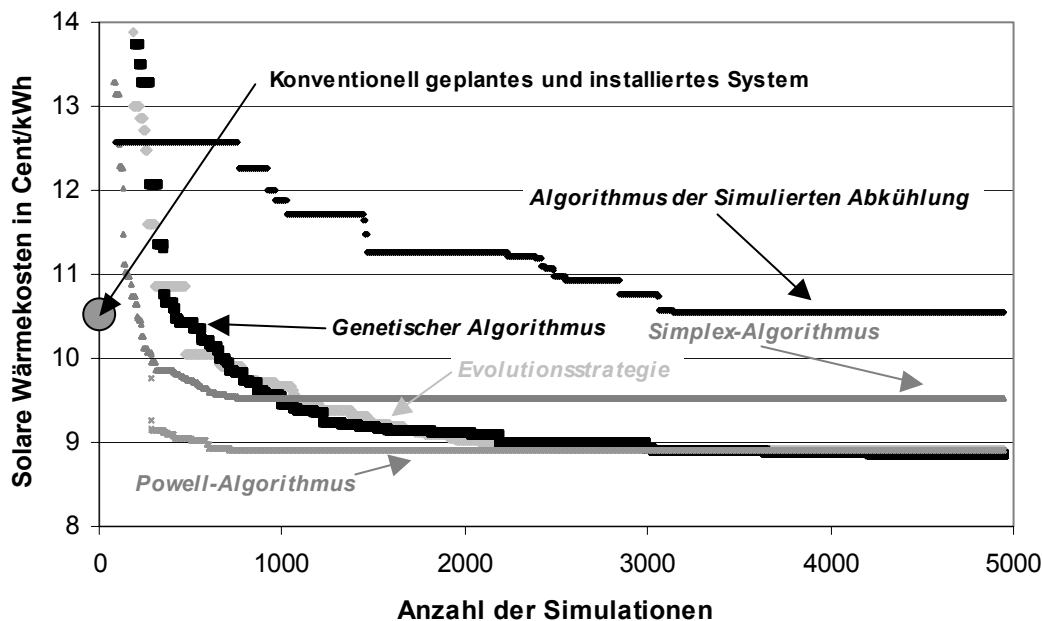


Abb. 4.2: Vergleich der Algorithmen aus Abb. 4.1 nach einer Anpassung an das Optimierungsproblem. Wiederum ist die Entwicklung der solaren Wärmekosten in Abhängigkeit von der Anzahl der Simulationen für die solare Wärmeversorgungsanlage der Maingau-Klinik in Frankfurt dargestellt. Für die drei klassischen Algorithmen Powell, Simplex und Simulierte Abkühlung wurden normierte Parameterwerte betrachtet, beim Genetischen Algorithmus wurden die redundanten Simulationsaufrufe vernachlässigt. Zur Orientierung sind die Ergebnisse der Evolutionsstrategie aus Abb. 4.1 nochmalig aufgeführt. Der graue Wert auf der Ordinatenachse repräsentiert wiederum die geschätzten solaren Wärmekosten für das auf konventionelle Art und Weise geplante und so auch installierte System.

Der hier dargestellte Algorithmenvergleich erlaubt jedoch aus mehreren Gründen nur ein eingeschränktes Fazit: Da die untersuchten Algorithmen unterschiedliche Startbedingungen sowohl in der Anzahl als auch in den Werten der Startvektoren verlangen, müssten für einen allgemeingültigen Vergleich die gesamten Optimierungsdurchläufe aller Algorithmen mit vielen unterschiedlichen Startvektoren mehrfach wiederholt werden. Dies war im Rahmen dieser Arbeit allerdings nur eingeschränkt möglich. Speziell die Diskretisierung der Parameterwerte beim Genetischen Algorithmus führt dazu, dass die Algorithmen nicht auf exakt die gleichen Ergebnisse kommen können. Wie nahe das Optimum, ermittelt durch einen Genetischen Algorithmus, bei einem Optimum der anderen Algorithmen liegen kann, hängt insbesondere von der gewählten Parameterauflösung ab.

Hinzu kommt, dass die einzelnen Algorithmen (hier speziell die *Simulierte Abkühlung* und die evolutionären Algorithmen) nicht bezüglich ihrer internen Parameter

(s. Tab. 4.1) optimiert wurden und es somit sein kann, dass für das spezielle Problem die hier gewählten internen Parameter nicht geeignet sind. Dies muss dann aber nicht heißen, dass der entsprechende Algorithmus auch für dieses spezielle Anwendungsproblem ungeeignet ist.

Noch schwieriger gestaltet sich aber die Ermittlung des Optimierungspotenzials, in diesem Fall also der Vergleich mit dem installierten System. Für diesen Vergleich müssten sowohl bei der konventionellen Planung als auch bei der Planung mit einer automatisiert durchgeführten Optimierung exakt die gleichen Randbedingungen angenommen werden. So müssten bei der Optimierung auch spezielle Wünsche des Käufers (z.B. eine bestimmte solare Deckungsrate oder eine maximale Investitionssumme) oder andere Randbedingungen wie z.B. Dachaufbauten oder Größen von Kellerräumen berücksichtigt werden. Beispielsweise kann es statt einer auf solaren Wärmepreis optimierten Dimensionierung sinnvoll sein, diese komponentenschonend zu wählen (z.B. Überhitzungsschutz, Reduzierung von Pumpentakten).

Weiterhin müssten bei beiden Planungsvarianten identische Kostenfunktionen, die somit herstellerepezifisch sein müssen, angesetzt werden. Dies ist bei der nachträglich durchgeführten Optimierung bestehender Systeme problematisch, da die genauen Abhängigkeiten sowie Besonderheiten wie Rabatte auf bestimmte Komponenten, die zum Zeitpunkt der Planung vorlagen, schwierig zu rekonstruieren sind. Zusätzlich muss sichergestellt sein, dass auch bei der konventionellen Planung die Zielgröße ein möglichst geringer solarer Wärmepreis war. Darüber hinaus wird der Vergleich der Planungsvarianten dadurch beeinflusst, wie realistisch der solare Wärmepreis durch die Simulation bestimmt werden kann. Dies hängt jedoch neben Unzulänglichkeiten in der Modellierung einzelner Komponenten und des Gesamtsystems von der verwendeten Simulationsschrittweite, dem benutzten Konvergenzkriterium des Simulationsprogramms und der Auflösung der Eingangsdaten ab. Da aber zur Reduzierung der Gesamtsimulations- und Optimierungsdauer sowohl für die Eingangsdaten als auch für den Simulationszeitschritt eine Auflösung von sechs Minuten gewählt wurde, ist die Abbildung z.B. der Regelungsmechanismen relativ ungenau.

Aber auch wenn all diese Bedingungen erfüllt wären, hinge das Optimierungspotenzial immer noch von dem Geschick des speziellen Planers im ursprünglichen konventionellen Planungsvorgang ab und könnte daher je nach Planer und je nach System sehr unterschiedlich sein. Daher repräsentiert der Wert von 16 % aus Abb. 4.1 lediglich einen Anhaltspunkt. Allerdings konnte bei der Untersuchung der Solaranlage der Orthopädischen Klinik in Frankfurt gezeigt werden, dass der auf gleiche Weise bestimmte Wert für dieses System mit 14 % in einer ähnlichen

Größenordnung liegt. Tab. 4.3 verdeutlicht, dass in diesem Fall die Reduzierung im Wesentlichen aus einer Verkleinerung des Pufferspeichervolumens und wiederum aus einer Reduzierung der Volumenströme und einer Vergrößerung des UA-Wertes des Solarkreiswärmeübertragers resultiert. Eine tiefere Diskussion dieser Ergebnisse ist in [Kra02b] zu finden.

	Installiertes System	Optimiertes System
Solarer Wärmepreis	9.1 Cent/kWh	7.8 Cent/kWh
Solarvolumenstrom im Primärkreis	12 Liter/m <sup>2</sup> h	10 Liter/m <sup>2</sup> h
UA-Wert des Solarkreiswärmeübertragers	70.8 W/m <sup>2</sup> K	140 W/m <sup>2</sup> K
Rohrdurchmesser der primären Solarkreisleitung	32 mm	32 mm
Pufferspeichervolumen	9000 Liter	6000 Liter

Tab. 4.3: Vergleich einiger ausgewählter Parameter der Orthopädischen Klinik in Frankfurt vor und nach der Optimierung, welche mit einem Genetischen Optimierungsalgorithmus durchgeführt wurde. Die Kollektorfläche wurde auch in der Optimierung konstant auf 240 m<sup>2</sup> gesetzt.

Ein mit dieser Vorgehensweise vergleichbarer Ansatz wurde in [Rat98a] verfolgt. Dort wurde ebenfalls eine große solarintegrierte Wärmeversorgungsanlage bezüglich des solaren Wärmepreises optimiert. Mit Hilfe einer einfachen zweigliedrigen (1,1)-Evolutionstrategie, bestehend aus Mutation und Selektion, konnte der berechnete solare Nettoenergiepreis, verglichen mit dem installierten System, durch eine Variation von fünf Parametern um ca. 25 % gesenkt werden. In [Schr01] wurde der Complex-Algorithmus verwendet, um an einem Vorwärmerspeichersystem die Fläche des Entladewärmeübertragers, die beiden Volumenströme sowie das Volumen des Vorwärmerspeichers zu optimieren und mit aufwändigen Parametervariationen zu vergleichen. Hierbei bestätigten die Optimierungsrechnungen die Ergebnisse der Parametervariationen, wonach sowohl die Fläche des Entladewärmeübertragers als auch die Größe des Vorwärmerspeichers nur einen geringen Einfluss auf den solaren Wärmepreis haben.

#### 4.6 Einfluss des Verbrauchsprofils auf die Dimensionierung

Neben der Optimierung von Systemen bieten Optimierungsrechnungen die Möglichkeit, Regeln für geeignete Komponentendimensionierungen in Abhängigkeit von den Randbedingungen, wie z.B. den Kostenfunktionen, dem Verbrauchsprofil, dem Standort oder festgelegten Kollektorflächen, zu eruiieren. Beispielsweise wurde in [Loo02] ein genetischer Algorithmus verwendet, um eine große solarintegrierte Warmwasserbereitungsanlage durch die Variation von vier Parametern (bei einer maximalen Anzahl von 6750 möglichen Parameterkonfigurationen) bezüglich der Payback-Zeit des Systems zu optimieren. Hierbei lag das Hauptaugenmerk auf der Variation des Warmwasserverbrauchs.



Die optimale Dimensionierung eines Solarsystems wird in einem großen Maße durch das Verbrauchsprofil beeinflusst, wobei dieses aber zum Planungszeitpunkt häufig nur ungenau bekannt ist. Daher wurde untersucht, welchen Einfluss die Veränderung des Profils auf die optimale Auslegung hat und welche Verschlechterung in Kauf genommen werden muss, wenn ein System mit einem falschen Verbrauch geplant wurde. In diesem Fall wurde die Festlegung auf eine bestimmte Kollektorfläche aufgegeben, da nicht mehr der Vergleich mit einem realen System im Vordergrund stand und insbesondere die komplette Dimensionierung untersucht werden sollte. Somit wurden für das System der Maingau-Klinik 18 Parameter mit Hilfe des *Genetischen Algorithmus* für drei verschiedene Zapfmengen optimiert.

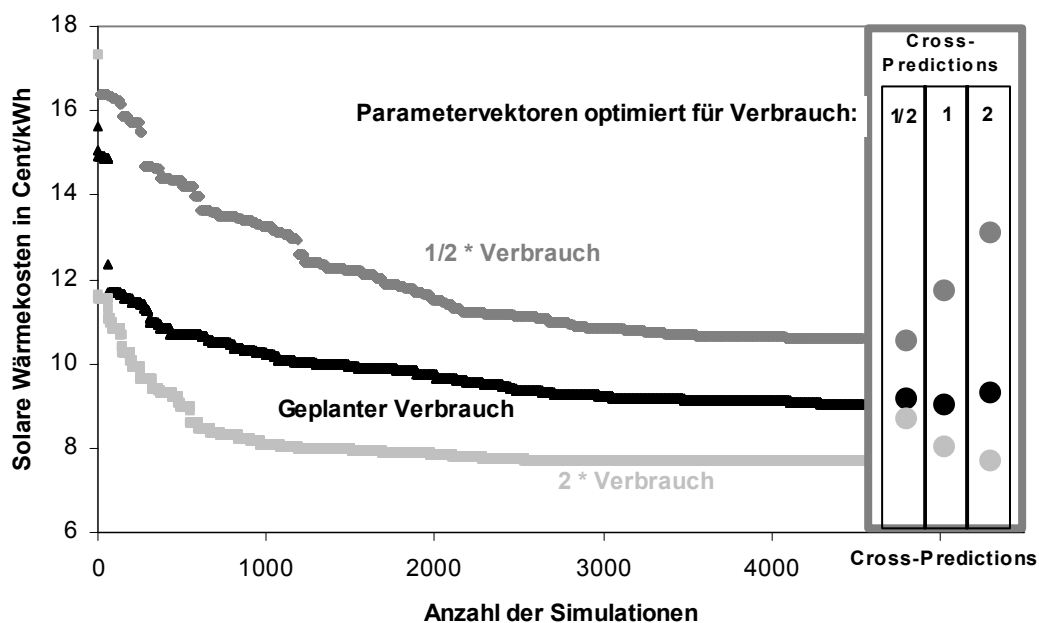


Abb. 4.3: Einfluss des Verbrauchsprofils auf die optimale Dimensionierung eines Solarsystems, bei der zusätzlich zu den Parametern aus den vorherigen Unterkapiteln auch die Kollektorfläche mitvariiert wurde. Dargestellt ist der mit einem Genetischen Algorithmus ermittelte Optimierungsverlauf für den ursprünglich geplanten Warmwasserverbrauch (schwarze Kurve). Zusätzlich wurden Optimierungsrechnungen mit einem doppelt so großen (hellgraue Linie) und mit einem halb so großen (dunkelgraue Linie) Verbrauch durchgeführt. Somit wurde für jeden der drei Verbrauchsmengen ein optimaler Parametervektor ermittelt. Im rechten Teil des Diagramms sind zusätzlich Ergebnisse von Cross-Predictions dargestellt, bei denen die drei ermittelten optimalen Parametervektoren in Simulationen mit den beiden jeweils anderen Verbrauchsmengen eingesetzt wurden. Die Spalte gibt hierbei an, bei welchem Verbrauch der Parametervektor ermittelt wurde. Die Farbe der Punkte bezeichnet den Verbrauch, an dem dieser Parametervektor dann überprüft wurde.

In Abb. 4.3 zeigt sich erwartungsgemäß, dass das System mit dem höchsten Verbrauch auf die niedrigsten solaren Wärmekosten, das mit dem niedrigsten

Verbrauch auf die höchsten Wärmekosten kommt. Einige der entscheidenden Systemparameter sind in Tab. 4.4 zusammengestellt.

Darüber hinaus wurden Cross-Predictions durchgeführt, die im rechten Teil von Abb. 4.3 zu erkennen sind. Bei diesen wurden die mit den drei Verbrauchsmengen ermittelten optimalen Parametervektoren jeweils in Simulationen mit den beiden anderen Profilen eingesetzt. Hierbei sollte ermittelt werden, welche Verschlechterung bei einer fehlerhaften Annahme des Verbrauchsprofils in Kauf genommen werden muss. Mit ca. 24 % maximaler Abweichung vom optimalen solaren Wärmepreis (bei halbem Verbrauch und einer auf doppelten Verbrauch optimierten Auslegung, d.h. der Verbrauch ist nur ein Viertel des Geplanten) hat das Verbrauchsprofil in diesem Fall einen deutlichen Einfluss auf den solaren Wärmepreis.

Verbrauch	Kollektorfläche	Speichervolumen	UA-Wert Solarkreis-Wärmeübertrager	Durchmesser Kollektorkreisleitung	Solare Deckungsrate <sup>51</sup>
6000 Liter/Tag	115 m <sup>2</sup>	4000 Liter	208 W/m <sup>2</sup> K	25 mm	46 %
12000 Liter/Tag	190 m <sup>2</sup>	5000 Liter	173 W/m <sup>2</sup> K	25 mm	40 %
24000 Liter/Tag	250 m <sup>2</sup>	6000 Liter	134 W/m <sup>2</sup> K	32 mm	28 %

Tab. 4.4: Optimale Parameterwerte in Abhängigkeit vom Warmwasserverbrauch bei einer Nutzttemperatur von 60°C.

Die Abweichungen sind jedoch nicht symmetrisch zu beiden Seiten. Stattdessen führt, bezogen auf die solaren Wärmekosten, ein auf einen zu großen Verbrauch dimensioniertes System aufgrund höherer Systemverluste zu einer stärkeren Erhöhung der Wärmekosten als ein zu klein dimensioniertes System. Bei einer Halbierung des Verbrauchs ergab sich eine maximale Abweichung von 11 %. Falls bei der gleichen Auslegung ein doppelt so großer Verbrauch angenommen wurde, ergab sich mit dieser Dimensionierung eine Abweichung von lediglich 4 % verglichen mit einer optimalen Auslegung für den doppelten Verbrauch. Allerdings kann ein für einen zu niedrigen Verbrauch optimal dimensioniertes System geringe solare Deckungsraten nach sich ziehen. Trotzdem sollten aber bei Unsicherheiten bezüglich des zu erwartenden Warmwasserverbrauchs während der Planung von Solar-systemen besser niedrigere Werte angenommen werden. Zudem haben Erfahrungen mit installierten Systemen gezeigt, dass der tatsächliche Verbrauch, verglichen mit dem während der Planung angenommenen Wert, häufig geringer ist. Der Fall, dass der spätere Verbrauch sich als höher herausstellt, tritt deutlich seltener ein.

<sup>51</sup> Diese ist definiert als Quotient von solarem Nutzertrag am Entladewärmeübertrager des Pufferspeichers und Warmwasserverbrauch bei einer Entnahmetemperatur von 60 °C. Verluste des Nachheizspeichers sowie Wirkungsgrade der Nachheizung wurden nicht berücksichtigt.

In [Kra02a] wurden ähnliche Untersuchungen durchgeführt, dort jedoch mit einer konstanten Kollektorfläche. Diese ergaben, dass im Fall konstanter Kollektorflächen lediglich eine Erhöhung der solaren Wärmekosten um maximal 5 % in Kauf genommen werden muss, selbst wenn sich geplanter und eingetretener Verbrauch um einen Faktor drei unterscheiden. Ist die Kollektorfläche einmal festgelegt, führt eine „gut“ aufeinander abgestimmte Dimensionierung zu zufrieden stellenden Ergebnissen, auch wenn sich der Verbrauch später im realen System wesentlich verändert.

## 4.7 Sensitivitätsanalysen

Neben einer Einordnung des Optimierungsproblems zur Auswahl eines günstigen Optimierungsalgorithmus sollte aufgrund des relativ großen Aufwands einer Optimierungsrechnung für den praktischen Betrieb eine Vereinfachung des Optimierungsproblems angestrebt werden. Hierfür müssen die einflussreichen Parameter identifiziert werden, damit sich eine Optimierung dann hauptsächlich auf diese konzentrieren kann. Dazu müssen die Einflüsse einzelner Parameter auf den Zielfunktionswert untersucht werden, wobei sowohl der Verlauf des Einflusses in Abhängigkeit von einer Parametervariation als auch der absolute Betrag entscheidend ist. Zusätzlich muss berücksichtigt werden, inwiefern die Einflüsse der Parameter untereinander korreliert sind. Zur Bestimmung dieser Einflüsse bietet sich die Verwendung von Sensitivitätsanalysen an.

### 4.7.1 Methoden zur Sensitivitätsanalyse

Die verbreitetsten Verfahren zur Sensitivitätsanalyse sind *Differenzielle Sensitivitätsanalysen (DSA)* sowie *Monte-Carlo Analysen (MCA)*, deren Funktionsweisen in [Lom92] beschrieben sind und dort im Bereich thermischer Gebäudesimulationen miteinander verglichen wurden. Beide Techniken untersuchen die Einflüsse der Parameter auf eine Zielfunktion  $f(\mathbf{p})$  in der Umgebung eines speziellen Punkts  $\mathbf{p}_0$ , wobei die  $n$  Parameter durch den  $n$ -dimensionalen Vektor  $\mathbf{p}$  repräsentiert werden.

Der Hauptunterschied zwischen *DSA* und *MCA* besteht darin, dass mit Hilfe von *DSA* Informationen über die Einflüsse jedes einzelnen Parameters unabhängig von den anderen Parametern ermittelt werden können, wogegen mit *MCA* nur eine totale Sensitivität am Punkt  $\mathbf{p}_0$  bestimmt werden kann. Allerdings liefert *DSA* nur dann belastbare Ergebnisse, wenn die Einflüsse aller Parameter auf den Zielfunktionswert näherungsweise linear und superponierbar, d.h. unkorreliert, sind. Für *MCA* gilt diese Einschränkung nicht.

Werden die  $\delta_j$  für  $j=1\dots n$  interpretiert als im Vektor  $\delta$  zusammengefasste Standardabweichungen der einzelnen Parameter, dann werden mit *DSA* entsprechend (4.3) für jeden Parameter vier Zielfunktionswerte ermittelt:

$$f(\mathbf{p}_0) - f(\mathbf{p}_0 + m \cdot \delta_j \cdot \mathbf{e}_j) \quad \text{für } j = 1 \dots n, m \in \{-2, -1, 1, 2\} \quad (4.3)$$

Damit die Linearität der einzelnen Einflüsse gewährleistet ist, muss (4.4) erfüllt sein, für deren Superponierbarkeit (4.5):

$$f(\mathbf{p}_0 + m \cdot \delta_j \cdot \mathbf{e}_j) \stackrel{!}{=} f(\mathbf{p}_0) + m \cdot [f(\mathbf{p}_0 + \delta_j \cdot \mathbf{e}_j) - f(\mathbf{p}_0)] \quad \text{für } j = 1 \dots n, m \in \{-2, -1, 1, 2\} \quad (4.4)$$

$$f(\mathbf{p}_0 + m \cdot \boldsymbol{\delta}) \stackrel{!}{=} f(\mathbf{p}_0) + \sum_{j=1}^n [f(\mathbf{p}_0 + m \cdot \delta_j \cdot \mathbf{e}_j) - f(\mathbf{p}_0)] \quad \text{für } m \in \{-2, -1, 1, 2\} \quad (4.5)$$

Im Gegensatz zu *DSA* kann mit *MCA* eine Sensitivität auch dann ermittelt werden, wenn (4.4) und (4.5) nicht erfüllt sind, wobei jedoch die Bestimmung von Einzelsensitivitäten mit Hilfe des Verfahrens nicht möglich ist. Bei *MCA* wird jedem Parameter eine Wahrscheinlichkeitsverteilung zugeordnet. Diese ist typischerweise eine Normalverteilung, bei der Parameterwerte in der Nähe von  $\mathbf{p}_0$  häufiger auftreten. Anhand dieser Verteilungen werden  $N_{MC}$  Parametervektoren erzeugt, wobei jeder Parameter gleichzeitig und unabhängig voneinander variiert wird. Durch Auswertung der Zielfunktionswerte kann dann die totale Sensitivität mit Hilfe der zu (4.6) umgeformten Standardabweichung bestimmt werden:

$$S = \sqrt{\frac{1}{N_{MC} - 1} \cdot \left( \sum_{k=1}^{N_{MC}} f(\mathbf{p}_k)^2 - N_{MC} \cdot f(\mathbf{p}_0)^2 \right)} \quad (4.6)$$

$S$  kann nach jeder beliebigen Anzahl von Simulationen bestimmt werden, wobei die Genauigkeit der Bestimmung durch die Berechnung von Konfidenzintervallen angegeben wird.<sup>52</sup>

Neben *DSA* und *MCA*, die beide in dieser Arbeit verwendet werden, existieren noch weitere systematische Verfahren zur Sensitivität. Hierzu zählt vor allem die *Faktoranalyse*, aber auch Verfahren, die auf finiten Differenzen beruhen. Das Verfahren der (sowohl vollständigen als auch reduzierten) *Faktoranalyse*, welches in der Umsetzung und in der Anwendung deutlich komplizierter als *DSA* und *MCA* ist und daher den Rahmen dieser Arbeit gesprengt hätte, ist in [Wil03] vorgestellt und wurde dort bei den Untersuchungen eines solaren Heizsystems eingesetzt. [Für95] kommen bei einem Vergleich einer Faktoranalyse mit *MCA* bei der Anwendung auf ein Gebäudesimulationsprogramm zu dem Ergebnis, dass mit einer Faktoranalyse bei gleichem Aufwand deutlich mehr Informationen gewonnen werden können. Dies begründet sich dadurch, dass die *Faktoranalyse* auch dann anwendbar ist, wenn die Einzeleinflüsse weder linear noch superponierbar sind, im Gegensatz zu *MCA* aber trotzdem Einzelsensitivitäten ermittelt werden können.

<sup>52</sup> Hierbei wird ausgenutzt, dass die Verteilung einer speziell normierten Varianz ( $S^2$ ) einer (N-1)-dimensionalen  $\chi^2$ -Verteilung ähnlich ist, vgl. [Fah01].

Eine weitere Anwendungen von *DSA* und *MCA* im Bereich thermischer Gebäudesimulation kann z.B. [Roh97] entnommen werden.

#### 4.7.2 Ergebnisse der Sensitivitätsanalysen

Da im Allgemeinen Parametereinflüsse auf eine Zielgröße weder linear noch superponierbar sind, müssen bei Aussagen über Sensitivitäten immer die Punkte angegeben werden, an denen diese bestimmt wurden. Für die Installation einer Solaranlage ist das Optimum der hauptsächlich interessierende Punkt für Sensitivitätsanalysen. Hierbei soll geklärt werden, welche Parameter entscheidend sind und wie genau jeder einzelne später entsprechend dem Optimierungsergebnis am realen System eingestellt werden muss.

Trivial ist hierbei, dass, falls das Optimum als Ort zur Bestimmung von Sensitivitäten gewählt wird, die einzelnen Einflüsse der Parameter in diesem Punkt auf keinen Fall linear sein können, da auf beiden Seiten des Optimums jede Variation eines Parameters vom Optimum weg zu einer Verschlechterung des Zielfunktionswertes führen muss. Unter Berücksichtigung der zusätzlich zu erwartenden Korrelationen zwischen den Parametern müssen die Ergebnisse von *DSA* daher vorsichtig interpretiert werden. Abb. 4.4 und Abb. 4.5 zeigen exemplarisch die Abhängigkeiten der solaren Wärmekosten und des Solarertrags auf der Entladeseite der Pufferspeicher zum einen vom Rohrdurchmesser in der primären Solarkreisleitung und zum anderen vom Pufferspeichervolumen. Dargestellt sind zusätzlich zu den jeweils vier Ergebnissen von *DSA* ( $m=-2,-1,1,2$ ) die Zielfunktionsauswertungen eines Abtastens einzelner Parameter über einen weiteren Parameterbereich im Intervall der gewählten Standardabweichungen. Die verwendeten Standardabweichungen sowie die Ergebnisse von *DSA* bezüglich solarem Nutzerertrag und Wärmepreis für alle einzelnen Parameter sind in Anhang A.13 aufgeführt.

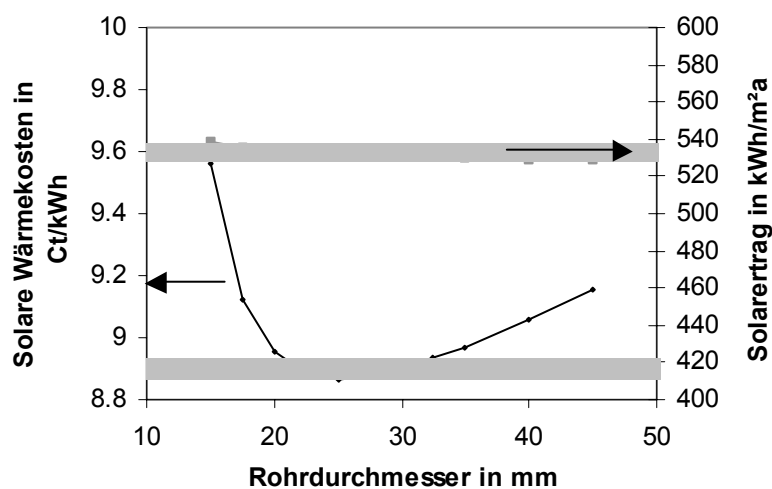


Abb. 4.4: Abhängigkeit der solaren Wärmekosten und des solaren Ertrags vom Durchmesser der solaren Primärkreisleitung. Die grauen Bereiche markieren Abweichungen in den solaren Wärmekosten bzw. dem Solarertrag von weniger als 1 %.

In Abb. 4.4 ist zu erkennen, dass der Einfluss des Rohrdurchmessers auf die solaren Wärmekosten nicht symmetrisch um das Minimum verteilt ist. Zudem ist eine lineare Approximation, wie für *DSA* gefordert, in der Umgebung des Minimums auch nicht getrennt für beide Seiten möglich, z.T. könnten die Verläufe aber quadratisch angenähert werden. Allerdings ist der Einfluss in der Umgebung des Minimums recht gering; erst in einer größeren Entfernung ergibt sich eine deutliche Abweichung und zwar besonders hin zu kleinen Rohrdurchmessern aufgrund des dort wesentlich erhöhten Druckverlustes. Der Einfluss des Rohrdurchmesser auf den spezifischen solaren Nutzerertrag ist dagegen im gesamten Bereich sehr gering und könnte dort linear angenähert werden.

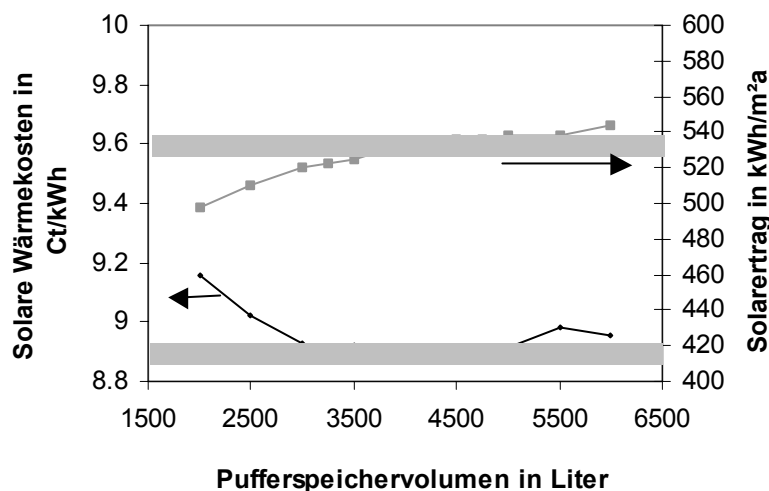


Abb. 4.5: Abhängigkeit der solaren Wärmekosten und des solaren Ertrags vom Pufferspeichervolumen. Die grauen Bereiche markieren entsprechend Abb. 4.4 wiederum Abweichungen von weniger als 1 %.

Abb. 4.5 verdeutlicht, dass der Einfluss des Pufferspeichervolumens auf die solaren Wärmekosten nicht monoton und somit auch nicht linear ist. Dies wird hauptsächlich dadurch hervorgerufen, dass bei unterschiedlichen Gesamtvolumina verschiedene Anordnungen und Größen der einzelnen Pufferspeicher angenommen wurden, aus denen sich das Gesamtpufferspeichersystem zusammensetzt. Der Einfluss des Pufferspeichervolumens auf den spezifischen solaren Ertrag ist zwar wegen der relativ geringen Deckungsrate ebenfalls gering, trotzdem jedoch deutlich größer als derjenige des Rohrdurchmessers. Im Gegensatz zu diesem ist aber beim Pufferspeichervolumen eine lineare Annäherung nur bedingt möglich.

Eine Nichtmonotonie, wie z.B. durch den Einfluss des Pufferspeichervolumens, führt zu lokalen Minima im Parameterraum, welche die Optimierung sehr erschweren kann. Dagegen scheinen die Korrelationen zwischen den einzelnen Parametern bei Parameterwerten in der Nähe des Optimums recht gering zu sein. Mit den gewählten  $\delta_j$  waren die Abweichungen zwischen der rechten und linken Seite von (4.5) geringer als 1.5 %, weshalb zumindest in der Nähe des Optimums eine recht gute Superponierbarkeit gewährleistet zu sein scheint.

*DSA* benutzt partielle Ableitungen zur Bestimmung der individuellen Sensitivitäten, die durch die Differenzenquotienten aus (4.7) ausgedrückt werden können. Daher bliebe selbst unter der Annahme, dass die einzelnen Parametereinflüsse linear wären und somit *DSA* anwendbar, trotzdem das Problem bestehen, wie die Einflüsse der unterschiedlichen Parameter, welche unterschiedliche Einheiten haben, gegenseitig zu bewerten sind.<sup>53</sup>

$$\nabla_j f(\mathbf{p}) = \frac{f(\mathbf{p}_0) - f(\mathbf{p}_0 + m \cdot \delta_j \cdot \mathbf{e}_j)}{m \cdot \delta_j} \quad \text{für } j = 1..N \quad (4.7)$$

Um eine Vergleichbarkeit der einzelnen Parametersensitivitäten untereinander herzustellen, könnten durch (4.8) normierte Parameter eingeführt werden, für die aber die Definition von Ober- und Untergrenzen für jeden einzelnen Parameter getroffen werden müsste. Von dieser Wahl würde die ermittelte Sensitivität folglich auch direkt abhängen.

$$\bar{p}_j = \frac{p_j - u_j}{v_j - u_j} \quad \text{für } j = 1..N \quad (4.8)$$

Ein weiterer Ansatz wäre die Berücksichtigung von Anforderungen an die einzelnen Parameter, die durch die reale Anlage vorgegeben werden. Das Ziel der Optimierung ist die Ermittlung von Parameterwerten, die zu einem optimalen Systemverhalten führen. Jedoch sind nicht alle Parameter am späteren realen System beliebig genau entsprechend eines etwaigen Optimierungsergebnisses einstellbar, sondern es sind nur bestimmte diskrete Werte zulässig.<sup>54</sup> Somit könnte die Auflösung dieser Diskretisierung zur Definition geeigneter Standardabweichungen verwendet werden, mit denen sich die Sensitivität dann als Abweichung des Zielfunktionswertes pro Parameterrauflösung darstellt. Allerdings hängen diese Auflösungen vom aktuellen Markt ab, können sich von Anbieter zu Anbieter unterscheiden und sind daher nicht universell bestimmbar.

Eine umgekehrte Vorgehensweise der Definition eines geeigneten Kriteriums für die Bewertung der einzelnen Parametersensitivitäten wäre eine Ermittlung derjenigen Parametervariation, ab der eine festgelegte Verschlechterung des Zielfunktionswertes vom Optimalwert (z.B. 10 %) eintritt. Aber auch in diesem Fall bliebe

<sup>53</sup> Beispielsweise müsste entschieden werden, ob ein Parameter mit einem Einfluss auf die solaren Wärmekosten von z.B. 1 Cent/kWh pro 10 mm Rohrdurchmesser sensitiver wäre als ein Parameter mit z.B. 1 Cent/kWh pro 1000 Liter Pufferspeichervolumen.

<sup>54</sup> Z.B. sind Rohre nur in ganz bestimmten Durchmessern (DN25, DN30, DN40,...) oder Speicher oftmals nur in Schritten von beispielsweise 250 Litern verfügbar. Des Weiteren wird die Einstellbarkeit von Regelungsparametern durch die Messgenauigkeit und das Bedienmenü des Reglers limitiert.

das Problem einer Bewertung der so ermittelten Parametervariation und somit der Einschätzung der Relevanz eines Parameters bestehen.

Zusammenfassend muss daher für alle Varianten gesagt werden, dass die ermittelten Sensitivitäten sehr stark von den durch den Nutzer vorgegebenen Bedingungen abhängen und nicht ohne weiteres auf andere Anwendungen übertragbar sind. Zudem müssen die Ergebnisse von *DSA* sehr vorsichtig interpretiert werden, da die Einflüsse der Parameter auf den Zielfunktionswert nicht linear und nur in der Nähe des Minimums näherungsweise superponierbar sind. Um trotzdem verlässliche Aussagen über die vorliegenden Sensitivitäten machen zu können, wurden weitere Untersuchungen mit *MCA* durchgeführt.

Voraussetzung für *MCA* ist die Erzeugung von normalverteilten Parametervariationen. Da aber bei TRNSYS-Simulationen nicht alle Parameter beliebig variiert werden können, sondern sich innerhalb bestimmter Grenzen befinden müssen, sind „perfekte“ Normalverteilungen prinzipiell nicht möglich. Darüber hinaus kann auch die sich ergebende Verteilung der Zielfunktionswerte nicht normalverteilt sein, da keine Zielfunktionswerte unterhalb des Minimums auftreten können. Die sich ergebende Verteilung kann also nicht symmetrisch und somit auch nicht um den Wert des Minimums zentriert sein.

Zusätzlich muss, ähnlich wie bei *DSA*, für jeden Parameter eine individuelle Standardabweichung definiert werden, so dass auch hier Gewichtungprobleme auftauchen und die Interpretationsmöglichkeiten der *Monte-Carlo Analyse* ebenfalls einschränken. Aus Gründen der Konsistenz wurde bei der Wahl der Standardabweichungen auf die Werte zurückgegriffen, die auch bei *DSA* verwendet wurden und im Anhang A.13 zu finden sind. Durch gleichzeitige (näherungsweise) normalverteilte Variationen aller Parameter entsprechend diesen Standardabweichungen wurden 3000 Parametervektoren erzeugt, für die mit Hilfe von Simulationen die entsprechenden Zielfunktionswerte berechnet wurden.

Neben der Berechnung einer totalen Sensitivität können mit *MCA* aus der Form der resultierenden Häufigkeitsverteilung der Zielfunktionswerte Aufschlüsse über Parameterkorrelationen und Nichtlinearitäten einzelner Parameter gewonnen werden. Leider kann oftmals nicht eindeutig ermittelt werden, ob Abweichungen von einer Normalverteilung der Zielfunktionswerte aus Korrelationen oder aus Unzulänglichkeiten in den Normalverteilungen der einzelnen Parametervariationen resultieren.<sup>55</sup> Um letzteres auszuschließen, wurden ausgehend von den Untersuchungen bei *DSA* in der Umgebung des Optimums für jeden Parameter unabhängig

---

<sup>55</sup> Die zufällige Auswahl von 3000 Parametervektoren ist nicht ausreichend, um für jeden einzelnen Parameter auch bei einer beliebig kleinen Klassenbreite „perfekte“ Normalverteilung zu erhalten.



von den anderen Parametereinflüssen quadratische Approximationen des Zielfunktionswertes in Abhängigkeit von der jeweiligen Parametervariation ermittelt. Zusätzlich zu den Simulationen wurden dann für alle 3000 Parametervektoren die entsprechenden Zielfunktionswerte durch Verwendung der voneinander unabhängigen quadratischen Approximationen bestimmt. Abweichungen zwischen den Verteilungen der aus den quadratischen Approximationen bestimmten und den simulierten Zielfunktionswerten beruhen somit auf Korrelationen zwischen einzelnen Parametern sowie auf nicht-quadratischen Parameterabhängigkeiten der Zielfunktionswerte. Unzulänglichkeiten in den Normalverteilungen der einzelnen Parametervariationen wirken sich dagegen auf beide resultierende Verteilungen aus, so dass Aufschlüsse über diese Unzulänglichkeiten aus Abweichungen der Verteilung der quadratischen Approximationen von einer  $\chi^2$ -Verteilung gewonnen werden können.<sup>56</sup>

Die Ergebnisse von *MCA* sowohl für die Simulationen als auch für die Verwendung der quadratischen Approximationen sind in Abb. 4.6 dargestellt. Beide Verteilungen haben abgesehen von einem zusätzlichen Peak der simulierten Werte ähnliche Ausprägungen, was darauf hindeutet, dass die quadratischen Approximationen die Simulationen recht gut widerspiegeln. Die Unregelmäßigkeiten im Funktionsverlauf der Häufigkeitsverteilung der Approximationen sind aufgrund obiger Argumentation auf Unzulänglichkeiten in den Normalverteilungen der Parametervariationen zurückzuführen. Gleichzeitig resultiert der zusätzliche Peak der simulierten Werte aus Korrelationen zwischen den einzelnen Parametern und Abweichungen von monotonen Abhängigkeiten des Zielfunktionswertes von den einzelnen Parametern (s. *DSA*).

Da die Häufigkeitsverteilungen nicht um das Minimum zentriert sind, sondern sich rechts von diesem befinden<sup>57</sup>, kann die Standardabweichung aus (4.6) nicht zur Berechnung einer totalen Sensitivität herangezogen werden. Da bei Standardnormalverteilungen die Standardabweichung den Bereich angibt, in dem sich ca. 68 % aller Werte befinden, wurde die Bestimmung einer Sensitivität über die Berechnung des 68 %-Quantils<sup>58</sup> durchgeführt. Hierbei ergibt sich, dass bei den angenommenen Standardabweichungen der einzelnen Parametervariationen 68 % der Werte nur zu einer Verschlechterung des Zielfunktionswertes von weniger als 1.2 % führen. Dies

---

<sup>56</sup> Die Verteilung der Werte einer Funktion  $f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N (x_i)^2$ , bei der die  $x_i$  jeweils unabhängig voneinander normalverteilt vorgegeben werden, ergibt eine  $\chi^2$ -Verteilung der Ordnung  $N$ .

<sup>57</sup> Bei den quadratischen Approximationen kommen sehr vereinzelt auch Werte unterhalb des Minimums vor. Diese sind auf Abweichungen der Approximationen von den tatsächlichen Abhängigkeiten zurückzuführen.

<sup>58</sup> Das 68 %-Quantil gibt den Zielfunktionswert an, unterhalb dessen 68 % aller Werte liegen.

zeigt, dass vom Minimum ausgehend kleine Parametervariationen den solaren Wärmepreis nur relativ gering beeinflussen. Je größer aber die Parametervariationen werden, umso weniger stimmt die Häufigkeitsverteilung wegen Abweichungen von quadratischen Funktionsverläufen mit einer  $\chi^2$ -Verteilung überein. Das 68 %-Quantil wird in diesem Fall ebenfalls größer, so dass die Bestimmung einer totalen Sensitivität ebenfalls sehr bedeutend von der Wahl der Einzelstandardabweichungen abhängt.

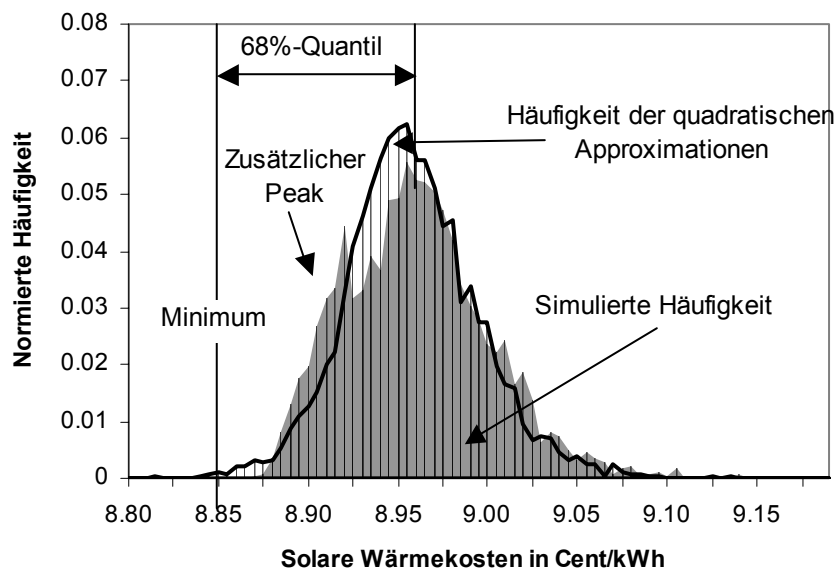


Abb. 4.6: Normierte Häufigkeit der Ergebnisse der Monte-Carlo Analyse. Die graue Fläche repräsentiert die Ergebnisse der Simulationen, die durchgezogene schwarze Linie die Häufigkeitsverteilung der Zielfunktionswerte, ermittelt mit quadratischen Approximationen der Funktionsverläufe der einzelnen Parameter. Verwendet wurden 3000 verschiedene Parametervektoren, bei denen alle Parameter unabhängig voneinander normalverteilt variiert wurden. Die Klassenbreite der Aufteilung beträgt 0.005 Cent/kWh und wird durch die senkrechten Linien unter den Kurven verdeutlicht. Das eingezeichnete 68 %-Quantil gibt vom Minimum beginnend den Bereich an, in dem sich 68 % der simulierten solaren Wärmekosten befinden.

## 4.8 Zusammenfassung

In dem vorliegenden Kapitel wurde die Durchführbarkeit und das Optimierungspotenzial einer automatisiert durchgeführten simulationsgestützten Optimierung von großen solarthermischen Wärmeversorgungssystemen untersucht. Als Zielgröße der Optimierung wurde der solare Wärmepreis gewählt, wodurch die Verwendung von Straffunktionen zur Vermeidung überdimensionierter Systeme entfallen konnte. Um eine Vergleichbarkeit mit bereits installierten Systemen zu ermöglichen, wurde zudem im ersten Schritt die Größe der Kollektorfläche auf die Werte der jeweiligen untersuchten Systemen festgesetzt. Die für die Berechnung der Annuität benötigten Kostenfunktionen wurden im Wesentlichen aus Erfahrungen bereits installierter Systeme extrahiert. Für die Durchführung der Optimierungsrechnungen wurden

zwei evolutionäre Algorithmen (*Evolutionsstrategie*, *Genetischer Algorithmus*), zwei klassische volumenorientierte Algorithmen (*Simplex-Algorithmus*, *Verfahren der Simulierten Abkühlung*) und ein gradientenfreier pfadorientierter Algorithmus (*Powell-Algorithmus*) eingesetzt.

Hierbei zeigte sich, dass sowohl die Bestimmung des Optimierungspotenzials als auch die Ermittlung des geeignetsten Algorithmus für die Durchführung der Optimierungsrechnungen sehr schwierig ist. Schon die Definition einer Referenz, auf die sich das Optimierungspotenzial beziehen sollte, stellte sich als problematisch heraus. Hierfür wurde ein Vergleich mit zwei konventionell geplanten und bereits an Krankenhäusern in Frankfurt/Main installierten Systemen, durchgeführt. Die auf diese Art ermittelten Potenziale lagen mit 16 % für die Anlage der Maingau-Klinik und 14 % für die Orthopädische Klinik in einer ähnlichen Größenordnung. Im Wesentlichen ist diese Verbesserung auf eine Verringerung der Volumenströme im Solarkreis und eine Vergrößerung des UA-Wertes der Solarkreiswärmeübertrager zurückzuführen, wobei sich beides Mal die optimalen Parameterwerte deutlich von bisherigen Planungsrichtlinien unterscheiden. Bei der Maingau-Klinik stellte sich zusätzlich ein kleinerer Rohrdurchmesser der Kollektorleitung als geeigneter heraus, während sich bei dem System der Orthopädischen Klinik eine Verkleinerung der Pufferspeicher als günstig erwies. Alle Regelungsparameter zusammen sind zwar ebenfalls einflussreich, ihre Optimierung ist aber aufgrund der geringen Auflösung der Eingangsdaten und des relativ großen Simulationszeitschritts ungenau.

Um jedoch eine wirkliche Vergleichbarkeit mit diesen Systemen zu erreichen, hätten alle Randbedingungen, wie z.B. Kostenfunktionen und Käuferwünsche, identisch zu den ursprünglichen Vorgaben gewählt werden müssen. Diese waren jedoch zum Teil nicht mehr genau rekonstruierbar oder ließen sich nur schwierig in den Optimierungsprozess integrieren. Doch selbst wenn all diese Voraussetzungen erfüllt gewesen wären, würden die hier ermittelten Potenziale keine allgemeingültigen Größen darstellen, da es vom Geschick des jeweiligen konventionellen Planers abhängt, wie „optimal“ das konventionelle System bereits geplant war. Somit können die hier ermittelten Potenziale lediglich als Anhaltspunkte dienen.

Wie gut ein System aber geplant werden kann, hängt in einem großen Maße von Kenntnissen über das zu erwartende Warmwasserverbrauchsprofil ab. Um zu überprüfen, wie problematisch es ist, wenn ein System mit einem falschen Verbrauch ausgelegt wird, wurde für drei verschiedene Verbrauchsmengen eine Optimierung des Wärmeversorgungssystems der Maingau-Klinik durchgeführt. Die derart ermittelten optimalen Systemparameter wurden dann in Simulationen mit den jeweilig anderen Verbrauchsmengen eingesetzt und die sich hierdurch ergebenden

solaren Wärmepreise mit den optimierten verglichen. Es zeigte sich, dass bei einem System, bei dem während der Optimierung ein zu großer Verbrauch vorausgesetzt wurde, im späteren Betrieb eine deutlichere Verschlechterung im solaren Wärmepreises in Kauf genommen werden muss, als bei einem System, bei dem der Verbrauch im Vorfeld unterschätzt wurde. Eine Halbierung des Verbrauchs im späteren Betrieb führte zu einer Abweichung vom optimalen solaren Wärmepreis für diesen Verbrauch von maximal 11 %, eine Verdopplung jedoch nur zu einer Abweichung von maximal 4 %. Trotz dieser deutlichen Abweichungen war der Einfluss des Verbrauchsprofils bei einem ansonsten optimal aufeinander abgestimmten System aber vergleichsweise gering.

Für die Wahl eines geeigneten Optimierungsalgorithmus sind mehrere Kriterien entscheidend: die Konvergenzgeschwindigkeit der Algorithmen, die Zuverlässigkeit, mit der sie das globale Optimum oder zumindest einen Parametervektor in der Nähe von diesem ermitteln, aber auch die Handhabung. Ein erster Vergleich zeigte, dass die klassischen Algorithmen zwar recht schnell konvergieren, hierbei aber oftmals in lokalen Minima stecken bleiben, während die evolutionären Algorithmen sehr viele Funktionsaufrufe benötigen, dann aber Parametervektoren mit einem guten Zielfunktionswert ermitteln. Unter den evolutionären Algorithmen können *Evolutionsstrategie* und *Genetischer Algorithmus* als gleichwertig angesehen werden. Zum Verhalten der klassischen Algorithmen konnte aber gezeigt werden, dass durch Veränderungen der Randbedingungen der Optimierungen (z.B. Eingrenzungen der zulässigen Parameterbereiche, Transformation der Parameter, Veränderungen von Startbedingungen) auch mit den klassischen Algorithmen ähnlich gute Parametervektoren detektiert werden können. In diesen Fällen waren die klassischen den evolutionären Algorithmen aufgrund ihrer größeren Konvergenzgeschwindigkeit weit überlegen. Speziell die Verwendung des *Algorithmus der Simulierten Abkühlung* kann aber nur empfohlen werden, wenn für das jeweilige Optimierungsproblem jeweils auch eine geeignete Wahl des Temperaturparameters im Vorhinein bekannt ist. Um jedoch eine allgemeingültige Empfehlung für den einen oder anderen Algorithmus vornehmen zu können, hätten die Optimierungsläufe mit unterschiedlichen Parameterinitialisierungen mehrmals wiederholt durchgeführt werden müssen, da sowohl die Konvergenzgeschwindigkeit als auch die Güte des ermittelten (lokalen) Optimums stark vom Startpunkt der Optimierung abhängen.

Eine weitere Möglichkeit, das Optimierungsproblem für die klassischen Algorithmen zu vereinfachen, wäre eine Reduzierung der zu optimierenden Parameter. Hierfür wäre die Detektion derjenigen Parameter notwendig, die nur einen geringen Einfluss auf die Zielgröße haben. Diesbezüglich wurden mit zwei verschiedenen Verfahren Sensitivitätsanalysen am Ort des Optimums durchgeführt. Es zeigte sich

aber, dass aus einer *Differenziellen Sensitivitätsanalyse* aufgrund von Nichtlinearitäten und Korrelationen zwischen einzelnen Parametereinflüssen Aussagen nur mit großen Unsicherheiten gewonnen werden können und eine Vergleichbarkeit der Einflüsse der einzelnen Parameter untereinander sehr schwierig ist. Aber auch zur Bestimmung einer totalen Sensitivität mit einer *Monte-Carlo-Analyse* konnte nicht der normale Weg der Definition einer Standardabweichung gegangen werden, sondern die Berechnung wurde über die Ermittlung von Quantilen vorgenommen. Trotz der Unsicherheiten der Verfahren lässt sich aber insgesamt aus den Untersuchungen schließen, dass in der Umgebung des Optimums die Einflüsse der einzelnen Parameter recht gering sind. Erst in größerer Entfernung von diesem nehmen deren Einflüsse deutlich zu. Ob aber im Planungsstadium immer alle Parameter optimiert werden müssen, oder ob bei denen mit geringen Einflüssen auf den solaren Wärmepreis auch bekannte Planungsrichtlinien angewendet werden können, hängt daher vom Unsicherheitsbereich der jeweiligen Parameter ab und muss im Einzelfall entschieden werden.

## 5 Statische Betriebsoptimierung

### 5.1 Optimierungsziel

Auch wenn eine Solaranlage im Planungsstadium optimiert worden ist, wird diese eventuell aufgrund veränderter Randbedingungen trotzdem nicht optimal betrieben. Speziell das Warmwasserverbrauchsprofil ist vor der Installation einer Solaranlage oft nur mit großen Unsicherheiten bekannt, aber auch für die Einstrahlungsbedingungen sind häufig während der Planung nur ungenaue Abschätzungen möglich, die zudem, z.B. durch nicht vorhersehbare Abschattungen, von den Annahmen im Vorfeld abweichen können. Oftmals unterscheiden sich im späteren Betrieb auch die Eigenschaften einiger Komponenten von den Herstellerangaben, was eventuell eine Anpassung von anderen Anlagenparametern erforderlich macht. Die Erkennung all dieser Abweichungen kann von einer Langzeitüberwachung, die zur Funktionskontrolle auf jeden Fall bei großen solarintegrierten Wärmeversorgungsanlagen installiert sein sollte, sichergestellt werden. Verfahren zur Langzeitüberwachung wurden in Kapitel 2.4 vorgestellt.

Allerdings können nach der Installation eines Solarsystems nur noch an wenigen Parametern Veränderungen durchgeführt werden. Dies betrifft im Wesentlichen Regelungsparameter (Ein- und Ausschaltkriterien von Pumpen) sowie beim Einsatz steuerbarer Pumpen die jeweiligen Volumenströme. Diesbezüglich wurden Untersuchungen zur Variation der Einschaltsschwelle für Primärkreispumpen an einem solaren Heizsystem von [Sche02] durchgeführt. Eine primärenergetische Optimierung von Volumenströmen, jedoch ohne Anwendung von aufwändigen Optimierungsalgorithmen, ist in [Rat98a] zu finden.

Zusätzlich zu den oben genannten Parametern könnten auch Sensorpositionen verändert oder der Austausch einer Komponente, z.B. eines zu klein dimensionierten Wärmeübertragers, in Betracht gezogen werden. Komplexe Regler bieten u.a. auch die Möglichkeit, unterschiedliche Regelungsalgorithmen, wie z.B. einen Matched-Flow-Betrieb<sup>59</sup>, zu verwenden und das System diesbezüglich zu optimieren. Solche Regelungen wurden z.B. in [Fur96] und [Rat98b] untersucht.

Speziell vor dem Hintergrund, dass die letzteren Variationsmöglichkeiten nur in besonderen Fällen durchgeführt werden würden, ist die Anzahl der möglichen Systemveränderungen relativ eingeschränkt. Daher soll untersucht werden, inwiefern eine Optimierung z.B. nach einer einjährigen Betriebsphase sinnvoll ist und

---

<sup>59</sup> Hierbei wird der primärseitige Solarvolumenstrom derart variabel geregelt, dass sich z.B. eine möglichst konstante Temperatur für die sekundärseitige Vorlauftemperatur am Solarkreiswärmeübertrager einstellt.

welche Algorithmen in dem hier vorliegenden Fall einer reduzierten Anzahl von freien Parametern zur Durchführung empfohlen werden können.

Als Zielfunktion könnte hierbei wiederum der solare Wärmepreis verwendet werden. Da aber i.d.R. keine finanziell aufwändigen Veränderungen durchgeführt werden und die genauen Investitionskosten im Nachhinein schwierig zu rekonstruieren sind, kann in diesem Fall der Einfachheit halber auch eine Maximierung des solaren Nutzertrags  $Q_{\text{sol}}$ <sup>60</sup> oder eine Minimierung der fossilen Nachheizenergie  $Q_{\text{NH}}$  durchgeführt werden. Jedoch erfordert beides eine energetische Berücksichtigung der elektrischen Hilfsenergie der Pumpen  $W_{\text{elektr,Pump}}$ . Die hier gewählte Zielfunktion ist in (5.1) dargestellt. Der Kraftwerkswirkungsgrad  $\eta_{\text{Kraftwerk}}$  inklusive Netzverluste wurde hierbei entsprechend einem angenommenen deutschen Strommix zu 33 % gewählt.

$$\kappa = Q_{\text{sol}} - \frac{1}{\eta_{\text{Kraftwerk}}} \cdot W_{\text{elektr,Pump}} \quad (5.1)$$

Zur Berechnung der Hilfsenergie wurde an dieser Stelle auf eine detaillierte Druckverlustberechnung verzichtet. Stattdessen wurde ausgehend von der jeweiligen installierten Zusammenschaltung von Verrohrung, Kollektor und Wärmeübertrager mit den entsprechenden Volumenströmen im Arbeitspunkt und den hierbei angenommenen Leistungsaufnahmen der Stromverbrauch bei Veränderung der Volumenströme entsprechend (5.2) extrapoliert:<sup>61</sup>

$$W_{\text{elektr,Pump}} \sim \begin{cases} \dot{V}^2 & \text{für } \dot{V} \text{ kleiner als } \dot{V}_{\text{Arbpkt}} \\ \dot{V}^3 & \text{für } \dot{V} \text{ größer als } \dot{V}_{\text{Arbpkt}} \end{cases} \quad (5.2)$$

Als zu optimierende Parameter wurden für eine größtmögliche Vereinfachung des Optimierungsproblems lediglich folgende sieben ausgewählt:

- Primär- und sekundärseitiger Volumenstrom der solaren Pufferspeicherbeladung,
- Einschaltsschwelle und Hysterese sowohl des primären als auch des sekundären Solarvolumenstroms,
- Einschaltsschwelle für die Entladung des Pufferspeichers.

Zur Durchführung der Optimierungen wurden wiederum zwei der in Kapitel 2.1 beschriebenen Anlagen in TRNSYS abgebildet. Für das System in Zwickau wurden

<sup>60</sup> Falls keine neuen Investitionen getätigt werden, ist dieses Vorgehen identisch mit der Minimierung des solaren Wärmepreises.

<sup>61</sup> Hierbei wurde davon ausgegangen, dass sich für Volumenströme unterhalb des Arbeitspunktes des installierten Systems eine eher laminare Strömung einstellt, während oberhalb von diesem die Strömungsform zunehmend turbulent wird.

gemessene Wetter- und Verbrauchsdaten mit einer Auflösung von  $\frac{1}{2}$  Stunde verwendet, für das Krankenhaus in Frankfurt wurden wie in Kapitel 4 mit Meteorolognorm erzeugte Wetterdaten und aus einer dreiwöchigen Messphase extrapolierte Verbrauchsdaten benutzt. Der Simulationszeitschritt der Jahressimulationen wurde gleich 7.5 Minuten gewählt.

Mit diesen Randbedingungen wurden Optimierungsrechnungen zur Bestimmung des Optimierungspotenzials durchgeführt, wobei einige Parameter aufgrund numerischer Lösungsprobleme innerhalb des Simulationsprogramms nur in bestimmten Grenzen variiert werden durften. Für die Rechnungen wurde das Verhalten aller sieben im Optimierungstool implementierten und in Kapitel 3 vorgestellten Algorithmen untersucht. Die internen Einstellungen der Algorithmen wurden identisch zu denen in Kapitel 4 gewählt und sind in Tab. 4.1 dargestellt. Aufgrund der geringeren Anzahl von freien Parametern ergibt sich hier ein, verglichen mit den Planungsoptimierungen aus Kapitel 4, völlig anderes Optimierungsproblem. Falls keine lokalen Minima vorliegen, ist bei einer solchen Anzahl daher zu vermuten, dass die klassischen Algorithmen Vorteile gegenüber den evolutionären Algorithmen haben.

## 5.2 *Ergebnisse der Optimierungsrechnungen*

Abb. 5.1 zeigt die Ergebnisse der Optimierungsrechnungen an der solarintegrierten Wärmeversorgungsanlage des Studierendenwohnheims in Zwickau. Dargestellt ist die Entwicklung des solaren Ertrags abzüglich des primärenergetisch bewerteten Stromverbrauchs der Pumpen in Abhängigkeit von der Anzahl der durchgeführten Simulationen.

Der Vergleich der unterschiedlichen Algorithmen ergab bei diesem speziellen Problem, dass die klassischen Algorithmen gegenüber den evolutionären Algorithmen deutliche Vorteile bezüglich der Konvergenzgeschwindigkeit haben, auch wenn letztere ein geringfügig "besseres Optimum" finden. Speziell der Vergleich der beiden evolutionären Algorithmen bestätigt die These von [Bäc96], dass *Evolutionsstrategien* für Probleme mit kontinuierlichen Definitionsbereichen der Parameter besser geeignet sind als *Genetische Algorithmen*. Soll eine solche annähernd kontinuierliche Darstellung auch bei *Genetischen Algorithmen* erreicht werden, ist eine sehr hohe Auflösung der Diskretisierung für die einzelnen Parameter notwendig, wodurch das Optimierungsproblem deutlich komplizierter wird.

Die Ergebnisse aller hier untersuchten klassischen Algorithmen bezüglich Konvergenzgeschwindigkeit und Qualität des ermittelten Optimums liegen bis auf leichte Unterschiede sehr nah beieinander. Es zeigte sich, dass der *Simplex-Algorithmus* am schnellsten konvergiert, wobei der Algorithmus der *Simulierten Abkühlung* den Parametersatz mit dem besten Zielfunktionswert ermittelt. Lediglich



die gradientenbasierten Algorithmen schneiden etwas schwächer ab, da bei einer solch schnellen Konvergenz der erhöhte Aufwand der Gradientenberechnung zu Buche schlägt. Da aber das Ergebnis eines jeden Algorithmus sehr von den Startbedingungen abhängt, die aus prinzipiellen Gründen für jeden Algorithmus unterschiedlich sind (vgl. Kapitel 3), können aus diesen geringen Unterschieden im Konvergenzverhalten keine allgemeingültigen Schlussfolgerungen gezogen werden.

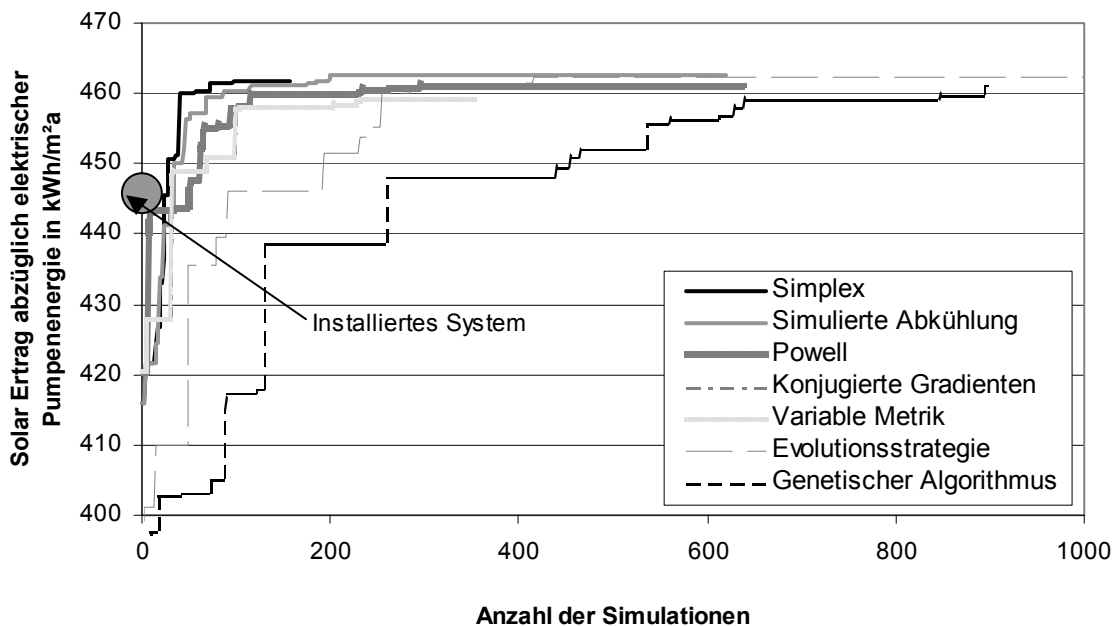


Abb. 5.1: Entwicklung des simulierten solaren Ertrags abzüglich der primärenergetisch gewichteten elektrischen Pumpenenergie der solaren Wärmeversorgungsanlage des Studierendenwohnheims in Zwickau in Abhängigkeit der durchgeführten Simulationen. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind für jeden Algorithmus nicht die Zielfunktionswerte aller getesteter Parametervektoren im Optimierungsverlauf dargestellt, sondern nur diejenigen, die nach der entsprechenden Anzahl von Simulationen die jeweils besten Zielfunktionswerte aller bis dahin getesteter Parametervektoren hatten. Die Optimierungsrechnungen wurden hierbei mit allen sieben im Optimierungstool integrierten und in Kapite 3 vorgestellten Algorithmen durchgeführt.

Generell ist der Grund für das gute Abschneiden der klassischen Algorithmen in der relativ geringen Parameteranzahl zu suchen. Zusätzlich ergaben Untersuchungen zur Sensitivität der einzelnen Parameter, dass die beiden Volumenströme verglichen mit den anderen fünf Parametern deutlich größere Auswirkungen auf die Zielgröße haben und sich das Problem somit im Wesentlichen auf zwei Dimensionen reduziert. Nur wenn sich Regelparameter außerhalb des sinnvollen Bereichs befinden, hat dies eine deutliche Verringerung des solaren Ertrags zur Folge. Der Einfluss der Volumenströme resultiert im unteren Volumenstrombereich aus einer Reduzierung des Solarertrags durch die höheren Systemtemperaturen und im oberen Bereich durch das Ansteigen der Pumpenstromverbräuche. Verglichen mit dem

Sekundärkreis macht sich der Pumpenstromverbrauch wegen des höheren Druckverlusts im Primärkreis dort stärker bemerkbar. Die Einflüsse der beiden Volumenströme auf den Solarertrag (unter Berücksichtigung des Pumpenstromverbrauchs) sind zwar aufgrund des Wärmeübertragerverhaltens korreliert, jedoch scheint jeder für sich (bei konstantem Wert des anderen Volumenstroms) einen annähernd konvexen Einfluss zu haben. Dies deutet darauf hin, dass neben einem globalen Optimum im Parameterraum keine oder nur sehr schwache lokale Minima existieren.

Eine Abschätzung des Optimierungspotenzials einer nachträglichen Anpassung des Systems an veränderte Randbedingungen wurde wiederum durch den Vergleich mit dem installierten System vorgenommen. Hierbei ergab sich für die Wärmeversorgungsanlage in Zwickau lediglich eine Verbesserung von unter 4 %. Je nach Algorithmus wurde dies im Wesentlichen durch eine Reduzierung der Volumenströme auf 7-9 Liter/m<sup>2</sup>h und eine Verringerung der Einschaltsschwellen für die Be- und Entladung der Pufferspeicher erreicht. Hierbei liegen sowohl beim installierten als auch beim optimierten System die primärenergetisch bewerteten Pumpenstromverbräuche in einer Größenordnung von 3-4 % des Solarertrags.

Bei der Bewertung der Parametereinflüsse und des solaren Ertragspotenzials muss zudem bedacht werden, dass bei den Untersuchungen Regelparameter variiert wurden, die das Systemverhalten an der realen Anlage auf sehr kurzen Zeitbasen ändern. Eine Simulation mit einer Zeitschrittweite von 7.5 Minuten bedeutet aber, dass Schaltzustände immer mindestens für einen Zeitraum von ebenfalls 7.5 Minuten konstant bleiben. Regelentscheidungen, die direkt von Eingangsdaten abhängen, ändern sich eventuell sogar nur in Abständen der Auflösung der Eingangsdaten. Hierdurch ergeben sich Abweichungen vom realen Systemverhalten, so dass speziell die Werte der Regelparameter nur mit großen Unsicherheiten bestimmt werden können. Da die Volumenströme im Wesentlichen das Temperaturniveau im Kollektor (und somit die Kollektorverluste) und die Temperaturschichtung im Pufferspeicher beeinflussen, hängt die Bestimmung optimaler Volumenströme nicht in gleichem Maße von der Regeldynamik ab. Lediglich der Pumpenstromverbrauch wird über die Volumenströme und jeweiligen Pumpenlaufzeiten von der Regeldynamik beeinflusst.

Zusätzlich zum geringen Optimierungspotenzial muss noch berücksichtigt werden, dass an einer realen Anlage sowohl die Volumenströme als auch die Regelparameter i.d.R. nur stufenweise verändert und daher eventuell nicht auf die optimierten Werte eingestellt werden können. Eine Abweichung von den als optimal ermittelten Werten würde aber wieder zu einer, wenn auch kleinen, Verringerung des solaren Ertrags führen.

Während bei dem System in Zwickau nur eine geringe Betriebsverbesserung durch eine nachträgliche Anpassung möglich schien, ergab sich bei der Optimierung der solaren Wärmeversorgungsanlage an der Orthopädischen Klinik in Frankfurt eine Erhöhung des solaren Ertrags (wiederum unter Berücksichtigung des Pumpenstromverbrauchs) um 13 %. Bei diesem speziellen System ergab sich aber nach der Installation ein von den Planungsannahmen deutlich abweichender (auf ca. 40 % gesunkener) Warmwasserverbrauch, was zu einer Überdimensionierung des installierten Systems führte. Da das System in der Planungsphase nicht optimiert wurde und auch im jetzigen Betrieb fehlerhafte Einstellungen von Regelparametern aufweist, kann durch eine Reduzierung der Volumenströme sowie die Anpassung dieser Regelungsparameter eine deutliche Verbesserung des Solarertrags erreicht werden.

Die Optimierungen der beiden Anlagen legen nahe, dass nach der Installation ein Potenzial zur Ertragssteigerung im Wesentlichen nur dann besteht, wenn ein System entweder schlecht geplant worden ist oder sich die Randbedingungen nach der Installation erheblich geändert haben. Somit schwanken die Verbesserungspotenziale von Anlage zu Anlage und hängen vom Geschick des Planers der jeweiligen Systeme ab. Bei der Abschätzung des Potenzials innerhalb eines Gesamtoptimierungskonzepts muss aber von einem bereits in der Planungsphase optimierten System ausgegangen werden, so dass nur Änderungen von Randbedingungen eine nachträgliche Optimierung nötig machen. Die Optimierungspotenziale, die in diesem Kapitel an Systemen ermittelt wurden, die nicht bereits im Planungsprozess optimiert wurden, müssen daher unter Berücksichtigung dieser Einschränkung bewertet werden.

Leider war zum Zeitpunkt der Untersuchungen noch kein reales System aufgrund von automatisiert durchgeführten Optimierungen im Planungsstadium installiert worden, so dass eine nachträgliche Optimierung eines solchen Systems nicht möglich war. Bei der Variation des Verbrauchsprofils in Kapitel 4.6 zeigte sich aber, dass bei einem optimierten System aufgrund einer Halbierung der Verbrauchsmenge gegebenenfalls eine Erhöhung des solaren Wärmepreises von 11 % in Kauf genommen werden muss. Dieses Potenzial ist aber durch eine Betriebsoptimierung nicht annähernd erschließbar, da bei dieser eine Maximierung des solaren Nutzertrags fast ausschließlich durch eine Veränderung der Volumenströme erreicht werden kann und z.B. Kollektorflächen oder Speichervolumen festgelegt sind.

Speziell an dem System in Frankfurt zeigte sich aber, dass aufgrund der Überdimensionierung und einiger Fehler im Regelschema das System nicht zufrieden stellend arbeitet. Eine nachträgliche Optimierung kann zwar einzelne Korrekturen

vornehmen um diese Fehler auszugleichen, allerdings wäre die Detektion und Beseitigung dieser Fehlfunktionen Aufgabe einer Langzeitüberwachung. Eine wirkliche Identifizierung der Fehler kann dann zu einer wirkungsvollen Systemveränderung führen, was eine wesentlich größere Energieeinsparung nach sich ziehen würde. Das Beispiel des Anlagenausfalls in Kapitel 2.4 zeigt, dass das energetische Potenzial einer Langzeitüberwachung wesentlich höher ist als das einer Betriebsoptimierung. Erst wenn eine Überwachung des Systems wirkungsvoll eingesetzt wird, sollte über die Durchführung zusätzlicher Optimierungen nachgedacht werden.

### **5.3 Zusammenfassung**

In diesem Kapitel wurde die Durchführbarkeit und das Optimierungspotenzial einer Betriebsoptimierung, z.B. nach einem Jahr Betriebserfahrung, untersucht. Hierbei sollte durch eine Anpassung von Regelungsparametern und Volumenströmen, die auch nach der Installation des Solarsystems noch veränderbar sind, auf eine Abweichung des tatsächlichen Warmwasserverbrauchs verglichen mit dem während der Planung angenommenen Verbrauch reagiert werden. Zielgröße war hierbei die Maximierung des solaren Nutzertrags unter Berücksichtigung des Pumpenstromverbrauchs.

Aufgrund der starken Reduzierung der Anzahl der freien Parameter ergab sich hier, verglichen mit einer Optimierung während der Planungsphase, ein Optimierungsproblem, welches von den klassischen Algorithmen deutlich besser gelöst wurde als von den evolutionären Algorithmen. Einflussreich waren vor allem die Volumenströme zur solaren Be- und Entladung. Regelparameter hatten nur Auswirkungen, wenn sie sich außerhalb des sinnvollen Bereichs befanden.

Zur Bestimmung eines Optimierungspotenzials hätte eigentlich ein während der Planungsphase optimiertes System betrachtet werden müssen. Da ein solches System zu diesem Zeitpunkt noch nicht vorlag, wurde entsprechend dem Vorgehen in Kapitel 4 der Vergleich mit einem konventionell geplanten und installierten System durchgeführt. Hierbei zeigte sich, dass bei der Wärmeversorgungsanlage des Studierendenwohnheims in Zwickau durch eine Veränderung von Regelparametern und Volumenströmen lediglich eine Steigerung des solaren Nutzertrags um etwa 4 % erreicht werden konnte. Dieser Wert lag zwar bei der Anlage der Orthopädischen Klinik mit 13 % höher, bei letzterem System lag allerdings neben einigen Systemfehlern ein deutlich geringerer Verbrauch vor als in der Planungsphase angenommen. Zusätzlich müssen die ermittelten Potenziale vor dem Hintergrund interpretiert werden, dass die Systeme nicht im Planungsstadium optimiert wurden. Dies zeigt, dass eine Optimierung nach der Installation des System nur dann Sinn macht, wenn das System schlecht geplant wurde oder sich die Randbedingungen beim tatsächlichen Betrieb deutlich geändert haben.

## 6 Dynamische Betriebsoptimierung

### 6.1 *Optimierungsziel*

Auch wenn bei einem Solarsystem eine automatisiert durchgeführte Planungsoptimierung und zusätzlich nach der Installation eine Anpassung der Regelparameter und Volumenströme an eventuell veränderte Randbedingungen vorgenommen wurde, besteht weiterhin die Möglichkeit, dass das System nicht an jedem Tag optimal betrieben wird. Die täglichen Veränderungen der Wetterbedingungen, des Verbrauchprofils sowie des Speicherzustandes machen eventuell für die Erlangung eines optimalen Betriebs eine ständige (z.B. kontinuierliche, stündliche oder tägliche) Anpassung von Systemparametern nötig.

Hierbei können aber natürlich nur solche Parameter angepasst werden, die automatisch ohne Wartungspersonal veränderbar sind, weshalb demzufolge ein Austausch von einzelnen Komponenten entfällt.<sup>62</sup> Somit gehören zu diesen Parametern im Prinzip wiederum die Gleichen, die auch in Kapitel 5 berücksichtigt wurden: Regelparameter und Volumenströme. Ob jedoch all diese Parameter an den entsprechenden Systemen auch tatsächlich anpassbar sind, hängt von dem verwendeten Regler bzw. Überwachungssystem ab. So muss entweder der Regler selber in der Lage sein, aktualisierte Parameter zu bestimmen und in das Regelschema einzubauen, oder ein zugeschaltetes Überwachungssystem muss Regelparameter durch eine externe Datenübertragung neu setzen können.

Schwieriger ist dies jedoch bei einer automatischen Anpassung der Volumenströme, für die spezielle Pumpen installiert sein müssen. Diese müssen entweder durch Vorgabe einer getakteten Versorgungsspannung je nach Frequenz mit einem nahezu beliebigen Volumenstrom betrieben werden können oder über eine eigene Schnittstelle verfügen, über die der Pumpe Signale zur Variation der Pumpenleistung übermittelt werden können. Diesbezüglich wurde an der Wärmeversorgungsanlage eines Studierendenwohnheims in Marburg/Wehrda eine rechnergestützte Steuerung von zwei Pumpen des Herstellers Wilo (Top-E 30/1-7 und Top-E 30/1-10) erfolgreich getestet.

Eine regelmäßige Anpassung von Regelungsparametern macht jedoch nur Sinn, wenn in den Algorithmus zur Bestimmung der idealen Parameter zum einen Informationen über das aktuelle Temperaturniveau im Speicher, welches direkt vom Regler gemessen werden kann, als auch Vorhersagen über die zu erwartenden

---

<sup>62</sup> Da aber auf Veranlassung einer statischen Betriebsoptimierung in Ausnahmefällen der Austausch von Komponenten in Betracht gezogen werden kann, bei einer dynamischen Betriebsoptimierung jedoch nicht, wäre, auch wenn tägliche Parameteranpassungen durchgeführt werden, die zusätzliche Durchführung von z.B. jährlichen Anlagenoptimierungen nicht überflüssig.

Randbedingungen Einstrahlung, Außentemperatur und Warmwasserverbrauch eingehen. Dies stellt wiederum besondere Anforderungen an den installierten Solarregler, der entweder selbstständig die Vorhersagedaten empfangen und verarbeiten können muss oder von einer weiteren externen Verarbeitungseinheit die zu setzenden Parameterwerte erhalten muss. Welche Lösung favorisiert werden sollte, hängt hierbei von der Art der Realisierung einer Langzeitüberwachung ab. Sollen zur Funktionskontrolle Computersimulationen durchgeführt werden, übersteigt dies zurzeit sicherlich die Möglichkeiten handelsüblicher Regler, so dass der Einsatz eines PC unumgänglich wäre. Dieser entweder direkt vor Ort oder zentral in einer Überwachungsstation installierte PC könnte dann auch für die aufwändigen simulationsgestützten Optimierungsrechnungen eingesetzt werden. Wird zur Langzeitüberwachung jedoch lediglich ein autarker Regler eingesetzt, müsste geprüft werden, inwiefern Optimierungsrechnungen mit diesem oder eventuell auch erst mit zukünftigen Reglergenerationen möglich sind.

Neben den Schwierigkeiten der Durchführung von regelmäßigen Optimierungsrechnungen unter Berücksichtigung von Wetter- und Verbrauchsvorhersagen stellt sich hier wiederum die Frage nach dem energetischen Verbesserungspotenzial.<sup>63</sup> Als zu optimierende Zielfunktion wurde erneut entsprechend dem Vorgehen in Kapitel 5 der Solarertrag abzüglich der primärenergetisch bewerteten Pumpenenergie nach (5.1) betrachtet, wobei der Pumpenstromverbrauch wiederum nach (5.2) berechnet wurde. Zu untersuchen ist, welche zusätzliche Verbesserung z.B. im Laufe eines Jahres durch die ständige optimale Anpassung aller Regelungsparameter theoretisch ermöglicht werden kann und welche Abweichungen von diesem Verbesserungspotenzial aufgrund von Unsicherheiten des Verfahrens auftreten können.

## ***6.2 Untersuchungen zu Vorhersagegenauigkeiten***

Sollen Wetter- und Verbrauchsvorhersagen in die Optimierungsrechnungen mit einbezogen werden, müssen diese auf ihre Genauigkeit und Zuverlässigkeit hin überprüft werden. Neben einer mittleren Abweichung der Daten muss hierbei auch die Häufigkeit des Auftretens von sehr großen Abweichungen, die zur Bestimmung von völlig ungeeigneten Parametereinstellungen führen können, berücksichtigt werden. Da zur Bestimmung optimaler Parameter für den aktuellen Tag auch die Randbedingungen der nachfolgenden Tage von Bedeutung sind, müssen die Vorhersagen über einen Zeitraum von mehreren Tagen betrachtet werden.

---

<sup>63</sup> Die Frage nach Einsparpotenzialen von prädiktiven Regelungen stellt sich auch in Anwendungen außerhalb des Bereichs der Solarthermie. So wurden ähnliche Untersuchungen zur Abschätzung von Energieeinsparpotenzialen z.B. für ein autarkes PV-Diesel-Hybrid-Energiesystem in [Wic98] durchgeführt.

### 6.2.1 Einstrahlungsvorhersage

Für die Integration von Wettervorhersagen bietet z.B. der Deutsche Wetterdienst (DWD) einen automatischen Datenabruf über ein FTP-Protokoll an. Auf diese Weise wurden über einen Zeitraum von fast drei Jahren täglich Einstrahlungswerte für fünf verschiedene Standorte in Deutschland zu einem Server der Universität Marburg übermittelt. Diese Werte stellten die Energiesummen der Globalstrahlung auf die horizontale Ebene mit einer Auflösung von drei Stunden für jeweils den aktuellen Tag und drei weitere Folgetage dar. Für einige dieser Standorte lagen zusätzlich Messdaten der Einstrahlung vor, so dass hiermit die Vorhersagewerte auf ihre Genauigkeit hin überprüft werden konnten.

Neben einem Vergleich mit real gemessenen Werten muss ermittelt werden, in welchem Maße die Daten des DWD einen Genauigkeitsvorteil gegenüber einfachen Vorhersagemodellen haben. Das wohl einfachste denkbare Vorhersagemodell ist die Persistenz-Vorhersage, bei der davon ausgegangen wird, dass das Wetter (und somit die Einstrahlungsbedingungen) am aktuellen Tag identisch mit dem des vorherigen Tages ist. Eine weitere Vorhersagemöglichkeit stellt die Annahme eines festen Verlaufs der Einstrahlung über das Jahr dar. Diesbezüglich wurde zusätzlich der Vergleich mit einem Sinusverlauf entsprechend (6.1) durchgeführt.

$$I_{\text{Glob}} = 4 \frac{W}{m^2} + 3.5 \frac{W}{m^2} \cdot \sin\left(\frac{\text{DOY}}{365} \cdot 2\pi - \frac{\pi}{2}\right) \quad (6.1)$$

Kompliziertere Vorhersagemodelle oder Erweiterungen des Persistenz-Modells wurden an dieser Stelle jedoch nicht untersucht.

In Abb. 6.1 sind die Abweichungen der Einstrahlungsvorhersagen von den tatsächlich gemessenen Werten dargestellt. Die Werte für den aktuellen Tag und die Vorhersagen für die drei Folgetage repräsentieren die Daten vom Deutschen Wetterdienst. Zusätzlich sind die Werte für die Persistenz-Vorhersage des aktuellen Tages und die eines Jahressinusverlaufs aufgetragen. Zu erkennen ist, dass ca. 55 % der Tageseinstrahlungswerte der DWD-Vorhersage Abweichungen von weniger als 0.5 kWh/m<sup>2</sup>d aufweisen. Lediglich in ca. 5 % der Fälle trat eine Abweichung von mehr als 2 kWh/m<sup>2</sup>d auf, große Abweichungen waren daher sehr selten. Diese Genauigkeiten fallen bis zur Vorhersage für den dritten Folgetag auf 40 % für weniger als 0.5 kWh/m<sup>2</sup>d Abweichung bzw. 18 % für mehr als 2 kWh/m<sup>2</sup>d. Hierbei ist erkennbar, dass die Vorhersage für den dritten Folgetag nur noch ähnlich genau wie die Persistenz-Vorhersage<sup>64</sup> ist. Dieser Gesamttrend wird durch die Betrachtung

<sup>64</sup> Diese ist allerdings für den aktuellen und nicht auch für den dritten Folgetag bestimmt worden, für die natürlich eine deutliche Verschlechterung zu erwarten ist. Somit kann eine Bewertung der Persistenzvorhersage eigentlich nur an den Vorhersagewerten für den aktuellen Tag vorgenommen werden.

des Median bestätigt, der die absolute Ungenauigkeit angibt, unterhalb der 50 % der Abweichungen von Vorhersage- und Messwerte liegen. Hierbei steigt der Median von der Vorhersage des aktuellen Tages bis zum dritten Folgetag deutlich an und erreicht für die Persistenzvorhersage eine ungefähr doppelt so große Abweichung wie für die Vorhersage des aktuellen Tages.

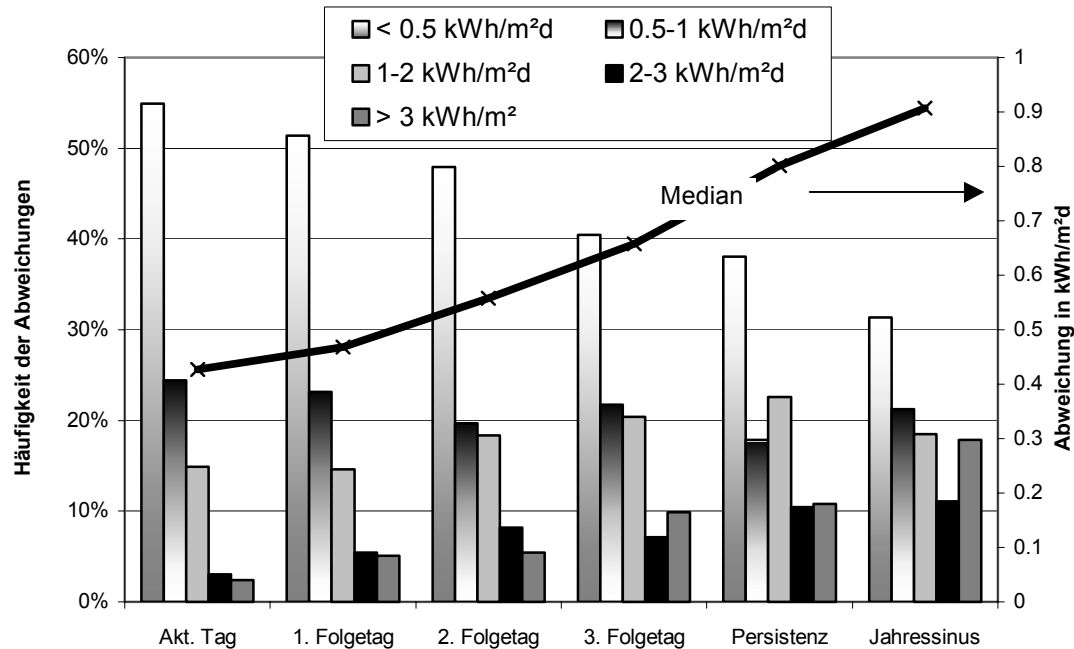


Abb. 6.1: Häufigkeitsverteilungen der Abweichungen von gemessenen und vorhergesagten Globalstrahlungswerten. Dargestellt sind die Abweichungen in der täglichen Einstrahlungssumme für den Standort Zwickau im Zeitraum Februar 1999 - März 2000. Die Vorhersagewerte für den aktuellen Tag und die drei Folgetage repräsentieren die vom Deutschen Wetterdienst übermittelten Daten. Zusätzlich ist die Abweichung der Persistenz-Vorhersage dargestellt, bei der angenommen wird, dass die Einstrahlung am nächsten Tag gleich der gemessenen vom aktuellen Tag ist. Bei „Jahressinus“ wurde ein Sinusverlauf der Einstrahlung über das Jahr angenommen. Auf der rechten Diagrammachse sind die Werte des Median (unterhalb dessen 50 % der Abweichungen liegen) für die jeweilige Vorhersage dargestellt.

Eine untere Grenze für die erreichbare Genauigkeit stellen z.B. die Werte für einen angenommenen Sinusverlauf der Einstrahlung über das Jahr dar, bei der immerhin noch 30 % der Werte eine Abweichung von den Messwerten von weniger als 0.5 kWh/m²d haben. Hier sind zwar alle Wetterdienstdaten deutlich besser, welche Genauigkeit allerdings zur Durchführung von dynamischen Optimierungen erforderlich ist und ob der Mehraufwand für Datenübermittlung und Verarbeitung von Daten z.B. des Deutschen Wetterdiensts sich in einer Solarertragssteigerung bemerkbar macht, hängt von der Sensitivität des Systemverhaltens auf die Randbedingungen ab. Zudem muss berücksichtigt werden, dass für solarthermische Anwendungen die Kenntnis über die Einstrahlung in der Kollektorebene entschei-



dend ist. Durch die Umrechnung der Einstrahlung aus der horizontalen auf die geneigte Ebene sowie die Aufteilung in die einzelnen Strahlungsbestandteile erhöhen sich aber die Ungenauigkeiten in den Vorhersagemodellen wieder. Diesbezüglich ist in [Uec00] ein Vergleich verschiedener Umrechnungsmodelle zur Berechnung der Einstrahlung auf geneigte Ebenen dargestellt.

### 6.2.2 Verbrauchsvorhersage

Im Gegensatz zu den Einstrahlungsvorhersagen gibt es zur Vorhersage von Verbrauchsprofilen keine expliziten Hinweise, aufgrund derer eine Prognose von einem Tag auf die nächsten Tage möglich ist. Daher ist eine Vorhersage nur aus der Ableitung bestimmter Regeln für das Verbraucherverhalten möglich. Bei den untersuchten Systemen handelt es sich zum einen um Krankenhäuser und zum anderen um Studierendenwohnheime, so dass sich bei beiden die Verbrauchsprofile aus vielen sich zeitlich überlagernden Einzelzapfungen zusammensetzen. Dies führt dazu, dass sowohl über den Tagesverlauf als auch über das Jahr eine Glättung der Profile zu erwarten ist, was die Ableitung von festen Regeln ermöglichen könnte.

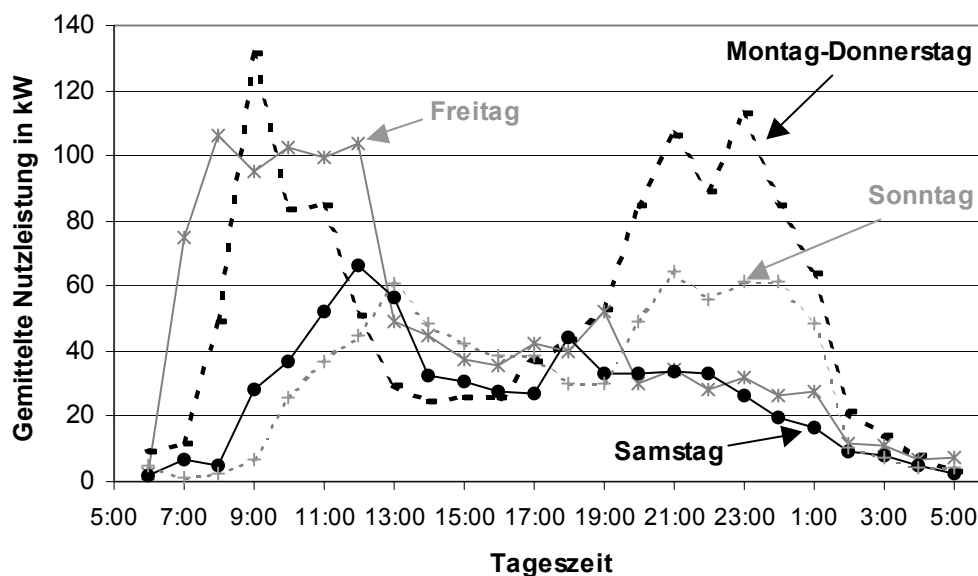


Abb. 6.2: Tagesverläufe des Zapfprofils im Studierendenwohnheim in Zwickau, gemittelt über drei repräsentative Wochen und aufgeteilt auf die einzelnen Tage der Woche. Hierbei wurden aufgrund ihrer Ähnlichkeit die Wochentage Montag bis Donnerstag zu einer Kurve zusammengefasst. Ein Tag wurde definiert als der Zeitraum über 24 Stunden, beginnend von 5 Uhr morgens bis 5 Uhr am Morgen des nächsten Tages.

Abb. 6.2 zeigt, aufgeteilt auf die einzelnen Wochentage, die über drei repräsentative Wochen<sup>65</sup> gemittelten Tagesverläufe des Zapfprofils im Studierendenwohnheim

<sup>65</sup> Dieser Zeitraum wurde gewählt, da weder Feiertage noch vorlesungsfreie Zeiten die Daten beeinflussen sollten.

in Zwickau. Aufgrund ihrer Ähnlichkeit wurden die Wochentage Montag bis Donnerstag zu einer Kurve zusammengefasst. Zu erkennen ist, dass an den Wochentagen Montag bis Donnerstag sowohl morgens als auch spät abends ein hoher Warmwasserverbrauch vorliegt, der große Abendverbrauch jedoch Freitags nicht auftritt. An den Wochenenden tritt der morgendliche, in diesem Fall wesentlich geringere, Verbrauch deutlich später auf und das gesamte Tagesprofil ist gleichmäßiger über den Tag verteilt.

Speziell Studierendenwohnheime zeichnen sich dadurch aus, dass einige Bewohner nicht an allen Tagen anwesend sind. Dies spiegelt sich im Verbrauchsprofil wider und wird auch durch Abb. 6.3 bestätigt, in der der Wochenverlauf der gemittelten täglich gezapften Energiemenge im Jahr 1999 dargestellt ist. An den Wochenenden sinkt der Verbrauch etwa auf die Hälfte des Wochentagsverbrauchs, wobei der Verbrauch an den Tagen vor und nach den Wochenenden gegenüber Mittwoch bis Donnerstag reduziert ist. Noch deutlicher wird diese Ausprägung, wenn Feiertage und vorlesungsfreie Zeiten aus der Bilanzierung ausgeschlossen werden. An diesen Tagen geht der Verbrauch, wie der ganz rechts dargestellte Wert zeigt, etwa auf ein Viertel zurück.

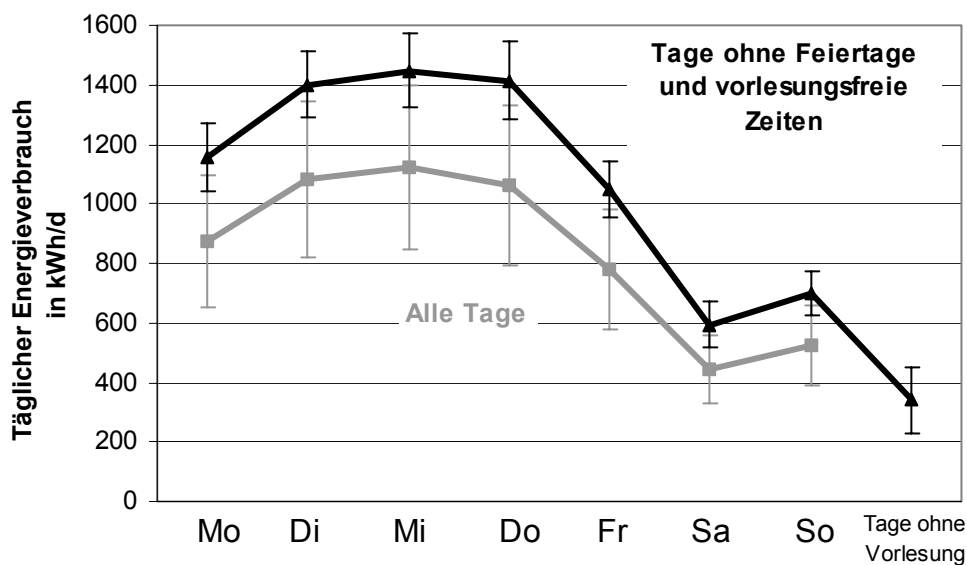


Abb. 6.3: Wochenverlauf der gemittelten täglichen Energieverbräuche zur Warmwasserbereitung im Studierendenwohnheim Zwickau im Zeitraum Januar-Dezember 1999. Aufgetragen sind in grau die gemittelten Zapfenergien aufgeteilt nach Wochentagen. Bei den in schwarz dargestellten Werten wurden nur die Tage, die nicht auf Feiertage oder vorlesungsfreie Zeiten fielen, berücksichtigt. Letztere sind unter dem Punkt „Tage ohne Vorlesung“ zu finden, bei denen Wochenenden nur dann berücksichtigt wurden, wenn sie in einer vorlesungsfreien Zeit lagen. Zusätzlich sind für alle Tage die Standardabweichungen vom Mittelwert der Nutzenergieverbräuche durch die Balken an den einzelnen Punkten angegeben.

Wird keine Unterscheidung zwischen normalen Arbeitstagen und Feiertagen bzw. vorlesungsfreien Zeiten gemacht, ergeben sich mit ca. 50 %, bezogen auf die absoluten Werte, relativ große Standardabweichungen hinsichtlich der Streuung der Werte der einzelnen Tage. Diese Standardabweichungen können jedoch durch eine Bereinigung von vorlesungsfreien Tagen auf gut die Hälfte reduziert werden. Da die Daten der vorlesungsfreien Zeiten und Feiertage aber im Vorhinein bekannt sind, stellt diese Berücksichtigung kein prinzipielles Problem bei der Integration in Vorhersagealgorithmen dar. Allerdings müssen für die Anpassung an einen bestimmten Standort Messdaten des Verbrauchs über einen längeren Zeitraum ermittelt werden, da die Anwesenheit der Studierenden im Wohnheim von Stadt zu Stadt bzw. von einer Universität zur anderen unterschiedlich sein kann.

Verglichen mit Studierendenwohnheimen haben Warmwasserprofile an Krankenhäusern, wie in Abb. 6.4 zu sehen, eine einfachere Struktur. Dargestellt ist, getrennt für die einzelnen Tage, der mittlere stündliche Warmwasserverbrauch an der Orthopädischen Klinik in Frankfurt im Zeitraum von Januar bis Dezember 2001. Zu erkennen ist, dass lediglich zwischen Wochentag und Wochenende ein Unterschied zwischen der gezapften Warmwassermenge besteht, die Profile von Montag bis Freitag jedoch annähernd identisch sind.

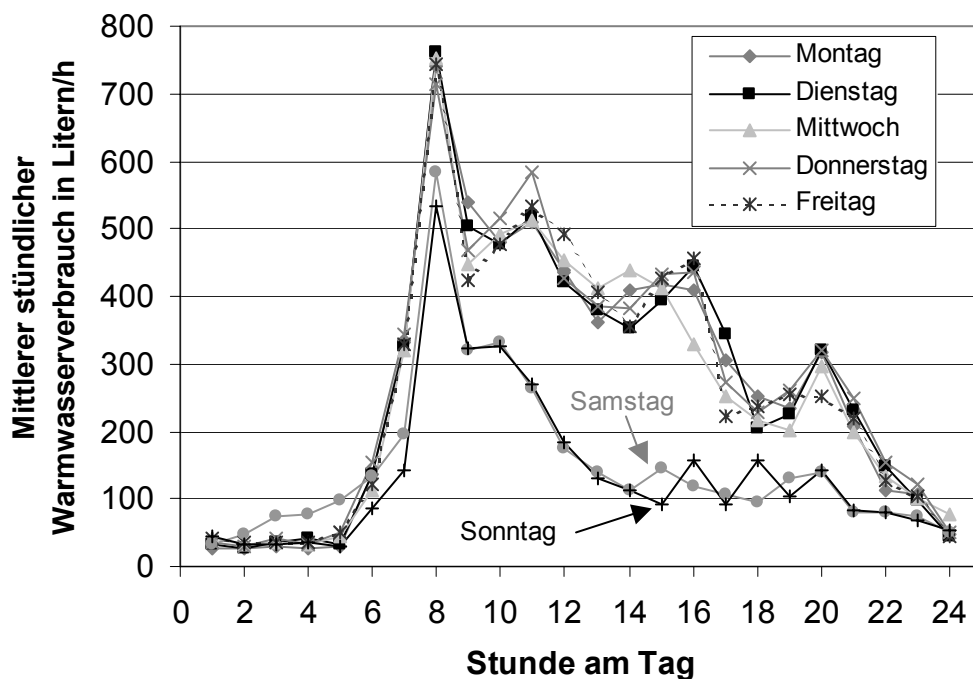


Abb. 6.4: Darstellung des Tagesverlaufs des bei einer Nutztemperatur von 60 ° gemessenen stündlichen Warmwasserverbrauchs an der Orthopädischen Klinik in Frankfurt getrennt für die einzelnen Wochentage und gemittelt über den Zeitraum von Januar bis Dezember 2001.

Allen Tagen gemeinsam ist ein großer Verbrauch zwischen sieben und neun Uhr (hauptsächlich durch Patientenwaschungen). An den Wochenenden geht der

Verbrauch kurze Zeit später auf ein niedriges Niveau zurück, während die Woche über auch nachmittags durch den normalen Arbeitsbetrieb noch ein deutlicher Verbrauch zu verzeichnen ist. Die Verteilung über das Jahr ist, abgesehen von einem leichten Rückgang im Sommer, unabhängig von Urlaubszeiten und dadurch relativ konstant.

Werden daher mit Hilfe einer Langzeitüberwachung Verbrauchsdaten über einen längeren Zeitraum an dem zu optimierenden System aufgenommen, sollten bei den untersuchten Anlagentypen zuverlässige Kriterien für das Verbrauchsprofil der einzelnen Tage ermittelt werden können. Im Fall von Studierendenwohnheimen müssen jedoch Wochenenden, Feiertage und Semesterferien detailliert berücksichtigt werden.

### **6.3 Simulations- und Optimierungsrechnungen**

Neben den technischen Schwierigkeiten der Integration von Vorhersagen und der Variation von Regelparametern und Volumenströmen in einen Solarregler und somit der Untersuchung der Durchführbarkeit von dynamischen Systemsimulationen erweist sich die Bestimmung des Optimierungspotenzial ebenfalls als schwierig. Sicherlich kann es Tage geben, an denen eine Veränderung von Parametern den Solarertrag deutlich erhöhen, ob sich der zusätzliche Aufwand aber tatsächlich lohnt, müsste jedoch mindestens über den Zeitraum eines Jahres untersucht werden.

Um einen wirklich optimalen Betrieb der Solaranlage gewährleisten zu können, müsste idealerweise eine kontinuierliche Anpassung der Regelparameter erfolgen. Dies würde dann zur Problemstellung der Dynamischen Optimierung führen, deren Lösungen Funktionen des verallgemeinerten Hilbert-Raums sind (vgl. Kapitel 3.1.2). Da das Problem jedoch nur numerisch gelöst werden kann, bietet sich eine direkte Parametrisierung der Funktionen an, wodurch sich eine Umwandlung in ein Problem der Statischen Optimierung ergibt. Diese Parametrisierung macht jedoch eine Diskretisierung des zeitlichen Verlaufs der Regelbedingungen notwendig.

Sollen z.B. für die sieben Parameter aus Kapitel 5 lediglich einmal am Tag die Parameterwerte variiert werden, ergeben sich für eine Potenzialabschätzung jedoch schon  $365 \cdot 7 = 2555$  unbekannte Parameter. Eine höhere Auflösung, die dementsprechend auch zu einem größeren Optimierungspotenzial führen würde, könnte nur durch noch mehr Parameter realisiert werden. Die einzigen Verfahren, die eventuell bei solchen Problemstellungen eingesetzt werden könnten, sind die Algorithmen der *Sequenziellen Quadratischen* oder *Konvexen Programmierung*, die in dieser Arbeit jedoch nicht verwendet wurden.

Zur Vermeidung eines solchen Aufwands bieten sich aber mehrere Möglichkeiten an. So könnte eine Potenzialabschätzung über den Zeitraum eines Jahres auch dadurch erfolgen, dass sukzessive 365 Einzeloptimierungen für jeweils nur einen einzigen Tag durchgeführt würden. Die Wahl des Systemzustand eines Tages als Initialisierungszustand für den nachfolgenden Tag würde den Aufwand einer einzelnen Optimierung aufgrund der wesentlich geringeren Simulationszeiten stark verkürzen. Allerdings ist bei einem solchen Vorgehen aufgrund ständiger Neuinitialisierungen eine Automatisierung des kompletten Optimierungsvorgangs relativ schwierig. Zusätzlich kann die Bestimmung der optimalen Parameter für einen Tag auch von den Einstrahlungs- und Verbrauchsrandbedingungen der nachfolgenden Tage abhängen (an den Tagen, an denen der Pufferspeicher in der Nacht nicht vollständig entladen wurde), so dass die Reduzierung der Simulationen bzw. Optimierungen auf nur einen Tag eine Unterschätzung des Optimierungspotenzials nach sich ziehen würde.

Stattdessen wurde an dieser Stelle versucht, eine Reduzierung der Eingangsdatensätze und somit des Simulationsaufwandes vorzunehmen und das Potenzial hieran abzuschätzen. Eine Veränderung von Regelparametern und Volumenströmen ist zu einer Erhöhung des Solarertrags nur dann notwendig, wenn sich die Randbedingungen von den Bedingungen unterscheiden, für die konstante Parameter über das Jahr ideal wären. Daher wurde für das Solarsystem des Studierendenwohnheims in Zwickau ein Datensatz mit einer Auflösung von  $\frac{1}{2}$  Stunde bestehend aus acht Tagen mit einer größtmöglichen Variation von Einstrahlung, Warmwasserverbrauch und Speichertemperatur<sup>66</sup> erzeugt (vgl. Abb. 6.5). Mit Hilfe des in Kapitel 5 erzeugten TRNSYS-Systemmodells der solarintegrierten Wärmeversorgungsanlage des Studierendenwohnheims in Zwickau konnten dann Simulationen mit einer Zeitschrittweite von einer Minute durchgeführt werden.

Ein zu den Untersuchungen in den vorherigen Kapiteln ergänzender Vergleich von Optimierungsalgorithmen wurde an dieser Stelle nicht durchgeführt. Stattdessen wurde entsprechend den Ergebnissen aus Kapitel 5 der Simplex-Algorithmus für die Optimierungen ausgewählt. In einem ersten Schritt wurden dann für den oben genannten Zeitraum optimale konstante Werte aller sieben Parameter bestimmt. Als Zielfunktion wurde hierbei entsprechend (5.1) wiederum der Solarertrag abzüglich der primärenergetisch bewerteten Pumpenenergie gewählt.

In Kapitel 5 wurde gezeigt, dass, falls sich die Regelungsparameter im sinnvollen Bereich befinden, hauptsächlich die Solarvolumenströme einen bedeutenden

---

<sup>66</sup> Hierbei ist die Speichertemperatur natürlich keine vorgebbare Randbedingung. Vielmehr wurde durch eine geschickte zeitliche Anordnung der Tage mit hohen und niedrigen Einstrahlungen bzw. Warmwasserverbräuchen auch eine passende Variation des Speicherzustandes ermöglicht.

Einfluss auf den Solarertrag haben. Daher wurde zur Reduzierung der Parameteranzahl lediglich der primäre Solarvolumenstrom ausgewählt, wobei das Kapazitätsstromverhältnis zum sekundären Volumenstrom auf eins festgesetzt wurde. Dieses hatte sich bei der Optimierung auf jeweils einen konstanten Volumenstrom über die acht Tage als optimal erwiesen. Durch die Reduzierung auf lediglich einen Systemparameter ergaben sich dann für die acht Tage acht verschiedene Volumenstromparameter<sup>67</sup>, für die wiederum mit dem Simplex-Algorithmus eine statische Optimierung durchgeführt wurde.

#### **6.4 Ergebnisse der Optimierungsrechnungen**

Abb. 6.5 stellt die optimierten Volumenströme für die acht untersuchten Tage den entsprechenden Randbedingungen Einstrahlung und Warmwasserverbrauch gegenüber. Hierbei wird deutlich, dass die stetige Aufheizung des Speichers vom 1. bis zum 4. Tag (bedingt durch einen geringen Warmwasserverbrauch ab dem 2. Tag bei gleichzeitig hoher solarer Einstrahlung) für einen optimalen Betrieb jeweils eine Verringerung der Volumenströme nötig machen. Da Tage mit einer nur sehr geringen Einstrahlung aufgrund sehr geringer Pumpenlaufzeiten keinen Einfluss auf den Solarertrag haben, ist jedoch nicht an allen Tagen eine Optimierung der Volumenströme wichtig. Somit ist die Bestimmung der Werte des 5. und 8. Tages unerheblich, womit sich das Optimierungsproblem auf sechs Parameter reduziert. Eine ähnliche Argumentation trifft zu, wenn der Energieverbrauch für die Warmwasserbereitung deutlich über dem solaren Ertrag eines Tages liegt und somit die solare Deckungsrate sehr gering ist. Für diesen Fall bringt eine Temperaturschichtung nur einen geringen Vorteil, da ohnehin nur wenig Energie im Pufferspeicher zwischengespeichert wird.

In Abb. 6.5 nicht zu erkennen ist, dass durch die Variation der Volumenströme, verglichen mit einem konstanten Volumenstrom über alle Tage, mit ca. 0.6 % lediglich eine sehr geringe Erhöhung des Solarertrags (abzüglich der Pumpenenergie, die an den acht Tagen mit weniger als 3 % bezogen auf den solaren Nutzertrag relativ gering ist) ermöglicht wird. Dies bestätigt das Ergebnis aus Kapitel 5, welches besagt, dass bei gut dimensionierten Systemen die optimalen Parametereinstellungen nicht sehr stark von den Randbedingungen abhängen, durch eine Variation der Regelparameter daher auch nur geringe Ertragsverbesserungen erreicht werden können. Darüber hinaus stellen Ungenauigkeiten in den Einstrahlungs- und Verbrauchsvorhersagen Probleme für die Optimierung dar. Werden Parameter unter

---

<sup>67</sup> Speziell zur Abbildung von variablen Volumenströmen im Kollektorkreis wurde in [Hei01] gezeigt, dass die zur Verfügung stehenden Kollektormodelle auch bei dynamisch variierenden Volumenströmen eine zufriedenstellende Genauigkeit erreichen.

falschen Annahmen optimiert, können diese im späteren Betrieb bei den tatsächlichen Randbedingungen, verglichen mit konstanten Parameterwerten, im Extremfall sogar zu einer Verschlechterung des solaren Ertrags führen. Dies würde dann das hier dargestellte geringe Optimierungspotenzial noch zusätzlich reduzieren.

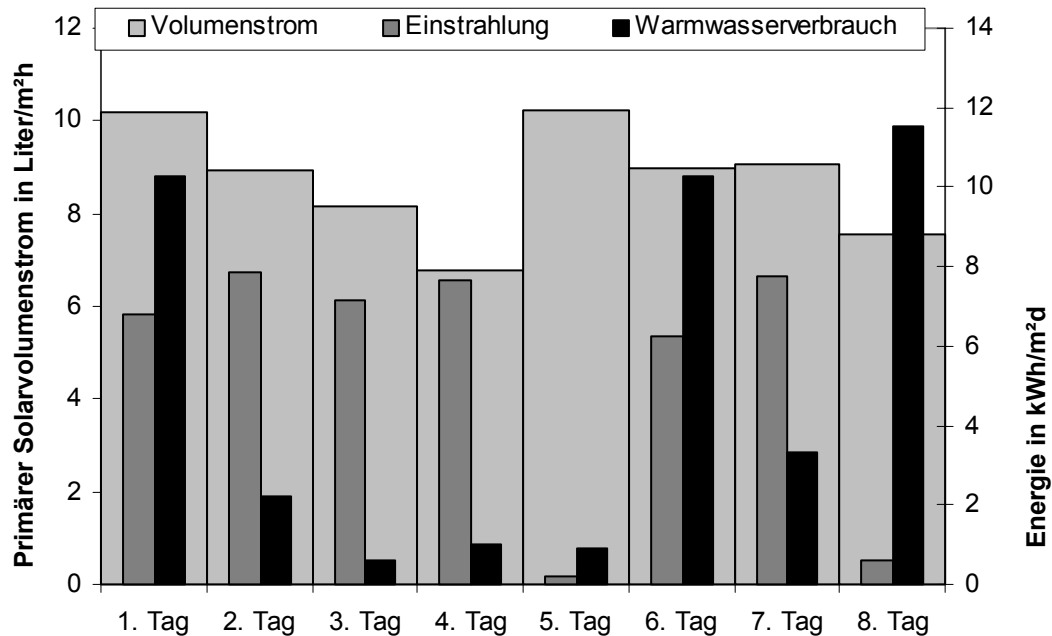


Abb. 6.5: Darstellung der optimierten primären Solarkreisvolumenströme für alle acht untersuchten Tage, aufgetragen als breite hellgraue Balken auf der linken Ordinatenachse. Aufgrund einer zu geringen Einstrahlung sind hierbei allerdings die Volumenstromwerte für den 5. und 8. Tag nicht aussagekräftig. Zusätzlich sind auf der rechten Ordinate die Randbedingungen Einstrahlung und Warmwasserverbrauch als Tagesenergien aufgeführt. Ein ungefährender Eindruck über die jeweiligen Speicherzustände, die nicht dargestellt sind, kann aus der Verteilung von Einstrahlung und Warmwasserverbrauch abgeleitet werden.

Bei der Ermittlung eines konstanten Volumenstroms über den kompletten Zeitraum wird dieser Wert durch die Tage mit hohem Solarertrag oder häufig vorkommende und somit in der Summe einen hohen Ertrag bewirkende Tage bestimmt. Somit wird eine Verbesserung nur für die Tage möglich, die bei der Bestimmung des konstanten Volumenstroms eine nur untergeordnete Rolle gespielt haben und daher energetisch auch nicht bedeutend waren. Folglich ist an diesen Tagen auch keine große absolute Verbesserung im Solarertrag möglich, was ein weiterer Grund für das geringe Potenzial sein dürfte. Ein größeres Potenzial wäre höchstens in dem Fall möglich, falls z.B. zwei unterschiedliche Niveaus von Randbedingungen existieren würden, die unterschiedliche Parametereinstellungen erforderten. Bei einer Optimierung auf konstante Werte würden dann aber eventuell Parameterwerte als optimal ermittelt werden, die für keine von beiden Niveaus optimal sind.

Eine deutliche Anlagenverbesserung wird aber wohl erst dann möglich, wenn die Regelung der fossilen Nachheizung in die Optimierung mit einbezogen wird.

Hierbei kann dann in Abhängigkeit von dem zu erwartenden Verbrauch und der vorhergesagten Einstrahlung das nachzuheizende Speichervolumen variabel gehalten werden und damit sowohl eine Verringerung der Speicherverluste als auch eine bessere solare Ausnutzung des Speichervolumens erreicht werden. Für kleine Systeme wurde dies in [Pru00] für eine Solaranlage zur Warmwasserversorgung untersucht, in [Pru02] für ein Kombi-System mit zusätzlicher Heizungsunterstützung. [Fur03] haben den Einfluss eines variablen Bereitschaftsteils im Brauchwasserspeicher in Abhängigkeit von dem zu erwartenden Warmwasserverbrauch analysiert. Bei großen Solarsystemen ist jedoch die Regelung der Nachheizung oftmals von der eigentlichen Solarregelung entkoppelt, so dass eine reale Integration in den Optimierungsprozess in einem solchen Fall erschwert wäre.

Zudem müsste bei der Integration der Nachheizregelstrategie in die Optimierung ein eventueller Komfortverlust berücksichtigt werden. Dieser könnte in dem Moment auftreten, wenn die Verbrauchs- oder Einstrahlungsvorhersagen ungenau sind und die im Speicher vorgehaltene Menge an Warmwasser zu bestimmten Zeiten nicht ausreicht, um den tatsächlichen Bedarf zu decken. Ansätze hierzu sind bei [Jor01] zu finden, eine mögliche Berücksichtigung stellt z.B. (6.2) dar. Diese Gleichung beinhaltet eine Erweiterung der in (5.1) vorgestellten Zielfunktion, bei der eine Reduzierung des Zielfunktionswertes erfolgt, wenn die aktuelle Temperatur im Nachheizspeicher geringer als die geforderte Solltemperatur ist. Wie stark eine geringe Abweichung verglichen mit einer großen Abweichung bewertet werden soll, kann durch den Exponenten  $\nu$  beeinflusst werden. Es taucht aber erneut das Problem einer geeigneten gegenseitigen Gewichtung von Solarertragssteigerung und Komfortverlust (bzw. der Gefahr eines Komfortverlustes) auf, die durch die Wahl des Skalierungsfaktors  $\tilde{\beta}$ , zusätzlich aber auch durch den Exponenten  $\nu$ , bestimmt wird.

$$\tilde{\kappa} = Q_{\text{sol}} - \frac{1}{\eta_{\text{Kraftwerk}}} \cdot W_{\text{elektr, Pump}} - \tilde{\beta} \cdot \text{Max}\left(\frac{T_{\text{Nhsp}}^{\text{Soll}} - T_{\text{Nhsp}}^{\text{Ist}}}{K}, 0\right)^{\nu} \quad (6.2)$$

Die hier beschriebene Problematik der hohen Parameteranzahl bei Berücksichtigung aller Tage trifft dagegen nur für eine Potenzialabschätzung zu. Im Gegensatz zu dieser müssten im realen Betrieb immer nur ein bis drei Tage im Voraus betrachtet werden, wodurch die Anzahl der zu optimierenden Parameter auf ein akzeptables Maß reduziert würde. Somit sollte, falls ein Regler mit den entsprechenden technischen Anforderungen zur Verfügung stünde, der Optimierungsprozess kein prinzipielles algorithmisches Problem darstellen. Trotzdem kann aufgrund des hier abgeschätzten geringen Optimierungspotenzials eine Integration dynamischer Parameteranpassungen in ein Überwachungskonzept für große solarintegrierte Wärmeversorgungsanlagen nicht empfohlen werden. Inwiefern eine Integration der



Nachheizung in ein prädiktives Regelkonzept möglich wäre und das Optimierungspotenzial erhöhen könnte, bliebe noch zu untersuchen.

## 6.5 Zusammenfassung

In dem vorliegenden Kapitel wurde die Möglichkeit einer kontinuierlichen Anpassung von Regelungsparametern und Volumenströmen an die zu erwartenden Einstrahlungs- und Verbrauchsbedingungen sowie an den aktuellen Speicherzustand untersucht. Hierbei sollte bestimmt werden, welches Optimierungspotenzial bezüglich einer Solarertragssteigerung unter Berücksichtigung der Vorhersageunsicherheiten zu erwarten ist.

Hierfür wurden im ersten Schritt Vorhersagewerte der Einstrahlung des Deutschen Wetterdiensts (DWD) für den jeweils aktuellen Tag sowie drei Folgetage mit Messdaten über einen Zeitraum von einem Jahr verglichen. Es ergab sich, dass bei der Vorhersage der Globalstrahlung des aktuellen Tages in über 50 % der Fälle eine Abweichung von weniger als 0.5 kWh/m<sup>2</sup>d erreicht werden kann und große Abweichungen von mehr als 3 kWh/m<sup>2</sup>d selten auftraten. Speziell große Abweichungen könnten im Extremfall dazu führen, dass die auf falsche Vorhersagewerte angepassten Parameter sogar Ertragsminderungen zur Folge hätten.

Da es sich bei den untersuchten Systemen sowohl um ein Studierendenwohnheim als auch um Krankenhäuser handelte, setzten sich die Verbrauchsprofile aus vielen zeitlich überlagerten Einzelzapfungen zusammen. Daher war es für beide Profilarnten möglich, Regeln für das Zapfverhalten zu detektieren. Falls speziell für Studierendenwohnheime vorlesungsfreie Tage berücksichtigt würden, wären mit Hilfe dieser Regeln recht genaue Vorhersagen des zu erwartenden Warmwasserverbrauchs möglich. Diese Regeln müssten jedoch durch Langzeitmessungen der Verbräuche an jeder Anlage neu angepasst werden, wobei für diese Anpassung der Einsatz von Neuronalen Netzen (siehe z.B. [Hay99]) eine Automatisierung ermöglichen könnte.

Die eigentliche Potenzialabschätzung gestaltete sich jedoch relativ schwierig. Selbst wenn die Parameter immer für einen kompletten Tag konstant gewählt würden, müssten bei sieben zu optimierenden Parametern dann  $7 \cdot 365 = 2555$  Parameter für die Potenzialbestimmung innerhalb eines Jahres variiert werden. Um den Aufwand einer solchen Optimierung zu vermeiden, wurde eine Reduzierung sowohl der Eingangsdaten als auch der zu optimierenden Parameter vorgenommen. Da bei den Untersuchungen in Kapitel 5 Regelungsparameter nur einen geringen Einfluss auf den Jahressolarertrag hatten, wurde lediglich der Solarvolumenstrom zur Variation ausgewählt. Für die Reduzierung der Eingangsdaten wurde eine Sequenz von acht Tagen generiert, in denen eine größtmögliche Variation der

Globalstrahlung, des Warmwasserverbrauchs und des Temperaturniveaus im Pufferspeicher vorlag.

Bei einem auf diesen Zeitraum bereits auf konstante Parameter optimierten System ermöglichte eine zusätzliche tägliche Anpassung des Volumenstroms aber mit weniger als einem Prozent nur eine sehr geringe Erhöhung des solaren Nutzertrages, bei dem die Hilfsenergie der Pumpen zusätzlich primärenergetisch bewertet wurde. Unter Berücksichtigung des großen Zusatzaufwandes für tägliche Optimierungsrechnungen und den Unsicherheiten für die Vorhersagewerte kann somit aus diesen Untersuchungen eine dynamische Betriebsoptimierung nicht empfohlen werden. Erst wenn die Regelung der fossilen Nachheizung mit in das Optimierungskonzept integriert würde, könnte mit einer nennenswerten Ertragssteigerung gerechnet werden. Hierfür müssten aber Straffunktionen für die Zielgröße berücksichtigt werden, die diejenigen Zeitpunkte negativ bewerten, in denen aufgrund einer riskanten Nachheizstrategie nicht genügend Warmwasser zur Verfügung stünde. Eine solche Straffunktion erschwert aber wiederum eine objektive Bestimmung des Optimierungspotenzials.

## 7 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein vierstufiges Optimierungs- und Überwachungskonzept für große solarintegrierte Wärmeversorgungsanlagen vorgestellt. Dieses Konzept berücksichtigt bereits das Planungsstadium und erstreckt sich über die komplette Laufzeit einer Solaranlage. Innerhalb dieses Konzeptes sollte in der Planungsphase das Systemdesign zusammen mit den Dimensionen aller Komponenten auf den zu erwartenden Warmwasserverbrauch und die Klimabedingungen des jeweiligen Standorts angepasst werden. Nach der Installation des Systems sollte eine Funktionskontrolle kontinuierlich einen den Planungszielen entsprechenden Betrieb sicherstellen. Da während der Planungsphase der zu erwartende Warmwasserverbrauch jedoch oftmals nur sehr ungenau bekannt ist, könnte z.B. nach einem Jahr Betriebserfahrungen eine erneute Anpassung von in diesem Stadium noch veränderbaren Systemparametern an den tatsächlichen Verbrauch erfolgen. Aufgrund der hohen Dynamik von Einstrahlungs- und Verbrauchsbedingungen kann schließlich eine kontinuierliche Anpassung von Systemparametern durchgeführt werden.

Bezüglich des Optimierungs- und Überwachungskonzepts lag der Schwerpunkt der Untersuchungen auf der Identifikation energetischer und zum Teil auch wirtschaftlicher Optimierungspotenziale der einzelnen Stufen sowie geeigneter Verfahren zur deren Realisierung. Speziell zur Durchführung der Optimierungsstufen wurde die Verwendung numerischer Optimierungsalgorithmen vorgeschlagen, was die Identifikation von jeweils geeigneten Algorithmen nötig machte. Zur Funktionskontrolle sollten ebenso wie zur Optimierung thermische Systemsimulationen (z.B. TRNSYS) eingesetzt werden, die sowohl eine Fehlererkennung als auch eine Fehlerlokalisierung ermöglichen.

Im Planungsstadium, in dem ein möglichst geringer solarer Wärmepreis die Zielgröße der Optimierung war, stellte sich die Bestimmung des geeignetsten Optimierungsalgorithmus jedoch als schwierig heraus. Für einen allgemeingültigen Vergleich hätten die Optimierungsrechnungen von allen Algorithmen mit unterschiedlichen Startvektoren sehr oft wiederholt werden und die einzelnen Algorithmen entsprechend den Optimierungsproblemen bezüglich ihrer internen Parameter angepasst werden müssen. Tendenziell zeigten aber evolutionäre Algorithmen das zuverlässigste Konvergenzverhalten. Klassische Algorithmen konvergierten zwar in der Regel schneller, blieben aber oftmals in lokalen Minima stecken. Durch Veränderungen der Randbedingungen der Optimierungen konnten aber auch mit klassischen Algorithmen ähnlich gute Parametervektoren wie mit evolutionären ermittelt werden. Wenn auch in diesen Fällen die klassischen Algorithmen den evolutionären aufgrund ihrer höheren Konvergenzgeschwindigkeit deutlich überlegen waren,

sollten trotzdem klassische den evolutionären Algorithmen nur dann vorgezogen werden, wenn die Optimierungsbedingungen gut bekannt sind und das zu suchende Optimum hinreichend genau eingegrenzt werden kann.

Anders sieht dies im Fall der z.B. jährlich durchgeführten statischen Betriebsoptimierung aus, bei der lediglich noch sieben Parameter variiert wurden. Zudem hatten von diesen nur die beiden Volumenströme einen bedeutenden Einfluss auf den solaren Nutzertrag, wofür im niedrigen Volumenstrombereich größere Verluste aufgrund eines höheren Temperaturniveaus und bei größeren Volumenströmen das Ansteigen des Pumpenstromverbrauchs für die Auswirkungen verantwortlich sind. Somit zeigten die klassischen Algorithmen durchweg ein besseres Konvergenzverhalten als die evolutionären, wobei aufgrund ihrer Einfachheit und des Verzichts auf die Bestimmung von Gradienten hierbei *Simplex-* und *Powell-Algorithmus* die deutlichsten Vorteile aufwiesen.

Für eine abschließende Bewertung der untersuchten Optimierungsalgorithmen müssten aber die theoretisch zu erwartenden Konvergenzeigenschaften der einzelnen Algorithmen mit der Beschaffenheit des Zielfunktionsgebiets verglichen werden. Hierfür müsste dieses detailliert auf z.B. lokale Minima, Parameterkorrelationen und Nicht-Monotonien jeweils bei unterschiedlichen Systemen untersucht werden. Durch eine umfassende Anwendung der Algorithmen mit vielen unterschiedlichen Startvektoren und internen Parametern der einzelnen Algorithmen müssten dann die hier ermittelten Tendenzen der Konvergenzeigenschaften überprüft werden.

Noch wesentlich schwieriger gestaltete sich aber die Bestimmung der einzelnen Optimierungspotenziale. Für diese musste die Wahl einer geeigneten Referenz getroffen werden, so dass jeweils der Vergleich mit installierten Systemen herangezogen wurde. Diese waren nicht in einem automatisierten Prozess optimiert worden, sondern konventionell geplant und betrieben. Bezogen auf diese Systeme, die beide an Krankenhäusern in Frankfurt/Main installiert sind, ergaben sich bei nachträglich durchgeführten Planungsoptimierungen Verbesserungspotenziale zwischen 14 und 16 %. Diese waren in beiden Fällen auf eine Reduzierung der Solarvolumenströme und eine Vergrößerung der UA-Werte der Solarkreiswärmeübertrager zurückzuführen, wobei in beiden Fällen die optimalen Werte deutlich von bisherigen Planungsempfehlungen abweichen. Zusätzlich erfolgte bei einem System eine Reduzierung des Rohrdurchmessers im Kollektorkreis, bei dem anderen eine Reduzierung des Pufferspeichervolumens. Regelparameter hatten in der Summe zwar auch einen bedeutenden Einfluss, deren Bestimmung ist aber aufgrund hoher Zeitaufösungen von Simulation und Eingangsdaten mit großen Unsicherheiten behaftet.

Speziell für einen objektiven Vergleich mit den installierten Systemen hätten aber alle Randbedingungen wie Kostenfunktionen, Käuferwünsche und Einstrahlungs- und Verbrauchsvorhersagen genauso wie im ursprünglichen Planungsprozess gewählt werden müssen. Diese waren aber bei den Systemen, deren Bau schon einige Jahre zurückliegt, schwierig zu rekonstruieren. Aber auch wenn alle Randbedingungen als identisch angenommen worden wären, hinge bei einem solchen Vergleich das ermittelte Optimierungspotenzial immer noch stark von der Fertigkeit des konventionellen Planers ab und wäre daher von System zu System unterschiedlich.

Auch für die Bestimmung des Optimierungspotenzials einer statischen Betriebsoptimierung wurde der Vergleich mit installierten Systemen herangezogen. Da auch diese Systeme nicht im Planungsstadium optimiert wurden, konnte somit nur bestimmt werden, welche Verbesserung erreicht werden könnte, wenn diese möglicherweise unzulänglich geplanten Systeme optimiert würden. Hierbei ergab sich, dass bei einem System lediglich eine Verbesserung von etwa 4 % möglich war. Bei dem zweiten System, welches Fehler im Regelungsschema aufwies und bei dem der Verbrauch im tatsächlichen Betrieb auf ca. 40 % des geplanten Wertes abgesunken war, war dagegen eine Verbesserung um ca. 13 % möglich. Bei beiden Systemen wurde dies durch eine Reduzierung der Volumenströme und eine Verringerung der Einschaltsschwellen für die Be- und Entladung der Pufferspeicher erreicht. Eine Effizienzsteigerung ist hierbei dadurch möglich, dass kleine Volumenströme zu einem geringeren Druckabfall in den Fluidsystemen und damit zu geringeren Pumpenstromverbräuchen führen. Zudem verlängern kleine Einschaltsschwellen die Pumpenlaufzeiten und ermöglichen hierdurch größere Solargewinne. Für eine realistische Potenzialabschätzung dieser speziellen Stufe müsste aber eigentlich ein bereits planungsoptimiertes System betrachtet werden. Ausgehend von diesem wäre dann zu untersuchen, inwiefern eine Systemanpassung an veränderte Randbedingungen einen eventuellen Minderertrag aufgrund einer für den tatsächlichen Verbrauch ungünstigen Auslegung korrigieren kann. In diesem Fall hinge das Optimierungspotenzial dann von der Größe der Veränderungen im Verbrauchsprofil ab. Untersuchungen der Variation des Verbrauchsprofils im Planungsstadium lassen hierbei aber auf ein relativ geringes Verbesserungspotenzial schließen.

Für die Bewertung einer dynamischen Betriebsoptimierung war die Abschätzung von Vorhersagegenauigkeiten für Einstrahlung und Warmwasserverbrauch erforderlich. Speziell für Krankenhäuser und Studierendenwohnheime konnten feste Regeln für das Verbrauchsverhalten ermittelt werden. Durch Anpassung dieser Regeln an Belegungszahlen und spezielle Gegebenheiten des Standorts konnte somit eine zuverlässige Vorhersage für die einzelnen Tage ermöglicht werden. Aber auch

wenn zusätzlich die Einstrahlungsvorhersage, z.B. des Deutschen Wetterdienstes, scheinbar ausreichende Genauigkeiten erreichen, ergab sich mit weniger als einem Prozent ein nur sehr geringes Optimierungspotenzials der dynamischen Betriebsoptimierung. Inwiefern eine Integration der fossilen Nachheizregelung in das Optimierungskonzept das Potenzial dann erhöhen könnte, bliebe noch zu untersuchen.

Das Beispiel einer Funktionsstörung an dem Solarsystem der Orthopädischen Klinik in Frankfurt verdeutlicht, dass von den vier Stufen des Gesamtoptimierungs- und Überwachungskonzepts eine Langzeitüberwachung zwingend erforderlich ist, um einen reibungsfreien Betrieb sicherzustellen. Eine im Planungsstadium automatisiert durchgeführte Optimierung kann trotz des Rechenaufwands den Planungsprozess vereinfachen und je nach System deutliche Verbesserungspotenziale ermöglichen. Für eine zuverlässigere Abschätzung müsste das Verfahren aber zukünftig in realen Planungsprozessen eingesetzt werden und hierbei mit konventionellen Planungen verglichen werden. Inwiefern aber auch Regeln für die Auslegung in Abhängigkeit von Randbedingungen (Standort, Verbrauchsprofil, Kostenfunktionen, Investitionsvolumen, etc.) zu ähnlich guten Systemen führen könnten, müsste durch Sensitivitätsanalysen bei systematischen Variationen dieser Randbedingungen ermittelt werden. Hierfür würde sich wiederum die Verwendung von Optimierungsrechnungen anbieten. Eine nachträgliche Betriebsoptimierung bietet sich aufgrund der geringen Möglichkeit von Systemveränderungen nur an, wenn das System im Planungsstadium schlecht geplant wurde oder sich die Randbedingungen extrem ändern. Eine schlechte Auslegung könnte aber eventuell durch eine automatisiert durchgeführte Planungsoptimierung ausgeschlossen werden. Die Durchführung von dynamischen Betriebsoptimierungen kann dagegen ohne Integration der Nachheizregelung in das Optimierungskonzept nicht empfohlen werden.

## Literaturverzeichnis

- [Alt99] Altgeld, H., Mahler, M.: *Funktionskontrolle bei kleinen thermischen Solaranlagen ohne Wärmemengenmessung*, Abschlußbericht, Testzentrum Saarbrücken (TZSB), 1999.
- [Bäc91] Bäck, T., Hofmeister, F.: *Extended Selection Mechanisms in Genetic Algorithms*, CiteSeer - Scientific Literature Digital Library (<http://citeseer.nj.nec.com/cs>), 1991.
- [Bäc96] Bäck, T.: *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*, Oxford University Press, Oxford, 1996.
- [Bie94] Biersack, M.: *Entwurf und Implementierung einer Simulationssprache für dynamische Systeme*, Diplomarbeit, TU-Berlin, 1994.
- [Bin02] Bine Informationsdienst: *Große Solaranlagen zur Trinkwassererwärmung*, Themen Info III/02, Karlsruhe, 2002.
- [Bin99] Bine Informationsdienst: *Solare Trinkwassererwärmung mit Großanlagen: Praktische Erfahrungen*, TÜV-Verlag GmbH, Köln, 1999.
- [Box65] Box, M.J.: *A new Method of Constrained Optimization and a Comparison with other Methods*, The Computer Journal, **8** (1), S. 42-52, April 1965.
- [Bre73] Brent, R.P.: *Algorithms for Minimization without Derivatives*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Chapter 5, 1973.
- [Bro03] F.A. Brockhaus: *Der große Brockhaus in einem Band*, F.A. Brockhaus AG, Mannheim, 2003.
- [Bro91] Bronstein, I., Semandjajew, K.: *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri-Deutsch, Frankfurt, 1991.
- [Dah97] Dahm, J.: *Evaluation of a Solar Heating System for a Small Residential Building Area*, Dissertation, Chalmers University of Technology, Göteborg, 1997.
- [Dal93] Dalenbäck, J-O.: *Solar Heating with Seasonal Storage: Some Aspects of the Design and Evaluation of Systems with Water Storage*, Dissertation, Chalmers University of Technology, Göteborg, 1993.
- [Dez00] Dezentral GbR: *Smile - Einführung in die Benutzung der Simulationsumgebung*, Handbuch zur Version 0.99, Berlin, 2000.

- [Drü94] Drück, H.: *Weiterentwicklung und Validierung des Modells für solare Warmwasserspeicher 4-Port für das Simulationsprogramm TRNSYS*, Diplomarbeit, Universität Stuttgart, 1994.
- [Drü99] Drück, H., Hahne, E., Beikircher, T., Gut, M., Kronthaler, P., Oberdorf, C., Schölkopf, W.: *Verfahren zur Ermittlung der thermischen Leistungsfähigkeit von großen Solaranlagen mittels in-situ Kurzzeitmessungen*, Tagungsbericht 9. Symposium Thermische Solarenergie, 5.-7.5.1999, S. 96-100, Staffelstein, 1999.
- [Fah01] Fahrmeier, L., Künstler, R., Pigeot, I., Tutz, G.: *Statistik. Der Weg zur Datenanalyse*, 3. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2001.
- [Fin95] Finke, T.: *Optimierung dezentraler Energieversorgungsunternehmen am Beispiel Blockheizkraftwerk*, Dissertation, TU Hamburg-Harburg, 1995.
- [Fle63] Fletcher, R., Powell, M.J.D.: *A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization*, The Computer Journal, **6** (2), pp. 163-168, 1963.
- [Fle64] Fletcher, R., Reeves, C.M.: *Function Minimization by Conjugate Gradients*, The Computer Journal, **7** (2), pp. 149-154, 1964.
- [Fle70] Fletcher, R.: *A new Approach to Variable Metric Algorithms*, The Computer Journal, **13** (3), pp. 317-322, 1970.
- [Fle86] Fleury, C., Braibant, V.: *Structural Optimization: A new Dual Method using Mixed Variables*, Int. J. Num. Meth. Eng., **23** (3), pp. 409-428, 1986.
- [Fra00] Frank, E.: *Untersuchungen zur Bestimmung von Kollektorkreis-Volumenströmen durch Auswertung von Temperaturverläufen*, Wissenschaftliche Hausarbeit für das erste Staatsexamen, Universität Marburg, 2000.
- [Fra01] Frank, E., Krause, M., Wiese, F., Uecker, M., Vajen, K., Ackermann, H.: *Quasi-Continuous Flow Rate Determination Based on Analyzing Temperature Courses*, Proc. ISES Solar World Congress, 26.-30.11.2001, Adelaide, 2001.
- [Fra98] Franke, R.: *Omuses, a Tool for the Optimization of Multistage Systems and HQP, a Solver for Sparse Nonlinear Optimization*, Dokumentation zur Version 1.5, Technische Universität Ilmenau, 1998.
- [Fur03] Furbo, S.: *Smart Solar Tanks for Small Solar Domestic Hot Water Systems*, Proc. ISES World Congress 2003, 14.-19.6.2003, Göteborg, 2003.



- [Für95] Fürbringer, J.M., Roulet, C.A.: *Comparison and Combination of Factorial and Monte-Carlo Design in Sensitivity Analysis*, Building and Environment, **30** (4), pp. 505-519, Pergamon, 1995.
- [Fur96] Furbo, S., Shah, L.: *Optimum Solar Collector Fluid Flow Rates*, Tagungsbericht 10. Internationales Sonneforum EuroSun '96 (Freiburg), DGS-Sonnenenergie Verlags-GmbH, München, 1996.
- [Gem03] Fritsche, U.R., Schmidt, K.: *Globales Emissions-Modell Integrierter Systeme (GEMIS)*, Handbuch zu Gemis 4.1, Öko-Institut, Darmstadt, 2003.
- [Gol72] Goldfarb, D.: *Variable Metric and Conjugate Direction Methods in Unconstrained Optimization: Recent Developments*, Proceedings of the ACM annual conference, Volume 1, Boston, Massachusetts, 1972.
- [Gol98] Goldberg, D.E.: *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison Wesley Longman, Alabama, 1998.
- [Gör00] Göring, J., Schirmer, U., Freitag, T.: *Experience from Dimensioning, Planning and Installation of Different Solar Systems for Domestic Hot Water Systems in Free State Saxony*, Proc. Eurosun '00, 19.-22.6.00, Kopenhagen, 2000.
- [Haf99] Hafner, B.: *Modellierung und Optimierung eines solar betriebenen Prozeßwärmesystems*, Dissertation, RWTH Aachen, 1999.
- [Hay99] Haykin, S.: *Neural Networks: a comprehensive foundation*, 2<sup>nd</sup> Edition, Prentice Hall, New Jersey, 1999.
- [Hei01] Heidt, S.: *Validierung und Vergleich von TRNSYS-Kollektor-Modellen*, Wissenschaftliche Hausarbeit für das erste Staatsexamen, Universität Marburg, 2001.
- [Hoo61] Hooke, R., Jeeves, T.A.: *Direct Search Solution of Numerical Statistical Problems*, J. Assoc. Comp. Mach., **8** (2), pp. 212-229, 1961, The ACM Digital Library (<http://portal.acm.org/portal.cfm>).
- [Isa95] Isakson, P.: *Solar Collector Model for Testing and Simulation, Building Service Engineering*, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1995.
- [Jan00] Jansen, T.: *Theoretische Analyse evolutionärer Algorithmen unter dem Aspekt der Optimierung in diskreten Suchräumen*, Dissertation, Universität Dortmund, 2000.

- [Jor01] Jordan, U.: *Untersuchung eines Solarspeichers zur kombinierten Trinkwassererwärmung und Heizungsunterstützung*, Dissertation, Universität Marburg, 2001.
- [Kir83] Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., Jr., Vecchi, M.P.: *Optimization by Simulated Annealing*, Science, **220**, pp. 671-680, 1983.
- [Kir93] Kirsch, U.: *Structural Optimization: Fundamentals and Applications*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [Kle94] Klein, S.A. et al.: *TRNSYS-A Transient System Simulation Program*, Version 14.1, Solar Energy Laboratory, University of Wisconsin-Madison, Madison 1994.
- [Kra01] Krause, M., Vajen, K., Wiese, F., Ackermann, H.: *Investigations on Optimizing Large Solar Thermal Systems*, Proc. ISES Solar World Congress, 26.-30.11.2001, Adelaide, 2001.
- [Kra02a] Krause, M., Vajen, K., Wiese, F., Ackermann, H.: *Planning of Large Solar Thermal Systems: Automatic Optimizations*, Proc. EuroSun '02, 23.-26.6.2002, Bologna, 2002.
- [Kra02b] Krause, M., Vajen, K., Wiese, F., Ackermann, H.: *Investigations on Optimizing Large Solar Thermal Systems*, Solar Energy, **73** (4), pp. 217-225, 2002.
- [Lev44] Levenberg, K.: *A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares*, Quarterly of Applied Mathematics, **2**, pp. 164-168, 1944.
- [Lom92] Lomas, K.J., Eppel, H.: *Sensitivity Analysis Techniques for Building Thermal Simulation Programs*, Energy and Building, **19** (1), pp. 21-44, 1992.
- [Loo02] Loomans, M.: *The Application of the Genetic Algorithm for Optimisation of Large Solar Hot Water Systems*, Solar Energy, **72** (5), pp. 427-439, 2002.
- [Lut94] Lutz, S.: *Entwurf und Implementierung eines Optimierungswerkzeuges für eine Simulationsumgebung*, Diplomarbeit, TU-Berlin, 1996.
- [Man00] Mangold, D., Hahne, E.: *Technische Erfahrungen aus den solar unterstützten Nahwärmanlagen des Förderprogramms Solarthermie-2000*, Tagungsbericht 10. Symposium Thermische Solarenergie, 10.-12.5.2000, S. 97-104, Staffelstein, 2000.
- [Mat94] The Mathworks Inc.: *MATLAB & SIMULINK*, Massachusetts, (<http://www.mathworks.com>), 2003.

- [Met53] Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N., Teller, A.H., Teller, E.: *Equation of State Calculations by Fast Computing Machines*, Journal of Chemical Physics, **21**, pp. 1087-1092, 1953.
- [Met97] Meteotest, Remund, J, Lang, R., Kunz, S.: *Meteonorm - Global Meteorological Database for Solar Energy and Applied Climatology, Edition '97 Version 3.0*, Meteotest, Bern, 1997.
- [Nel65] Nelder, J.A., Mead, R.: *A Simplex Method for Function Minimization*, The Computer Journal, **7** (4), pp. 308-313, 1965.
- [Ort01] Orths, R.: *Persönliche Mitteilungen*, Fa. Wagner & Co, Marburg, 2001.
- [Pap96] Papageorgiou, M.: *Optimierung. Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung*, 2. Auflage, Oldenbourg Verlag, München, 1996
- [Peu00a] Peuser, F.A.: *Erfahrungen mit großen Solaranlagen zur Trinkwassererwärmung aus Solarthermie-2000 (Teilprogramm 2)*, Tagungsbericht 10. Symposium Thermische Solarenergie, 10.-12.5.2000, S. 97-104, Staffelstein, 2000.
- [Peu00b] Peuser, F.A., Croy, R., Wirth, H.P.: *Erfahrungen mit Regelungen für thermische Solaranlagen im Programm Solarthermie-2000, Teilprogramm 2*, Tagungsbericht 10. Symposium Thermische Solarenergie, 10.-12.5.2000, S. 385-389, Staffelstein, 2000.
- [Peu97] Peuser, F.A., Croy, R., Schumacher, J., Weiß, R.: *Langzeiterfahrungen mit thermischen Solaranlagen*, ZfS-Rationelle Energienutzung, Hilden, 1997.
- [Pol69] Polak, E., Ribière, G.: *Note sur la Convergence de Méthodes de Directions Conjuguées*, Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, **16**, pp. 35-43, 1996.
- [Pow64] Powell, M.J.D.: *An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables without Calculating Derivatives*, The Computer Journal, **7** (2), pp. 155-162, 1964.
- [Pre97] Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P.: *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [Pru00] Prud'homme, T., Gillet, D.: *Advanced Control Strategy of a Solar Domestic Hot Water System with a Segmented Auxiliary Heater*, Energy and Buildings, **33** (5), pp. 463-475, 2001.

- [Pru02] Prud'homme, T., Gillet, D.: *Advanced Control Strategy for Solar Combisystems*, Proc. EuroSun '02, 23.-26.2002, Bologna, 2002.
- [Rat98a] Ratka, A.: *Vermessung, Modellierung und Optimierung einer großen solarintegrierten Wärmeversorgungsanlage*, Dissertation, Universität Marburg, 1998.
- [Rat98b] Ratka, A., Uecker, M., Wagner, R., Vajen, K., Ackermann, H.: *Modellierung und Optimierung von Kollektorregelungen in großen solarintegrierten Wärmeversorgungsanlagen*, Tagungsbericht 8. Symposium Thermische Solarenergie, 13.-15.5.1998, Staffelstein, S. 263-267, 1998.
- [Rec73] Rechenberg, I.: *Evolutionstrategie – Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution*, Friedrich Frommann Verlag, Stuttgart-Bad Cannstatt, 1973.
- [Rem99] Remmers, K.-H.: *Große Solaranlagen, Einstieg in Planung und Praxis*, Solarpraxis, Berlin, 1999.
- [Roh97] Rohlfss, K.: *Modellierung des thermischen Verhaltens komplexer Gebäude und Untersuchungen zum Potential prädiktiver Regelung im thermischen Bereich*, Diplomarbeit, Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme, Freiburg, 1997.
- [Roh98] Rohlfss, K., Gerber, A., Luther, J.: *Abschätzungen zum Verbesserungspotential prädiktiver Regelung bei der Heizungs- und Energieflußsteuerung in Gebäuden*, Verhandl. DPG(VI)32, (1998), Vortrags-Nr. AKE 4.5., 1998.
- [Ros60] Rosenbrock, H.H.: *An Automatic Method for Finding the Greatest or Least Value of a Function*, The Computer Journal, **3** (3), pp. 175-184, 1960.
- [Sche01] Scherer Solarsystem: *Preisliste 2001 für den Fachhandel*, 2001.
- [Sche02] Scheuren, J.: *Energetische Bewertung solarer Heizsysteme mit Großspeichern*, Diplomarbeit, Universität Marburg, 2002.
- [Schi98] Schirmer, U., Göring, J., Freitag, J.: *SOLARTHERMIE 2000, Aktuelle Projekte im Freistaat Sachsen, Stand II/98*, Tagungsbericht 8. Symposium Thermische Solarenergie, 13.-15.5.1998, Staffelstein, S. 245-249, 1998.
- [Schi99] Schirmer, U., Göring, J., Freitag, J.: *Solare Brauchwasservorwärmungsanlage des Studentenwohnheims Innere Scheeberger Straße, Zwickau*, Tagungsbericht 9. Symposium Thermische Solarenergie, 5.-7.5.1999, Staffelstein, S. 174-178, 1999.

- [Schr01] Schrag, T.: *Modellierung, Simulation und Optimierung solarthermischer Anlagen in einer objektorientierten Simulationsumgebung*, Dissertation, TU-Berlin, 2001.
- [Schr98] Schrag, T., Luchterhand, J., Klump, V.: *Optimierung von Entladungsstrategien für solarthermische Großanlagen mit Smile*, Tagungsbericht 8. Symposium Thermische Solarenergie, 13.-15.5.1998, S. 315-319, Staffelstein, 1998.
- [Schw01] Schwarz, S.: *Sensitivitätsanalyse und Optimierung bei nichtlinearem Strukturverhalten*, Dissertation, Universität Stuttgart, 2001.
- [Schw95] Schwefel, H.-P.: *Evolution and Optimum Seeking*, John Wiley & Sons, New York, 1995.
- [Schw99] Schwenk, C.: *SunHotel 1.0. Ein Simulationsprogramm zur Auslegung von großen solarthermischen Warmwasseranlagen (nicht nur) im Beherbergungswesen*, Institut für Solarenergieforschung GmbH, Hameln, 1999.
- [Sør03] Sørensen, P.A., Holm, L., Jensen, N.A.: *Sunstore2. Design and Construction of the Largest Solar Thermal System in the World: Status Spring 2003*, Proc. ISES Solar World Congress, 14.-19.6.2003, Göteborg, 2003.
- [Spi89] Spirkel, W.: *Dynamische Vermessung von Solaranlagen zur Warmwasserbereitung*, Dissertation, Universität München, 1989.
- [Spi96] Spirkel, W.: *Dynamic System Testing Program Manual 2.6*, In Situ Scientific Software, Germering, 1996.
- [Sti02] Stiftung Warentest: *Solaranlagen: Eine Technik zum Erwärmen*, in Test 4/2002, Berlin, 2002.
- [Sti03] Stiftung Warentest: *Kombi-Solaranlagen: Sonne tanken*, in Test 4/2003, Berlin, 2003.
- [Sva87] Svanberg, K.: *The Method of Moving Asymptotes - a new Method for Structural Optimization*, Int. J. Num. Meth. Eng., **24**, pp. 359-373, 1987.
- [Teg99] Tegethoff, W.: *Eine objektorientierte Simulationsplattform für Kälte-, Klima- und Wärmepumpensysteme*, Dissertation, TU Braunschweig, 1999.
- [Ten97] Tent, K.: *Größte thermische Solaranlage Hessens versorgt eine Klinik*, Sonnenenergie & Wärmetechnik, 2/97, S. 10-11, 1997.

- [Thr00] Thron, U., Christoffers, D.: *Vorausschauende und selbstadaptierende Heizungsregelung für Solarhäuser*, Tagungsbericht 10. Symposium Thermische Solarenergie, 10.-12.5.2000, Staffelstein, S. 298-303, 2000.
- [Uec00] Uecker, M., Krause, M., Vajen, K., Ackermann, H.: *Monitoring of Solar Systems – Theoretical and Experimental Investigation on Measurements of Solar Radiation*, Proc. Eurosun '00, 19.-22.6.00, Kopenhagen, 2000.
- [Uec01] Uecker, M.: *Zur Vermessung, Simulation und Langzeitüberwachung großer solarintegrierter Wärmeversorgungsanlagen*, Dissertation, Universität Marburg, 2001.
- [Uec98a] Uecker, M., Ratka, A., Wagner, R., Vajen, K., Ackermann, H.: *Auswirkungen von Parameterunsicherheiten auf die Genauigkeit von Ertragsprognosen für größere solarintegrierte Wärmeversorgungsanlagen*, Tagungsbericht 8. Symposium Thermische Solarenergie, 13.-15.5.1998, Staffelstein, S. 298-302, 1998.
- [Uec98b] Uecker, M., Hampel, M., Krause, M., Ratka, A., Vajen, K., Ackermann, H.: *TRNSYS & Smile - A Comparison of Simulation Studies and Measurements of a Medium Scale Solar Thermal System*, Proc. EuroSun '98, 14.-17.9.1998, Portoroz (Slovenia), pp. III.2.49-1..7
- [Uec99] Uecker, M., Hampel, M., Krause, M., Ratka, A., Vajen, K., Ackermann, H.: *Automatisierte Langzeitüberwachung mit TRNSYS am Beispiel einer großen solarintegrierten Solaranlage*, Tagungsbericht 9. Symposium Thermische Solarenergie, 5.-7.5.1999, Staffelstein, S. 390-394, 1999.
- [Ung97] Ungethüm, J.: *Entwurf und Implementierung eines Optimierungswerkzeuges für die objektorientierte Simulationsumgebung Smile*, Diplomarbeit, TU-Hamburg-Harburg, 1997.
- [Vaj96] Vajen, K.: *Systemuntersuchungen und Modellierung solarunterstützter Warmwasserbereitungssysteme in Freibädern*, Dissertation, Universität Marburg, 1996.
- [Val96] Valentin, G.: *TSOL. Ein Windows-Programm zur Auslegung und Simulation thermischer Solaranlagen*, Benutzerhandbuch, Berlin, 1996.

- [Van01] Vanoli, K., Francisco, F.: *In-Situ Ertragsüberwachung thermischer Solaranlagen am Beispiel der ISFH-IOC-Technologie*, Tagungsbericht 11. Symposium Thermische Solartechnik, Staffelstein, 9.-11.5.2001, S. 273-279, 2001.
- [VDI94] VDI-Wärmeatlas: *Berechnungsblätter für den Wärmeübergang*, 7.Auflage, VDI-Verlag, Düsseldorf 1994
- [Wag99] Wagner & Co Solartechnik: *Produktkatalog 03/99*, Cölbe/Marburg, 1999.
- [Wag02] Wagner, R.: *Validierung eines Rechenmodells für Großspeicher zur Auslegung solarer Heizsysteme*, Dissertation, Universität Marburg, 2002.
- [Wet00] Wetter, M.: *GenOpt. Generic Optimization Program, Version 1.1*, Lawrence Berkeley National Laboratory, University of California, 2000, <http://simulationresearch.lbl.gov/GO>.
- [Wic98] Wichert, B., Lawrance, W.B.: *Photovoltaic Resource and Load Demand Forecasting in Stand-Alone Renewable Energy Systems*, 2<sup>nd</sup> World Conference of Photovoltaik Solar Energy Conversion, Wien, 1998.
- [Wie02] Wiese, F., Krause, M., Vajen, K.: *Verfahren zur simulationsgestützten Funktionskontrolle großer thermischer Solarsysteme*, DGS Tagung, 12.-13.9.2002, Berlin, 2002.
- [Wie03] Wiese, F., Krause, M., Vajen, K.: *Ansätze zur automatisierten Fehlerdetektion bei großen thermischen Solarsystemen*, Tagungsbericht 13. Symposium Thermische Solarenergie, 14.-16.5.2003, Staffelstein, S. 357-361, 2003.
- [Wie96] Wienholt, W.: *Entwurf neuronaler Netze*, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt, 1996.
- [Wie05] Wiese, F.: Dissertation, Universität Kassel, voraussichtlich 2005.
- [Wil03] Wille, A.: *Vermessung des Passiv-Solarhauses Cölbe und Untersuchungen zur Parametersensitivität*, Dissertation, Universität Marburg, 2003.
- [Wilo03] WILO GmbH: *Wilo-Select Classic 3.0*, Pumpenplanungssoftware, <http://www.wilo.de>, Dortmund-Hörde, 2003.
- [Wit01] Wittwer, C.: *ColSim- A new Simulation Environment for Complex System Analysis and Controllers*, Building Simulation Conference 2001, Rio de Janeiro, Brazil, 2001.

- [Wit99] Wittwer, C.: *ColSim - Simulation von Regelungssystemen in aktiven solarthermischen Anlagen*, Dissertation, Universität Karlsruhe, 1999.
- [Wol97] Wolpert, D., Macready, W.: *No Free Lunch Theorems for Optimization*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, **1** (1), pp. 67-82, 1997.



## Anhang

### A.1 Bedienoberfläche zur intuitiven Parametrisierung von TRNSYS-Systemsimulationen

Um Anwendern auch ohne große Einarbeitungszeit die Durchführung von TRNSYS-Simulationen [Kle94] zu ermöglichen, wurde mit Hilfe des Datenbankenprogramms Microsoft Access 97 eine grafische Eingabeoberfläche zur Systemparametrisierung erstellt. Die Funktionalität des Programms orientiert sich hierbei an der Bedienung des systemorientierten Simulationsprogramms T\*Sol [Val96].

Ausgehend von einer festen Systemverschaltung ist es möglich, über Auswahlmenüs verschiedene Wetter- und Verbrauchsrandbedingungen vorzugeben sowie eine Vielzahl von Systemparametern zu variieren. Dafür können für die einzelnen Komponenten (Kollektoren, Speicher, ...) entsprechende Datensätze in der Datenbankstruktur hinterlegt werden, so dass bei der Variation nicht jeder Parameter einzeln ausgewählt werden muss, sondern direkt ein Komponententyp angegeben werden kann. Abb. A.1 zeigt einen Screenshot der Eingabeoberfläche für die Systemverschaltung der solarintegrierten Wärmeversorgungsanlage der Orthopädischen Klinik in Frankfurt/Main.

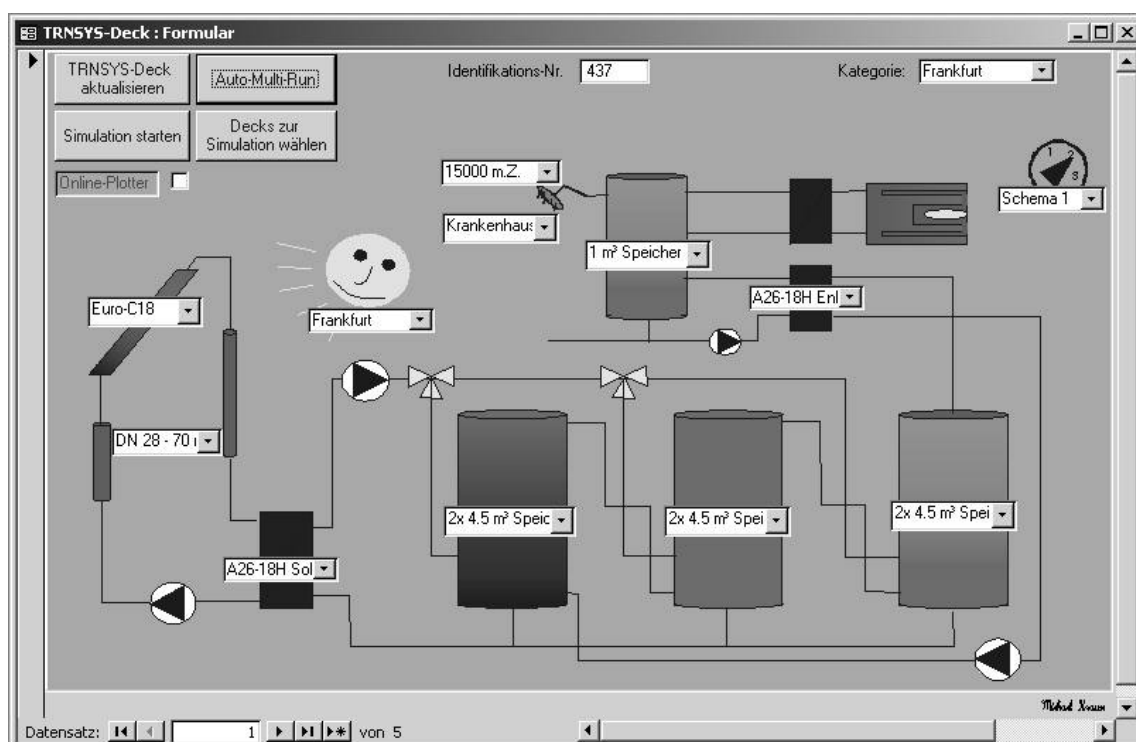


Abb. A.1: Grafische Eingabeoberfläche zur Parametrisierung und Durchführung von TRNSYS-Systemsimulationen für die Systemverschaltung der Orthopädischen Klinik in Frankfurt.

Nachdem alle Parameter neu belegt und die Eingabedateien eingetragen worden sind, wird mit dem neu erzeugten TRNSYS-Eingabefile die Simulation gestartet.

Im Anschluss an die Simulation werden die wichtigsten Energiebilanzen aus den protokollierten Ausgabedateien eingelesen und in einer weiteren Datenbank abgelegt. Mit Hilfe einer zugewiesenen Identifikationsnummer kann auch zu einem späteren Zeitpunkt eine eindeutige Zuordnung von allen Parameterwerten zu den entsprechenden Simulationsergebnissen vorgenommen werden.

Neben der Durchführung von einzelnen Simulationen bietet die Eingabeoberfläche zum einen die Möglichkeit, verschiedene TRNSYS-Eingabefiles vorzubereiten und automatisch hintereinander berechnen zu lassen, und zum anderen, einfache systematische Variationen von bis zu zwei Parametern durchzuführen. In beiden Fällen erfolgt wiederum automatisiert eine Archivierung der Simulationsergebnisse entsprechend der jeweiligen Identifikationsnummer.

## ***A.2 Funktionsweise der Optimierungsumgebung***

Zur Durchführung von Optimierungsrechnungen unter Verwendung von TRNSYS-Systemsimulationen wurde in der Programmiersprache Visual C++ ein Programm entwickelt, innerhalb dessen sieben verschiedene Optimierungsalgorithmen implementiert sind. Zur übersichtlichen Parametrisierung und Ergebnisprotokollierung wurde über ODBC<sup>68</sup> eine Kopplung mit dem Datenbankenprogramm Microsoft Access realisiert. Abb. A.1 verdeutlicht das Ablaufschema bei der Durchführung von Optimierungsrechnungen. Auf die in Abb. A.1 aufgeführten Initialisierungen und Startwertbelegungen, die vom Anwender manuell durchgeführt werden müssen, soll im Folgenden detaillierter eingegangen werden:

Die **Initialisierung der Optimierung** beinhaltet folgende Optionen:

- a. Auswahl des gewünschten Optimierungsalgorithmus.
- b. Da jeder der zur Verfügung stehenden Algorithmen mit verschiedenen Modi betrieben werden kann, muss für den entsprechenden Algorithmus wiederum der gewünschte Modus angegeben werden. Die in dieser Arbeit verwendeten Modi sind in Tab. 4.1 aufgeführt.
- c. Angabe der zu optimierenden Parameter. Hierbei werden neben der Parameteranzahl auch die bei der Simulation verwendeten Parameternamen festgelegt.
- d. Angabe der Abbruchbedingung.
- e. Angabe der zu verwendenden TRNSYS-Version.
- f. Wahl der TRNSYS-Konfigurationsdatei, welche die zu simulierende Systemverschaltung bestimmt.

---

<sup>68</sup> Object Database Connectivity: Schnittstelle zum Datenaustausch zwischen verschiedenen Anwendungsprogrammen.

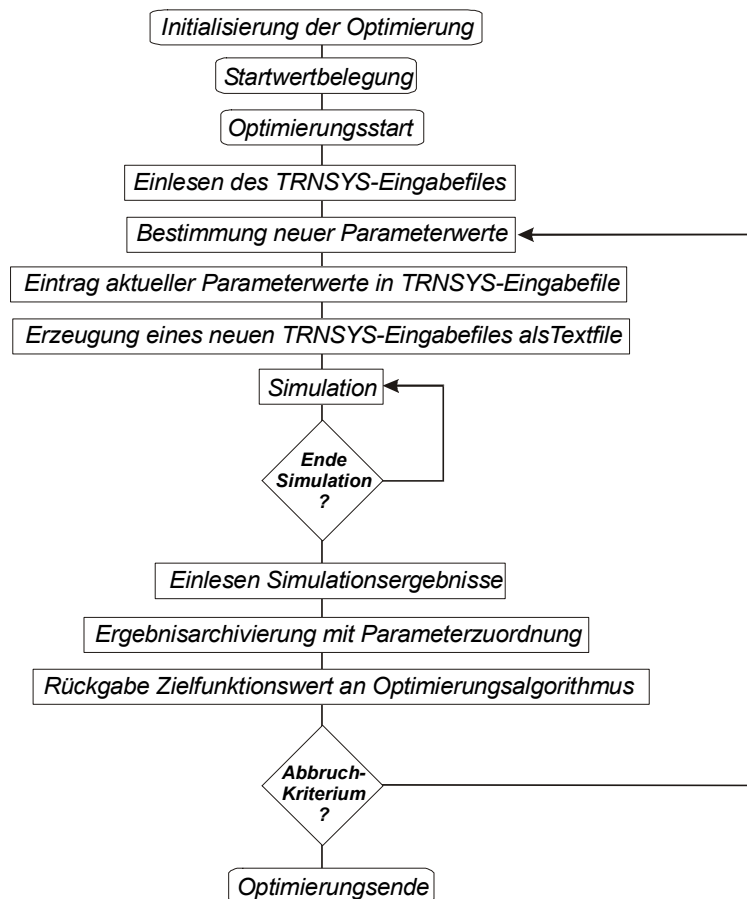


Abb. A.2: Ablaufschema innerhalb der Optimierungsumgebung, welche zur Durchführung der Simulationsrechnungen das Simulationsprogramm TRNSYS verwendet.

Die **Startwertbelegung** wird in einer eigenen Tabelle der integrierten Access-Datenbank angegeben und richtet sich nach dem verwendeten Optimierungsalgorithmus:

- g. Gradientenverfahren:** Hierbei muss ein beliebiger zulässiger Parametervektor als Startpunkt angegeben werden. Durch die Gradientenbestimmung in diesem Punkt wird die erste Suchrichtung bestimmt.
- h. Powell-Algorithmus:** Neben der Angabe eines Startvektors ist zusätzlich die Vorgabe einer Richtungsmatrix erforderlich. Hierbei werden in der Regel die Koordinatenrichtungen empfohlen, welche durch die Einheitsmatrix repräsentiert werden.
- i. Simplex-Algorithmus und Algorithmus der Simulierten Abkühlung:** Im Falle des Simplex-Algorithmus werden als Initialisierung bei  $N$  zu optimierenden Parametern  $N+1$  beliebige zulässige Startvektoren benötigt. Da der Algorithmus der Simulierten Abkühlung den Simplex-Algorithmus zur Optimierung verwendet, werden somit ebenfalls  $N+1$  Startvektoren verwendet.
- j. Evolutionäre Algorithmen:** Die Anzahl der benötigten Startvektoren wird hierbei gleich der Anzahl der Individuen der Elternpopulation gewählt. Entwe-

der bilden diese Startvektoren direkt die ersten Testpunkte, oder sie dienen zur Bildung der ersten Nachkommengeneration, mit der die Optimierung dann startet.

### ***A.3 Programm zur Messdatenerfassung, Archivierung und Visualisierung***

An beiden in dieser Arbeit untersuchten solarintegrierten Wärmeversorgungsanlagen in Frankfurt (Orthopädische Klinik und Maingau-Klinik) wurden Solarregler eingesetzt, bei denen zwar keine Datenspeicherung möglich war, die aber die gemessenen Temperatur-, Einstrahlungs- und Volumenstrommesswerte aufnehmen und über eine serielle Schnittstelle weitergeben können. Somit bestand die Möglichkeit, die aktuellen Messdaten mit einem PC von den Reglern einzulesen und dort weiterzuverarbeiten. Hierunter fällt die Mittelwertbildung der Daten, deren Abspeicherung z.B. in Tagesdateien sowie die Weitergabe dieser Dateien an eine Überwachungsstation.

Um diese Funktionalität zu ermöglichen, wurde in der Programmiersprache Borland Delphi Version 4.0 ein Programm entwickelt und an die jeweiligen Reglertypen sowie Regler- und Anlagenkonfigurationen angepasst. Da an manchen Anlagen mehrere Solarregler gleichzeitig eingesetzt werden, musste das Programm in diesen Fällen auch mehrere serielle Schnittstellen gleichzeitig auslesen und verarbeiten können. Insgesamt benötigte der PC eine serielle Schnittstelle pro angeschlossenem Regler sowie eine zusätzliche Schnittstelle für die Weitergabe der archivierten Werte zur Überwachungsstation. Für letzteres wurde das Fernsteuerungsprogramm PC-Anywhere eingesetzt. Da der verwendete PC möglichst ausfallsicher betrieben werden sollte, wurde eine sogenannte „Watchdog“-Karte in die PCI-Steckplätze des verwendeten PCs eingebaut, welche im Falle von Programmabstürzen die Rechner selbstständig neu startet.

Abb. A.3 verdeutlicht das Ablaufschema des implementierten Programms, welches sich aus mehreren parallel ablaufenden Unterprogrammen zusammensetzt. Unter diesen befinden sich im Wesentlichen vier zeitgesteuerte Routinen und für jeden angeschlossenen Regler eine Datenverarbeitungsroutine.

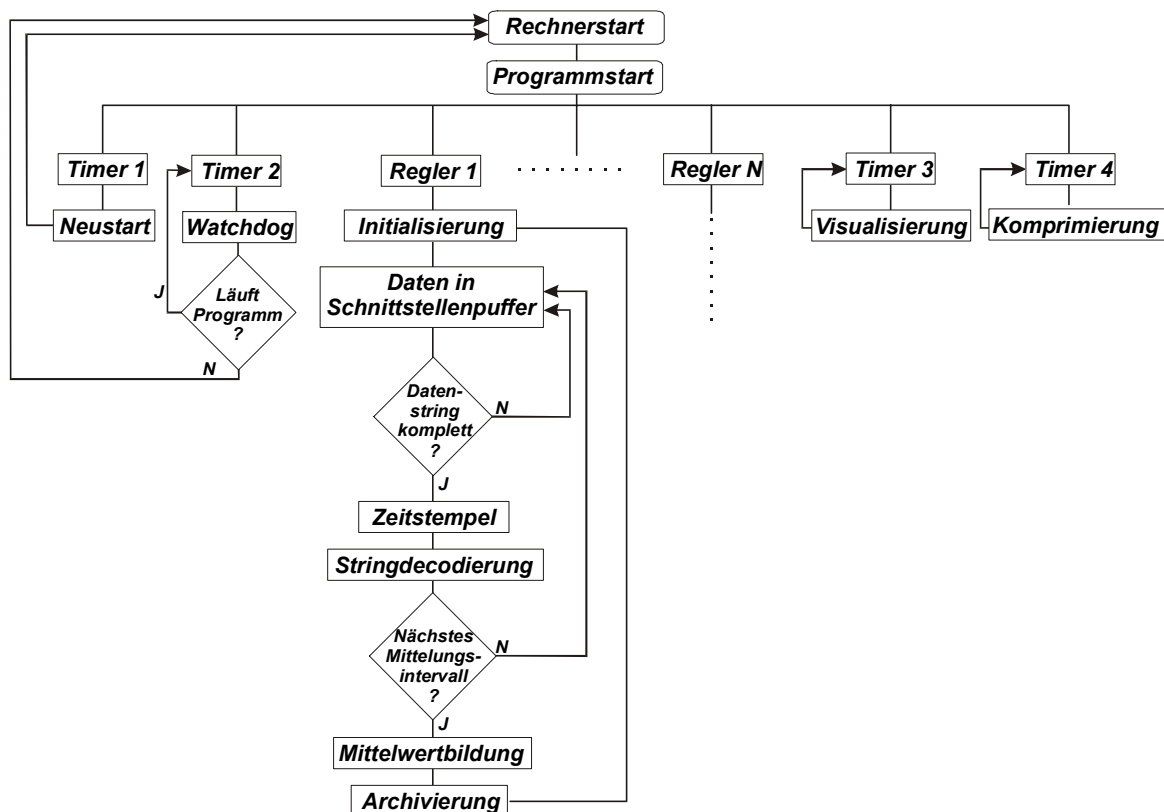


Abb. A.3: Ablaufschema des Programms zur Messdatenerfassung, Archivierung und Visualisierung. Das in der Programmiersprache Delphi 4 entwickelte Programm besteht aus mehreren parallel ablaufenden Unterprogrammen. Diese werden im Wesentlichen durch vier zeitgesteuerte Routinen (Timer) und für die Regler 1...N jeweils eine Datenverarbeitungsroutine (Regler) repräsentiert.

Im Folgenden sollen kurz die einzelnen in Abb. A.3 dargestellten Unterprogramme erläutert werden:

**Timer 1:** Um eine bessere Stabilität des verwendeten Rechners zu erreichen, wird zeitgesteuert im Abstand von einigen Tagen der Rechner um Mitternacht kontrolliert heruntergefahren und daraufhin neu gestartet.

**Timer 2:** Die in den Rechner eingebaute „Watchdog-Karte“ führt einen Rechnerneustart (Reset) aus, falls sie über einen definierten Zeitraum keine Signale vom implementierten Programm bekommen hat. Somit wurde eine zeitgesteuerte Routine implementiert, die in bestimmten Zeitabständen einen Wert an die entsprechende Hardware-Adresse übergibt und somit den Wartezustand der „Watchdog-Karte“ von neuem aktiviert.

#### Regler 1:

**Initialisierung:** Hierbei wird die entsprechende serielle Schnittstelle des PCs zum Lesen geöffnet sowie alle verwendeten Zwischenspeicher geleert.

**Daten in Schnittstellenpuffer:** Hierbei werden die Daten, die von dem entsprechenden Regler an der seriellen Schnittstelle ankommen, aus dem Schnitt-

stellenpuffer ausgelesen und in einen programminternen Zwischenspeicher übertragen.

**Datenstring komplett:** Die verwendeten Regler machten alle von einem Datenübertragungsprotokoll Gebrauch, bei welchem die aktuell gemessenen Werte entweder als Hexadezimal-String codiert oder als ASCII-Zeichenfolge<sup>69</sup> jeweils komplett übertragen werden. Hierbei muss nun festgestellt werden, wann die Übertragung einer Messreihe vollständig ist. Bei einer ASCII-Zeichenfolge wird in der Regel das ASCII-Zeichen 13 als Abschlusszeichen verwendet, so dass innerhalb des Datenstring nach diesem Zeichen gesucht werden kann. Bei hexadezimal-codierten Werten existiert ein solches Zeichen nicht, dafür werden pro Übertragung eine fest definierte Anzahl von Zeichen übertragen, weshalb die aus dem Schnittstellenpuffer ausgelesenen Zeichen mitgezählt werden. Falls der Datenstring nicht komplett ist, wird damit fortgefahren, den Schnittstellenpuffer auszulesen, andernfalls startet die Datenverarbeitung. Diese gesamte Datenverarbeitung muss allerdings beendet sein, bevor der Schnittstellenpuffer komplett mit einem neuen Datenstring gefüllt worden ist, was je nach Rechner und Regler eventuell eine Reduzierung der Datenübertragungsfrequenz des Reglers erforderlich macht.

**Zeitstempel:** In dem Moment, wenn der Datenstring komplett ist, wird dieser String mit einem Zeitstempel versehen, der für eine korrekte Mittelwertbildung nötig ist.

**Stringdecodierung:** Je nach Datenübertragungsprotokoll müssen die einzelnen Messwerte identifiziert werden. Bei ASCII-Zeichen muss hierbei im Datenstring nach einem jeweiligen Trennzeichen (z.B. ein Leerzeichen) zwischen den Werten gesucht werden. Bei hexadezimal-codierten Datenstrings erfolgt die Identifizierung entsprechend dem Übertragungsprotokoll. Die identifizierten Werte werden daraufhin in auf die jeweiligen Regler speziell angepasste Arrays zwischengespeichert.

**Nächstes Mittelungsintervall:** Falls der Zeitstempeln des aktuellen Datenstrings das letzte Mittelungsintervalls überschreitet, erfolgt der Start der Mittelwertbildung, andernfalls wird mit dem Einlesen weiterer Datenstrings fortgefahren.

**Mittelwertbildung:** Hierbei werden für alle Messstellen in Abhängigkeit von dem eingetragenen Zeitstempel zeitliche Mittelungen der Daten vorgenommen, wobei anteilmäßig ebenfalls die Daten aus dem vorherigen und dem nachfolgenden Mittelungsintervall berücksichtigt werden.

---

<sup>69</sup> American Standard Code for Information Interchange.

**Archivierung:** Die gemittelten Werte werden schließlich in Tagesdateien abgespeichert. Die Dateinamen richten sich ebenso wie das jeweilige Verzeichnis auf dem Datenträger nach dem aktuellen Datum. Für die Dateien wird je nach Regler ein festes Speicherformat verwendet, bei dem in den ersten beiden Spalten Datum und Uhrzeit stehen, gefolgt von den Daten. Jede Datei ist mit einer Kopfzeile versehen, in der die Messstellennamen aufgeführt sind.

**Timer 3:** In festen Zeitabständen wird die Anzeige der Messdaten innerhalb des Programmfensters aktualisiert. Hierbei werden jeweils die zuletzt in die Arrays übertragenen Daten in die entsprechenden Anzeigefelder übertragen. Diese Visualisierung ermöglicht sowohl vor Ort an der Anlage als auch durch externes Einwählen über MODEM mit Hilfe der Fernsteuerungssoftware PC-Anywhere einen ersten Eindruck vom Anlagenverhalten.

**Timer 4:** Beim letzten zeitgesteuerten Task werden die abgespeicherten Dateien des Vortags komprimiert und zusätzlich auf dem Datenträger abgelegt.

#### A.4 Vergleich eindimensionaler Optimierungsverfahren

Algorithmus	Pro	Contra	Einsatzgebiet
<i>Lagrangesche Interpolation</i>	Gegebenenfalls schnelle Konvergenz	Benötigt Approx. der Zielfunktion durch Polynome	Approx. der Zielfunktion möglich und hilfreich
<i>Hermitesche Interpolation</i>	Gegebenenfalls schnelle Konvergenz	Benötigt Approx. der Zielfunktion durch Polynome, benötigt Ableitungen in Stützstellen	Approx. der Zielfunktion möglich und hilfreich, Ableitung berechenbar
<i>Regula-Falsi-Iteration</i>	Keine Approx. nötig	Benötigt Ableitungen in Stützstellen	Approx. nicht hilfreich, Ableitung berechenbar
<i>Newton-Raphson-Iteration</i>	Schnelle Konvergenz	Benötigt erste und zweite Ableitung in Iterationspunkt	Falls zweite Ableitung einfach berechenbar
<i>Bisektionsverfahren</i>	Einfaches Verfahren, Intervallhalbierung bei jeder Iteration	Langsame Konvergenz	Zielfunktionswertbest. schnell, Approx. nicht möglich oder ungenau
<i>Goldene-Schnitt</i>	Einfaches Verfahren	Langsame Konvergenz	Zielfunktionswertbest. schnell, Approx. nicht möglich oder ungenau
<i>Fibonacci-Division</i>	Relativ einfaches Verfahren	Langsame Konvergenz	Zielfunktionswertbest. schnell, Approx. nicht möglich oder ungenau

Tab. A.1: Vergleich von eindimensionalen Optimierungsverfahren. Aufgeführt sind sowohl Interpolations- als auch Intervallschachtelungsmethoden.

Allen eindimensionalen Verfahren ist gemeinsam, dass sie wirklich zuverlässig nur bei monotonen und somit uni-modalen Optimierungsproblemen das globale Optimum finden. Wie gut die Verfahren arbeiten, hängt hierbei von einer geeigneten Wahl der Anfangs-

stützstellen ab, wobei zu Beginn der Optimierung unter Umständen noch ein Verlassen lokaler Optima möglich ist. Zur Erhöhung der Wahrscheinlichkeit des Auffindens des globalen Optimums ist aber ein wiederholter Start mit unterschiedlichen Startpunkten zu empfehlen.

### ***A.5 Vergleich pfadorientierter Optimierungsverfahren***

Auch allen pfadorientierten mehrdimensionalen Optimierungsverfahren ist gemeinsam, dass sie das globale Optimum zuverlässig nur bei uni-modalen Problemstellungen detektieren. Die meisten Verfahren verwenden ein zweistufiges Iterationsverfahren, welches abwechselnd aus der Bestimmung einer Suchrichtung und einer eindimensionalen Optimierung in diese Richtung besteht. Hierbei muss ein Kompromiss zwischen der Genauigkeit der Linienoptimierung und der Anzahl der benötigten Iterationen eingegangen werden.

Algorithmus	Pro	Contra	Einsatzgebiet
<i>Steilster Abstieg</i>	Einfache Implementierung	Gradientenbest., keine Berücksichtigung erfolgreicher Suchrichtungen	Bestimmung von Zielfunktionswert und Gradienten nicht aufwändig
<i>Konjugierte Gradienten</i>	Berücksichtigt erfolgreiche Suchrichtungen	Gradientenbest.	Bestimmung von Zielfunktionswert und Gradienten nicht aufwändig
<i>Gauss-Newton</i>	Approx. des Optimums	Gradientenbest., Best. der Pseudoinversen der Hesse-Matrix	Zielfunktionsbest. deutlich aufwändiger als Matrix-Inversion, von beliebigem Ort aus gibt Hesse-Matrix Hinweis auf Lage des Optimums
<i>Newton</i>	Approx. des Optimums	Gradientenbest., Best. der Inversen der Hesse-Matrix	Zielfunktionsbest. deutlich aufwändiger als Matrix-Inversion, von beliebigem Ort aus gibt Hesse-Matrix Hinweis auf Lage des Optimums
<i>Levenberg-Marquardt</i>	Approx. des Optimums, Selbstadaptation eines additiven Terms zur Hesse-Matrix	Gradientenbest., Best. der Inversen der korr. Hesse-Matrix	Zielfunktionsbest. deutlich aufwändiger als Matrix-Inversion, von beliebigem Ort aus gibt Hesse-Matrix Hinweis auf Lage des Optimums
<i>Variable-Metrik</i>	Approx. des Optimums, Approx. der Inversen der Hesse-Matrix	Gradientenbest., Approx. hat Konvergenznachteile gegenüber Hesse-Matrix	Zielfunktionsbest. ähnlich aufwändig wie Matrix-Inversion, von beliebigem Ort aus gibt Approx. Hinweis auf Lage des Optimums



<i>Koordinaten</i>	Keine Gradientenbest., einfache Implementierung	Suche nur in Richtung der Koordinatenachsen, keine Berücksichtigung erfolgreicher Suchrichtungen, Keine Approx. des Optimums	Gradientenbest. aufwändig, einzelne Parameter dominieren über andere
<i>Mustersuche</i>	Keine Gradientenbest., einfache Implementierung	Suche nur in Richtung der Koordinatenachsen, keine Berücksichtigung erfolgreicher Suchrichtungen, keine Linienminimierung, keine Approx. des Optimums	Gradientenbest. aufwändig, Fortschritt gering in einzelne Richtungen
<i>Rotierende Koordinaten</i>	Keine Gradientenbest., Berücksichtigung erfolgreicher Suchrichtungen	Orthogonalisierungsverfahren notwendig zur Drehung des Koordinatensystems, keine Approx. des Optimums	Gradientenbest. aufwändig, Zielfunktionsgebiet ungleichmäßig, Zielfunktionswertbest. deutlich aufwändiger als Koordinatendrehung
<i>Powell</i>	Keine Gradientenbest., Berücksichtigung erfolgreicher Suchrichtungen	Gefahr von linearen Abhängigkeiten, keine Approx. des Optimums	Gradientenbest. aufwändig, wenige Zielfunktions- wert-best. ausreichend zur Optimumsuche

Tab. A.2: Vergleich von *pfadorientierten* mehrdimensionalen Optimierungsverfahren. Aufgeführt sind Verfahren mit und ohne Verwendung einer Linienminimierung durch ein eindimensionales Optimierungsverfahren.

## A.6 Vergleich volumenorientierter Optimierungsalgorithmen

Algorithmus	Pro	Contra	Einsatzgebiet
<i>Simplex</i>	Relativ einfache Implementierung, schnelle Konvergenz	Kein zielgerichtetes Entkommen aus lokalen Minima vorgesehen	Niedrig-dimensionale Probleme, nur sehr gering ausge- prägte lokale Minima
<i>Vollständige Gittersuche</i>	Sehr einfache Implemen- tierung	Sehr hoher Aufwand zur Optimumsbest., Genauigkeit des Optimum von Rasterung abhängig	Zielgebiet völlig unstrukturiert, exakte Bestimmung des Optimum nicht nötig
<i>Monte-Carlo</i>	Einfache Implementie- rung, keine Restriktion durch Gitter rasterung	Sehr hoher Aufwand zur Optimumsbest.	Zielgebiet völlig unstrukturiert, exakte Bestimmung des Optimum nicht nötig
<i>Metropolis</i>	Stochastische Verwen- dung auch schlechter Parametervektoren	Hoher Aufwand bis zur Konvergenz	Existenz lokaler Minima, Wahl des Temperatur- parameters bekannt, exakte Bestimmung des Optimum nicht nötig
<i>Simulierte Abkühlung</i>	Entkommen aus lokalen Minima möglich, relativ einfache Implementierung	Hoher Aufwand bis zur Konvergenz, schwierige Festlegung des Temperaturparame- ters	Existenz lokaler Minima, Wahl des Temperatur- parameters bekannt

<i>Schwellwert-Akzeptanz</i>	Entkommen aus lokalen Minima möglich	Hoher Aufwand bis zur Konvergenz, schwierige Festlegung des Temperaturparameters, Vorteile bei diskreten Optimierungsproblemen	Diskrete Probleme mit lokalen Minima, Wahl des Temperaturparameters bekannt
<i>Sintflut</i>	Entkommen aus lokalen Minima möglich	Hoher Aufwand bis zur Konvergenz, schwierige Festlegung des Temperaturparameters	Existenz lokaler Minima, Wahl des Temperaturparameters bekannt
<i>Record-To-Record-Travel</i>	Entkommen aus lokalen Minima möglich	Hoher Aufwand bis zur Konvergenz, schwierige Festlegung des Temperaturparameters	Existenz lokaler Minima, Wahl des Temperaturparameters bekannt
<i>Evolutionsstrategie</i>	Entkommen aus lokalen Minima wahrscheinlich, Parallelisierung der Optimierung möglich, Selbstadaption der Strategievariablen	Aufwändige Implementierung, hoher Aufwand bis zur Konvergenz	Probleme mit beliebig ausgeprägten lokalen Minima, hochdimensionale Probleme, verschiedene Rechensysteme
<i>Evolutionäre Programmierung</i>	Entkommen aus lokalen Minima wahrscheinlich, Parallelisierung der Optimierung möglich	Aufwändige Implementierung, hoher Aufwand bis zur Konvergenz	Probleme mit beliebig ausgeprägten lokalen Minima, hochdimensionale Probleme, verschiedene Rechensysteme
<i>Genetische Algorithmen</i>	Entkommen aus lokalen Minima wahrscheinlich, Parallelisierung der Optimierung möglich, Verwendung von diskreten Parameterwerten, diese dürfen auch nichtäquidistant sein	Aufwändige Implementierung, hoher Aufwand bis zur Konvergenz, sehr hoher Aufwand bei kontinuierlichen Optimierungsproblemen	Probleme mit beliebig ausgeprägten lokalen Minima, hochdimensionale Probleme, diskrete Probleme, verschiedene Rechensysteme

Tab. A.3: Vergleich von volumenorientierten Optimierungsverfahren. Aufgeführt sind sowohl stochastische als auch nicht-stochastische Verfahren.

Volumenorientierte Optimierungsverfahren verfolgen nicht das Prinzip, besonders günstige Suchrichtungen zu ermitteln und benötigen daher auch keine Gradientenbestimmung. Da sie den Zielfunktionsraum großflächiger absuchen, bieten alle Verfahren verglichen mit pfadorientierten Verfahren eine höhere Wahrscheinlichkeit, neben lokalen Optima auch das globale Optimum zu detektieren. Bei einfachen Problemen scheinen aber alle volumenorientierten den pfadorientierten Verfahren in der Konvergenzgeschwindigkeit unterlegen zu sein.

### A.7 Vergleich von Optimierungsverfahren zur Berücksichtigung von Nebenbedingungen

Algorithmus	Pro	Contra	Einsatzgebiet
<i>Complex</i>	Einfache Implementierung, Berücksichtigung expliziter und impliziter Randbedingungen, schnelle Konvergenz	Schwierig bei impliziten Randbedingungen	Einfache Problemstellungen
<i>Schwellen</i>	Einfache Implementierung, koppelbar mit Verfahren ohne Nebenbedingungen	Schwierige Wahl des Gewichtungsfaktors	Gewichtungsfaktor intuitiv
<i>Strafffunktion</i>	Einfache Implementierung, koppelbar mit Verfahren ohne Nebenbedingungen	Schwierige Wahl des Gewichtungsfaktors	Gewichtungsfaktor intuitiv, Verletzung der Nebenbedingungen erlaubt
<i>Multiplikatoren-Strafffunktion</i>	Exakte Lösung ohne dass Nebenbedingungen unendlich werden müssen	Erhöhung der Komplexität des Optimierungsproblems, aufwändiger Algorithmus	Straffunktions- oder Schwellenverfahren nicht erfolgreich
<i>Exakte Strafffunktion</i>	Geringerer Aufwand als bei Multiplikatoren-Strafffunktion	Best. einer analytischen Funktion sowie Gradientenbest. notwendig	Berechnung der analytischen Funktion und des Gradienten möglich
<i>Zulässige Richtung</i>	Benutzt reduzierten Gradienten, Durchführung von Linienminimierung	Sehr komplizierter Algorithmus, ständige Umformulierung von aktiven und inaktiven Nebenbedingungen nötig	Numerische oder analytische Aufteilung in abhängige und unabhängige Variablen möglich
<i>Sequenzielle Quadratische Programmierung</i>	Quadratische Approx. der verallgemeinerten Lagrange-Funktion	Aufwändiger Algorithmus	Hochdimensionale quadratische Probleme
<i>Goldfarb-Idnani</i>	Umwandlung in MinMax-Problem	Aufwändiger Algorithmus	Hochdimensionale quadratische Probleme
<i>Projektion</i>	Lösung zuerst ohne Nebenbedingungen	Kein geschlossenes Verfahren	Lösung ohne Nebenbedingungen möglich
<i>Optimalitätskriterien</i>	Verwendung von a priori Wissen möglich	Nicht allgemein anwendbar	Bedingungen für Optima mathematisch oder intuitiv a priori bekannt
<i>Sequenzielle Konvexe Programmierung</i>	Konvexe Approx. der verallgemeinerten Lagrange-Funktion	Aufwändiger Algorithmus	Hochdimensionale Probleme
<i>Bewegte Asymptoten</i>	Approx. der verallgemeinerten Lagrange-Funktion	Aufwändiger Algorithmus	Hochdimensionale Probleme

Tab. A.4: Vergleich von Optimierungsverfahren zur Berücksichtigung von expliziten und impliziten Nebenbedingungen.

Für die Lösung von Optimierungsproblemen mit Nebenbedingungen gibt es im Wesentlichen zwei Herangehensweisen: Entweder wird das Optimierungsproblem

bzw. die Zielfunktion so verändert, dass hierdurch eine unbeschränkte Optimierung durchgeführt werden kann, oder es werden speziell zur Berücksichtigung von Nebenbedingungen entwickelte iterative Verfahren verwendet. Entscheidend ist hierbei, ob die globalen Optima des beschränkten und unbeschränkten Problems identisch sind und auch bei einer Verletzung von Nebenbedingungen ein sinnvoller Zielfunktionswert bestimmt werden kann, oder ob eine solche Bestimmung im vorhinein abgefangen werden muss.

## A.8 Neues TRNSYS-Modell zur Entladeregung

Für Solaranlagen, bei denen die Pufferspeicherentladung im Direktdurchlaufprinzip erfolgt, gibt es verschiedene Möglichkeiten der Regelung. Eine Variante, die auch an der Anlage der Maingau-Klinik in Frankfurt installiert ist, verdeutlicht Abb. A.4. Hierbei wird der Entladevolumenstrom auf der Primärseite in Abhängigkeit vom Lastvolumenstrom und der Kaltwasser- und Speichertemperatur so geregelt, dass sich eine konstante Temperaturdifferenz zwischen Kaltwasser- und primärseitiger Rücklaufstemperatur einstellt.

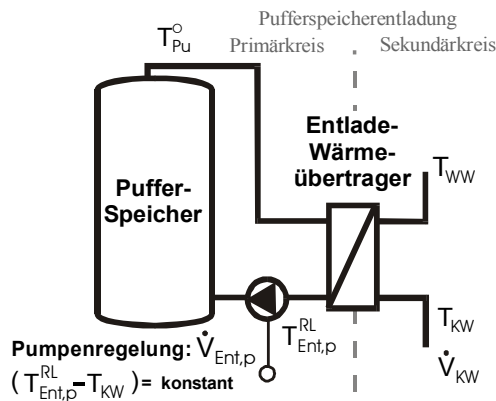


Abb. A.4: Entladestrategie beim Direktdurchlaufprinzip. Der Volumenstrom auf der Primärseite der Pufferspeicherentladung wird in Abhängigkeit von  $T_{KW}$ ,  $\dot{V}_{KW}$  und  $T_{Pu}^o$  (und dem  $UA$ -Wert des Wärmeübertragers) so geregelt, dass sich eine feste Temperaturdifferenz zwischen  $T_{KW}$  und  $T_{Ent,p}^{RL}$  einstellt. Die Pumpe ist im Normalfall im Bereich von 10 bis 100 % des maximalen Fördervolumens regelbar. Bei Überschreitung einer festgelegten Maximaltemperatur von  $T^{WW}$  wird die Pumpe ausgeschaltet.

Um dieses Regelverhalten in der Simulation abzubilden, wurde ein neues TRNSYS-Komponentenmodell (Type) entwickelt. Dieses bildet keine Regelschleife ab, sondern berechnet mit Hilfe eines iterativen Verfahrens anhand der Energiebilanz am (verlustfreien) Wärmeübertrager (vgl. (A.1)) den idealen Volumenstrom, der erforderlich ist, damit sich die gewünschte Temperaturdifferenz einstellt. Hierfür wird die mittlere logarithmische Temperaturdifferenz aus (A.2) verwendet.

$$\dot{V}_{KW} \rho_{KW} c_{p,KW} (T_{WW} - T_{KW}) = \dot{V}_p \rho_p c_{p,p} (T_{Pu}^o - T_{Ent,p}^{RL}) = UA_{EWÜ} \cdot \Delta T_m \quad (A.1)$$

$$\Delta T_m = \frac{(T_{Pu}^o - T_{WW}) - (T_{Ent,p}^{RL} - T_{KW})}{\ln \left( \frac{T_{Pu}^o - T_{WW}}{T_{Ent,p}^{RL} - T_{KW}} \right)} \quad (A.2)$$

Aufgrund der hohen Dynamik einer Warmwasserzapfung wurde in diesem Fall der Wärmeübergangskoeffizient des Entladewärmeübertragers volumenstromabhängig entsprechend (A.3) betrachtet. Der Vorfaktor  $\tilde{\beta}_{\text{Ent}}$  hat die Einheit  $W/K$ , wobei installierte und optimierte Werte Tab. A.5 entnommen werden können. Die Auswirkungen auf den solaren Wärmepreis verdeutlicht Tab. A.6.

$$UA_{\text{EWÜ}} = \tilde{\beta}_{\text{Ent}} \cdot \left( \frac{\dot{V}_{\text{KW}}}{m^3/h} \right)^{0.55} \quad (\text{A.3})$$

### A.9 Auflistung der verwendeten Kostenfunktionen

$$\text{Kollektorfeld} = \left( 363 \text{ €} - 0.33 \text{ €} \cdot \frac{A_{\text{Koll}}}{m^2} \right) \cdot \frac{A_{\text{Koll}}}{m^2} \quad (\text{A.4})$$

$$\text{Rohre Kollektorkreis} = \left( 0.009 \text{ €} \cdot \left( \frac{D_{\text{Rohr}}}{mm} \right)^2 + 0.28 \text{ €} \cdot \frac{D_{\text{Rohr}}}{mm} + 20.55 \text{ €} \right) \cdot \frac{2L_{\text{Rohr}}}{m} \quad (\text{A.5})$$

$$\text{Sicherheitsventil} = 0.58 \text{ €} \cdot \frac{A_{\text{Koll}}}{m^2} + 94.95 \text{ €} \quad (\text{A.6})$$

$$\text{Ausdehnungsgefäß im Solarkreis} = \begin{cases} 1.82 \text{ €} \cdot \frac{A_{\text{Koll}}}{m^2} + 48.0 \text{ €} & A_{\text{Koll}} \leq 150 m^2 \\ 0.59 \text{ €} \cdot \frac{A_{\text{Koll}}}{m^2} + 920.4 \text{ €} & A_{\text{Koll}} > 150 m^2 \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

$$\text{Kollektorkreispaket} = \begin{cases} 0.48 \text{ €} \cdot \frac{A_{\text{Koll}}}{m^2} + 127.8 \text{ €} & A_{\text{Koll}} \leq 275 m^2 \\ 0.59 \text{ €} \cdot \frac{A_{\text{Koll}}}{m^2} + 286.5 \text{ €} & A_{\text{Koll}} > 275 m^2 \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

$$\text{Kollektorkreispumpe} = \text{Max} \left( 102.3 \text{ €}; 19.1 \text{ €} \cdot \frac{\tilde{H}_{\text{Sol,p}}}{m} + 33.9 \text{ €} \cdot \frac{\dot{V}_{\text{Sol,p}}}{m^3/h} + 67.5 \text{ €} \right) \quad (\text{A.9})$$

$$\text{Solarkreiswärmeübertrager} = 70.3 \text{ €} \cdot \frac{UA_{\text{SWÜ}}}{kW/K} + 115.8 \text{ €} \quad (\text{A.10})$$

$$\text{Entladewärmeübertrager} = \begin{cases} 255.6 \text{ €} & \tilde{\beta}_{\text{Ent}} \leq 3320 W/K \\ 0.35 \text{ €} \cdot \frac{\tilde{\beta}_{\text{Ent}}}{W/K} - 894.7 \text{ €} & 3320 W/K < \tilde{\beta}_{\text{Ent}} \leq 7000 W/K \\ 0.32 \text{ €} \cdot \frac{\tilde{\beta}_{\text{Ent}}}{W/K} - 251.2 \text{ €} & \tilde{\beta}_{\text{Ent}} > 7000 W/K \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

$$\text{Fluid im Solarkreis} = 1.3 \text{ €} \cdot \frac{V_{\text{sol}}}{\text{Liter}} \quad (\text{A.12})$$

$$\text{Beladepumpe} = \text{Max} \left( 102.3 \text{ €}; 19.1 \text{ €} \cdot \frac{\tilde{H}_{\text{Sol,s}}}{m} + 33.9 \text{ €} \cdot \frac{\dot{V}_{\text{Sol,s}}}{m^3/h} + 67.5 \text{ €} \right) \quad (\text{A.13})$$

$$\text{Entladepumpe (Primär)} = \text{Max} \left( 102.3 \text{ €}; 19.1 \text{ €} \cdot \frac{\tilde{H}_{\text{Ent,p}}}{m} + 33.9 \text{ €} \cdot \frac{\dot{V}_{\text{Ent,p}}}{m^3/h} + 67.5 \text{ €} \right) \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} \text{Entladepumpe (Sekundär)} = \\ \text{Max} \left( 102.3 \text{ €}; 19.1 \text{ €} \cdot \frac{\tilde{H}_{\text{Ent,s}}}{m} + 33.9 \text{ €} \cdot \frac{\dot{V}_{\text{Ent,s}}}{m^3/h} + 67.5 \text{ €} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\text{Pufferspeicher} = 0.8 \text{ €} \cdot \frac{V_{\text{Pu}}}{\text{Liter}} + 316.5 \text{ €} \quad (\text{A.16})$$

$$\text{Ausdehnungsgefäß im Speicherkreis} = 0.06 \text{ €} \cdot \frac{V_{\text{Pu}}}{\text{Liter}} + 78.8 \text{ €} \quad (\text{A.17})$$

$$\text{Ladepaket} = \begin{cases} 138.1 \text{ €} & A_{\text{Koll}} \leq 125 \text{ m}^2 \\ 230.1 \text{ €} & A_{\text{Koll}} > 125 \text{ m}^2 \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

$$\text{Entladepaket} = \begin{cases} 383.5 \text{ €} & A_{\text{Koll}} \leq 125 \text{ m}^2 \\ 511.3 \text{ €} & A_{\text{Koll}} > 125 \text{ m}^2 \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

$$\text{Drei-Wege-Ventile} = \begin{cases} 222.4 \text{ €} & A_{\text{Koll}} \leq 125 \text{ m}^2 \\ 296.6 \text{ €} & A_{\text{Koll}} > 125 \text{ m}^2 \end{cases} \quad (\text{A.20})$$

$$\text{Regelung} = \begin{cases} 766.9 \text{ €} & A_{\text{Koll}} \leq 50 \text{ m}^2 \\ 1533.9 \text{ €} & A_{\text{Koll}} > 50 \text{ m}^2 \end{cases} \quad (\text{A.21})$$

$$\text{Inbetriebnahme} = 0.01 \text{ €} \cdot \left( \frac{A_{\text{Koll}}}{m^2} \right)^2 + 0.3 \text{ €} \cdot \frac{A_{\text{Koll}}}{m^2} + 500.2 \text{ €} \quad (\text{A.22})$$

$$\text{Spezialteile} = 0.005 \text{ €} \cdot \left( \frac{A_{\text{Koll}}}{m^2} \right)^2 + 1.0 \text{ €} \cdot \frac{A_{\text{Koll}}}{m^2} + 1000.2 \text{ €} \quad (\text{A.23})$$

$$\text{Verrohrung im Kellerraum} = \text{Max} \left( 0; 871.3 \text{ €} \cdot \ln \left( \frac{V_{\text{Pu}}}{\text{Liter}} \right) - 5600.8 \text{ €} \right) \quad (\text{A.24})$$

$$\text{Planungskosten} = 10 \% A_0 \quad (\text{A.25})$$

### **A.10 Annuitätenmethode**

Die Berechnung des solaren Wärmepreises für solarthermische Anlagen wurde entsprechend dem Vorgehen bei [Rem99] durchgeführt, welches auf den VDI-Richtlinien VDI 6025 zur Wirtschaftlichkeitsberechnung und VDI 2067 zur Berechnung der Kosten von Wärmeversorgungsanlagen basiert. Bei diesem als Annuitätenmethode bezeichneten Verfahren wird aus der Gesamtinvestitionssumme  $A_0$  unter Berücksichtigung von Zinssatz und Laufzeit die Gesamtannuität  $AN_{\text{ges}}$  der

Solaranlage berechnet. Diese setzt sich entsprechend (A.26) zusammen aus den Annuitäten der kapitalgebundenen Kosten  $AN_k$ , der verbrauchsgebundenen Kosten  $AN_v$  und der betriebsgebundenen Kosten  $AN_b$ . Die kapitalgebundenen Kosten beinhalten die Zinszahlungen für die Gesamtinvestition sowie Zahlungen zur Instandhaltung und Wartung, zu den verbrauchsgebundenen Kosten zählen die Zahlungen für die Hilfsenergie<sup>70</sup> (Pumpen) und die betriebsgebundenen Kosten berücksichtigen z.B. Versicherungszahlungen.

$$AN_{ges} = AN_k + AN_v + AN_b \quad (A.26)$$

Die kapitalgebundenen Kosten berechnen sich nach (A.27) aus der Laufzeit  $t_{LZ}$  und dem Zinsfaktor  $q_{ZF} = 1 + \text{Zinssatz}$  (in %/100). Hierbei wurde der Faktor für die Instandsetzung  $f_k$  gleich 0.005, der preisdynamische Annuitätsfaktor  $ba$  entsprechend den VDI-Richtlinien für eine Laufzeit von 20 Jahren und einem Zinssatz von 6 % gleich 1.506 gewählt.

$$AN_k = A_0 \cdot \frac{q_{ZF}^{t_{LZ}/a} \cdot (q_{ZF} - 1)}{q_{ZF}^{t_{LZ}/a} - 1} + f_k \cdot A_0 \cdot ba \quad (A.27)$$

Die Annuitäten der verbrauchs- und betriebsgebundenen Kosten berechnen sich wiederum mit dem preisdynamischen Annuitätsfaktor  $ba=1.506$  nach (A.28) und (A.29):

$$AN_v = A_v \cdot ba \quad (A.28)$$

$$AN_b = A_b \cdot ba \quad (A.29)$$

### ***A.11 Druckverlustberechnung***

Für die Bestimmung der elektrischen Leistungsaufnahme der Pumpen in den einzelnen Fluidkreisen war jeweils eine Druckverlustbestimmung in Abhängigkeit des gewählten Volumenstroms notwendig. Anhand dieses Druckverlusts und des zugehörigen Volumenstroms konnte somit eine geeignete Pumpengröße ausgewählt werden, aus der sich der jeweilige Stromverbrauch ergibt. Im Kollektorkreis setzt sich der Gesamtdruckverlust bzw. die Förderhöhe additiv aus den einzelnen Druckverlusten in den Kollektorleitungen, dem Wärmeübertrager und dem Kollektordruckverlust, welcher sich auf die Zuleitungen und die Absorberfinnen aufteilt, entsprechend (A.30) zusammen. Die einzelnen Förderhöhen sind hierbei gemäß (A.31) mit den jeweiligen Druckverlusten verknüpft.

$$\tilde{H}_{Sol,p} = \tilde{H}_{SWÜ} + \tilde{H}_{Rohr} + \tilde{H}_{Zuleit} + \tilde{H}_{Finne} \quad (A.30)$$

---

<sup>70</sup> Zur Berücksichtigung des Stromverbrauchs wurde ein Preis von 10 Ct/kWh<sub>el</sub> angenommen.

$$\tilde{H} = \frac{\Delta p}{\rho_{\text{Fluid}} \cdot g} \quad (\text{A.31})$$

Der Druckabfall bei einer Strömung in einem geraden Rohr mit Kreisquerschnitt hängt nach [VDI94] vom Widerstandsbeiwert  $\lambda_R$ , Rohrlänge und -durchmesser, der Fließgeschwindigkeit und der Fluidichte ab:

$$\Delta p = \lambda_R \frac{L_{\text{Rohr}}}{D_{\text{Rohr}}} \cdot \frac{\rho_{\text{Fluid}}}{2} \cdot v^2 \quad (\text{A.32})$$

Die Rohrreibungszahl berechnet sich hierbei entsprechend (A.33) aus der Reynoldszahl  $Re$ . Für diese gilt (A.34), wobei die dynamische Viskosität  $\eta_{\text{Dyn}}$  gleich  $0.00231 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  gewählt wurde.

$$\lambda_R = \frac{0.3164}{\sqrt{\sqrt{Re}}} \quad (\text{A.33})$$

$$Re = v \cdot D_{\text{Rohr}} \cdot \frac{\rho_{\text{Fluid}}}{\eta_{\text{Dyn}}} \quad (\text{A.34})$$

Zur Vereinfachung wurde die Förderhöhe der Wärmeübertrager konstant auf 2 m gesetzt. Für die Berechnung der Druckverluste im Kollektorfeld wurden Zuleitungs- und Gesamtfinnenlänge sowie die jeweiligen Durchmesser aus den Herstellerangaben zum LB-Kollektor von [Wag99] entnommen. Hierbei wurden nur die in Reihe geschalteten Kollektoren berücksichtigt, wobei das Gesamtkollektorfeld jeweils durch vier parallele Stränge gebildet wurde. Die Druckverlustberechnungen im Sekundärkreis zur solaren Pufferspeicherbeladung sowie in den Entladekreisen wurden auf gleiche Weise durchgeführt.

### ***A.12 Vergleich der Parameterwerte bei der Planungsoptimierung***

Tab. A.5 stellt für die Maingau Klinik in Frankfurt die mit den einzelnen Optimierungsalgorithmen jeweils ermittelten besten Parametervektoren dem installierten System gegenüber. Bezüglich der einzelnen Parameterwerte bietet sich hierbei speziell der Vergleich des mit dem *Genetischen Algorithmus* ermittelten Parametervektors und dem installierten System an, wogegen die Parametervektoren der anderen Algorithmen lokale Minima darstellen. Hierbei muss bei der Diskussion speziell der Regelungsparameter allerdings beachtet werden, dass eine allgemeingültige Bewertung der Einflüsse dieser Parameter durch die große Simulationsschrittweite und die geringe Auflösung der Eingangsdaten nur eingeschränkt möglich ist.

Unter Berücksichtigung dieser Einschränkung zeigte sich, dass die Einschalt-schwelle für die Solarkreispumpe ( $G_{\text{Ein}}$ ) durch die Optimierung deutlich herun-tergesetzt wurde. Da sich gleichzeitig eine geringere Größe der Volumenströme als



günstiger herausstellte, ergaben sich durch die längeren Pumpenlaufzeiten nur geringe Mehrkosten für den Pumpenbetrieb. Die Hysterese der Pumpenregelung ( $G_{\text{Hyst}}$ ) reduzierte sich ebenfalls drastisch, da aber keine Nebenbedingung zur Verringerung des Taktverhaltens berücksichtigt wurde, hat, im Gegensatz zu einem realen System, ein häufiges Takten in der Simulation keine negativen Auswirkungen auf das Systemverhalten. Insgesamt haben aber beide Parameter nur einen geringen Einfluss auf den solaren Wärmepreis, wobei zusätzlich berücksichtigt werden muss, dass unabhängig von der Schalthysterese ein Schaltzustand mindestens über den Zeitraum der Auflösung der Eingangsdaten konstant bleibt.<sup>71</sup> Eine ähnliche Argumentation gilt auch für die Regelung der sekundärseitigen Solarkreis-pumpe, bei der die Schalthysterese ebenfalls deutlich verringert wurde.

Bei allen in dieser Arbeit durchgeführten Systemoptimierungen stellte sich eine Reduzierung der Solarkreisvolumenströme auf unter 10 Liter/m<sup>2</sup>h als günstig heraus, was deutlich unter den bisherigen Planungsempfehlungen für einen Low-Flow-Betrieb liegt. Beim System der Maingau-Klinik führte dies zu einer Verbesserung des solaren Wärmepreises von ca. 3 %. Diese Verbesserung begründet sich zum einen durch eine Reduzierung des Pumpenstrombedarfs und damit der laufenden Kosten und zum anderen durch eine Reduzierung der Investitionskosten durch die Auswahl einer kleiner dimensionierten Pumpe. Zusätzlich führen geringere Volumenströme aber auch zu einem höheren Temperaturniveau im Kollektor und damit auch zu einer besseren Temperaturschichtung im Pufferspeicher. Allerdings muss hierbei beachtet werden, dass geringe Volumenströme die Überhitzungsgefahr im Kollektor erhöhen, welches langfristig zu Schäden an der Solaranlage führen könnte.

Auch der optimale UA-Werte des Solarkreiswärmeübertragers unterscheidet sich deutliche von den derzeitigen Planungsrichtlinien. Bei allen System wurde das Ergebnis von [Vaj96] bestätigt, wo gezeigt werden konnte, dass bei einer Erhöhung des UA-Wertes bis auf ca. 140 W/m<sup>2</sup>K noch eine deutliche Leistungssteigerung des Systems erreicht werden kann. Durch diese Erhöhung ist an der Maingau-Klinik eine Verbesserung des solaren Wärmepreises um ca. 1 % möglich. Dagegen wurde  $\tilde{\beta}_{\text{Ent}}$  in der Optimierung reduziert, was zu einer Redzierung der Kosten des Entladewärmeübertragers und hierdurch der solaren Wärmekosten von ca. 1 % führt. Hierbei muss allerdings wieder die geringe Auflösung der Eingangsdaten berücksichtigt werden, die aufgrund der zeitlichen Mittelung der Zapfvolumenströme das Auftreten von sehr hohen Volumenströmen, für die ein großer UA-Wert günstiger

---

<sup>71</sup> Auch wenn die Eingangsdaten interpoliert eingelesen werden, ist höchstens ein Schaltzustand pro Zeitschritt möglich, der Zeitabstand zwischen zwei Schaltzuständen kann aber kleiner als die Auflösung der Eingangsdaten sein.

wäre, unterdrückt. Bezüglich der Temperaturdifferenz  $T_{\text{Ent,p}}^{\text{RL}} - T_{\text{KW}}$  am Entladewärmeübertrager stellte sich aber ein geringerer Wert als günstig heraus. Diese Temperaturdifferenz hat einen wesentlichen Einfluss auf die Systemtemperaturen im Solarkreis, reduziert dadurch die Systemverluste und ermöglicht eine Verringerung des solaren Wärmepreises um ca. 2 %.

Die Reduzierung des Rohrdurchmessers auf DN 25 entspricht gängigen Auslegungsempfehlungen und führt bei der Maingau-Klinik im Wesentlichen durch geringere Rohrkosten zu einem um ca. 2 % besseren solaren Wärmepreis als beim installierten System. Durch die Verringerung des Rohrdurchmessers steigt zwar der Druckverlust in der Rohrleitung, durch die gleichzeitige Reduzierung der Volumenströme wirkt sich dies aber nur unwesentlich auf den Pumpenstromverbrauch aus.

Ein Aufstellwinkel von ca. 38° führte bei dem untersuchten System zu einer Steigerung des solaren Ertrags und dadurch einer Verbesserung des solaren Wärmepreises um ca. 1 %. Aufgrund der relativ geringen solaren Deckungsrate bei großen solarintegrierten Wärmeversorgungsanlagen sind durch einen etwas flacheren Aufstellwinkel im Sommer größerer solare Gewinne möglich. Die leichte Ostdrehung des Kollektorfelds resultiert aus der Verteilung des Verbrauchprofils von Krankenhäusern, bei welchen der Hauptverbrauch in den Morgenstunden vorliegt. Insgesamt hat diese Verdrehung aber nur einen geringen Einfluss auf den solaren Ertrag.

	Installiertes System	Evolutionsstrategie	Genetischer Algorithm.	Simplex-Alg. normiert	Powell-Alg. normiert	Simplex-Alg.	Powell-Alg.	Sim. Abkühlung normiert	Sim. Abkühlung
$\zeta$ in Cent/kWh	10.53	8.99	8.87	9.45	8.91	9.82	11.85	10.55	9.55
$A_0$ in €	75575	73070	72727	74169	74251	75601	107552	79574	72978
$Q_{\text{sol}}$ in kWh/m <sup>2</sup> a	461.5	526.5	532.5	508.5	539.0	496.4	583.7	486.9	494.1
$G_{\text{Hyst}}$ in W/m <sup>2</sup>	50	5.7	2.8	4.3	2.9	90.2	37.2	5.6	159.7
$G_{\text{Ein}}$ in W/m <sup>2</sup>	150	59.1	55.6	95.6	64.2	71.4	70.3	179.1	54.6
$\Delta T_u$ in K	4	2.2	0.5	1.2	0.5	10.3	0.6	0.9	5.4
$\Delta T_{\text{hyst}}$ in K	7	1	7.5	3.5	2.9	10.6	4.5	13.3	7.1
$\dot{v}_{\text{sol,p}}$ in L/m <sup>2</sup> h	13	7.55	8	8.8	7.6	8.0	8.1	16.5	9.1
$\dot{v}_{\text{Ent,max}}$ in L/m <sup>2</sup> h	40	9.9	11.3	10.7	11.6	20.6	15.0	11.6	13.3
$\beta_{\text{Koll}}$ in °	45	36.9	38	37.4	37.3	37.1	37.9	23.0	35.8
$\gamma_{\text{Koll}}$ in °	0	-6.2	-4	6.6	-2.4	-9.7	-0.5	8.1	0.7
$\text{FH}_1$	0.57	0.29	0.25	0.69	0.64	0.62	0.74	0.45	0.23

FH <sub>2</sub>	0.04	0.05	0.06	0.58	0.12	0.06	0.04	0.14	0.02
EH <sub>1</sub>	0.72	0.99	0.98	0.90	0.98	0.56	0.97	0.96	0.91
EH <sub>2</sub>	0.16	0.07	0.12	0.34	0.44	0.55	0.45	0.68	0.07
U <sub>ASWÜ</sub> in W/m <sup>2</sup> K	74.2	159.2	140	114.7	135.3	124.3	154.2	197.9	183.1
$\tilde{\beta}_{\text{Ent}}$ in W/K	9067.8	6888.7	7000	5520.3	8737.6	11604.5	12001.7	9794.3	4685.9
T <sub>Ent,p</sub> <sup>RL</sup> - T <sub>KW</sub> in K	7	3.4	3	8.4	2.3	2.0	1.7	8.5	6.7
D <sub>Rohr</sub> in mm	40	25.6	25	25.8	26.7	24.9	25.6	39.4	26.3
V <sub>Pu</sub> in Liter	4000	4005.1	4000	5977.9	4134.5	4400.5	34901.3	6275.2	4501.3

Tab. A.5: Darstellung der Ergebnisse der Planungsoptimierungen der solarintegrierten Wärmeversorgungsanlage der Maingau-Klinik in Frankfurt/Main. Dargestellt sind für alle verwendeten Optimierungsalgorithmen sowohl die optimalen Parametervektoren als auch die solaren Wärmepreise, die Investitionssumme und der solare Nutzertrag.

Veränderung der Fühler- und Einlasshöhen insbesondere bei dem auf einem höheren Temperaturniveau liegenden Pufferspeicher scheinen den Solarertrag steigern zu können. Hierbei führten eine Verringerung der Fühlerhöhe und Erhöhung der Einlasshöher der solaren Beladung jeweils zu einer Verbesserung des Solarertrags um ca. 1 %. Beide Maßnahmen haben an sich eine schlechtere Temperaturschichtung zur Folge, führen aber trotzdem durch eine bessere Ausnutzung des oberen Speicherbereichs zu einem höheren Solarertrag.

### A.13 Ergebnisse der Differentiellen Sensitivitätsanalyse

	p <sub>0</sub>	δ <sub>j</sub>	m = -2		m = -1		m = 1		m = 2	
			ζ in Cent/kWh	Q <sub>sol</sub> in kWh/m <sup>2</sup> a	ζ in Cent/kWh	Q <sub>sol</sub> in kWh/m <sup>2</sup> a	ζ in Cent/kWh	Q <sub>sol</sub> in kWh/m <sup>2</sup> a	ζ in Cent/kWh	Q <sub>sol</sub> in kWh/m <sup>2</sup> a
G <sub>Hyst</sub> in W/m <sup>2</sup>	2.8	2.8	-	-	-	-	8.870	532.26	8.871	532.11
G <sub>Ein</sub> in W/m <sup>2</sup>	55.6	2.8	8.870	532.37	8.868	532.39	8.870	532.26	8.871	532.11
ΔT <sub>u</sub> in K	0.5	0.5	-	-	8.870	532.73	8.892	530.58	8.930	528.00
ΔT <sub>hyst</sub> in K	7.5	0.5	8.870	532.54	8.868	532.48	8.879	531.66	8.894	530.66
$\dot{v}_{\text{sol,p}}$ in Liter/h	8	0.1	8.902	528.13	8.870	531.15	8.886	532.50	8.914	532.09
$\dot{v}_{\text{Ent,max}}$ in Liter/h	11.3	0.2	8.889	530.89	8.871	532.10	8.870	532.38	8.876	532.19
β <sub>Koll</sub> in °	38	5	8.975	526.10	8.896	530.74	8.894	530.82	8.967	526.45
γ <sub>Koll</sub> in °	-4	5	8.896	530.77	8.877	531.91	8.875	531.97	8.887	531.25
FH <sub>1</sub>	0.25	0.1	9.016	526.39	8.885	531.36	8.893	530.58	8.932	528.13
FH <sub>2</sub>	0.06	0.025	8.927	531.56	8.867	532.45	8.889	530.82	8.919	528.89
EH <sub>1</sub>	0.98	0.1	8.987	525.40	8.924	529.16	-	-	-	-

$EH_2$	0.12	0.1	-	-	8.883	531.54	8.873	532.01	8.883	531.35
$UA_{SWÜ}$ in $W/m^2K$	140	5	8.942	522.58	8.879	529.01	8.878	534.50	8.902	535.83
$\tilde{\beta}_{Ent}$ in $W/K$	7000	500	8.922	526.02	8.889	529.55	8.919	534.64	8.913	536.48
$T_{Ent,p}^{RL} - T_{KW}$ in $K$	3	1	9.026	522.82	8.898	530.55	8.887	531.26	8.928	528.76
$D_{Rohr}$ in $mm$	25	2.5	8.952	533.98	8.885	533.05	8.878	531.70	8.904	531.03
$V_{Pu}$ in $Liter$	4000	250	8.921	524.92	8.887	529.10	8.872	534.33	8.881	535.88

Tab. A.6: Darstellung der Ergebnisse der differentiellen Sensitivitätsanalyse für das Solarsystem der Maingau-Klinik in Frankfurt/Main. Dargestellt sind für alle Parameter in der zweiten Spalte der optimale Parametervektor, für den die Untersuchungen durchgeführt wurden, sowie die jeweils gewählten Standardabweichungen. Für diese Parameter ergab sich ein Zielfunktionswert  $\zeta$  von 8.867 Cent/kWh und ein Solarertrag  $Q_{sol}$  von 532.45 kWh/m<sup>2</sup>a. Ergänzend hierzu sind für jeden Parameter der solare Wärmepreis und der solare Nutzertrag in Abhängigkeit von der Variation entsprechend den gewählten Standardabweichungen aufgeführt.  $m$  gibt hierbei an, um welches Vielfache der Parametervektor jeweils verändert wurde. Bei den leeren Feldern war eine Variation aufgrund einer hierdurch hervorgerufenen Überschreitung der Parametergrenzen nicht möglich.