

# Regelung einer Wärmepumpenanlage mit Model Predictive Control



Diss. ETH Nr. 15709

# Regelung einer Wärmepumpenanlage mit Model Predictive Control

ABHANDLUNG  
zur Erlangung des Titels

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN  
der  
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH

vorgelegt von  
ROGER WILFRIED WIMMER  
dipl. Maschineningenieur ETH  
geboren am 18. April 1967  
von Baar, ZG

Angenommen im Antrag von  
Prof. Dr. H. P. Geering, Referent  
Prof. Dr. M. Morari, Korreferent

2004

ISBN 3-906483-06-1

IMRT Press  
c/o Institut für Mess- und Regeltechnik  
ETH Zentrum  
8092 Zürich  
Schweiz

2005

Für Katharina



# Zusammenfassung

In der Schweiz werden immer mehr neue Einfamilienhäuser mit Wärmepumpen ausgerüstet. Wegen der sauberen und Ressourcen schonenden Wärmeerzeugung entscheiden sich Bauherren und Hausbesitzer für diese Heizmethode, obwohl die Anschaffungskosten wesentlich höher sind als für eine konventionelle Ölheizung und durch die tiefen Öl- respektive hohen Strompreise eine Amortisierung dieses Mehraufwandes – wenn überhaupt – nur sehr langfristig möglich ist. Um die Akzeptanz der Wärmepumpe weiter zu erhöhen, müssen daher die Betriebskosten relevant gesenkt werden, zum Beispiel durch eine kostenoptimierende Regelung. Mit dem üblicherweise eingesetzten Zweipunktregler ist dies nur beschränkt möglich. Daher hat die vorliegende Arbeit zum Ziel, eine neue Regelstrategie zu entwickeln, welche unter Einbezug der Thermodynamik des Hauses, von Wetterprognosen sowie der Beachtung der Stromtarifstrukturen und der Sperrzeiten die Stromkosten senkt, ohne dass die Bewohner auf den gewohnten Komfort verzichten oder zusätzliche Sensoren montiert werden müssen.

Da eine Wärmepumpe nur im Ein/Aus-Betrieb arbeiten kann, muss nicht nur die zuzuführende Wärme optimiert werden. Auch der richtige Zeitpunkt zum Umschalten ist zu bestimmen. Unter Verwendung der *Model Predictive Control*-Theorie wurden dafür drei verschiedene Ansätze entwickelt. Der erste berechnet den Wärmebedarf mit einer algebraischen Lösung des zugrunde gelegten Optimierungsproblems und bestimmt das Stellsignal für die Wärmepumpe mittels Pulsbreitenmodulation bei fester Periodendauer. Durch eine Online-Optimierung und unter Beachtung der physikalischen Grenzen der Wärmepumpe bestimmt der zweite Ansatz den zu liefernden Wärmestrom. Eine Pulsbreitenmodulation mit variabler Periodendauer erzeugt das Stellsignal. Beim dritten Algorithmus werden die

## *Zusammenfassung*

Schaltzeiten direkt optimiert, so dass eine Zweiteilung der Lösung entfällt.

Bei Simulationen über ein Kalenderjahr werden gegenüber dem Zweipunktregler Kosteneinsparungen bis zu 13% erreicht. Wird als Ziel die Minimierung des Verbrauches an elektrischer Energie gesetzt, so ergeben sich Energieeinsparungen bis zu 3%. Dabei sind keine Komforteinbussen festzustellen. Auch sind beim Einsatz der MPC-Regler – wie gefordert – keine zusätzlichen Sensoren nötig.

Der erste Ansatz wurde in einer handelsüblichen Wärmepumpe implementiert und während mehreren Wochen in einem bewohnten Haus getestet. Dabei hat sich gezeigt, dass dieser Ansatz auch unter realen Bedingungen sehr gut funktioniert.

# Abstract

In Switzerland, more and more new one-family houses are equipped with a heat pump. Owners choose this way of heating due to the heat production without environmental pollution. But the investment for a heat pump heating system is much higher than for a conventional oil heating system. Furthermore, prices for oil are low and prices for electrical power are high. Thus, the return of the extra investment is not granted. For a higher acceptance of the heat pump, the operating costs have to be lowered significantly – for example using a cost optimizing controller. Using commercial bang-bang controllers, this goal can be reached only within limits. Therefore, the object of this thesis is to develop a new control strategy. The thermal dynamics of the house, the weather forecast, the tariff structure and the power cut-off times are taken into account for the calculation of the cost-optimal heat pump operation without loss in comfort or need of extra sensors.

Due to the on/off way of operation of a heat pump, the controller has not only to calculate the required heat flow but also the optimal switching times. Three different control algorithms have been developed applying the theory of *Model Predictive Control*. The first approach is using an algebraic solution of the optimization problem to compute the required heat flow and a pulse width modulation with constant period to determine the on/off signal for the heat pump. Computing an online, optimization the second approach takes into account the physical constraints of the heat pump, and the on/off signal is calculated using a pulse width modulation with variable period. The third algorithm directly optimizes the switching times of the signal.

The results of a one year simulation show that a reduction of operating costs of 13% can be achieved. Minimizing the power con-

## *Abstract*

sumption results in a 3% reduction of electrical power. All without loss of comfort and without use of any additional sensors.

The first controller approach was implemented in a commercial heat pump and tested for several weeks in an inhabited one-family house. The controller worked successfully under these real conditions, too.

# Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand am Institut für Mess- und Regeltechnik der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich (ETHZ). Der Startschuss dazu fiel mit der Lancierung des Forschungsprojektes *Pulsbreitenmodulation für Kleinwärmepumpenanlagen* des Bundesamtes für Energie (BfE). Die zu Beginn des Projektes aufgeworfenen Fragen führten über die Idee der Einbindung einer Wetterprognose schliesslich zur Verwendung der *Model Predictive Control*-Theorie für den Entwurf einer Wärmepumpenregelung.

Für die Unterstützung der Arbeit und das entgegengebrachte Vertrauen möchte ich hier Herrn Prof. Dr. Hans Peter Geering ganz herzlich danken.

Im Weiteren geht mein Dank an:

- Herrn Prof. Dr. Manfred Morari für die Übernahme des Korreferates
- Dr. Esfandiar Shafai für die initiale Idee zur Verwendung der Pulsbreitenmodulation bei der Regelung von Wärmepumpen, die Leitung des BfE-Projektes und die vielen interessanten, lehrreichen und konstruktiven Fragen und Anmerkungen
- meine Bürokollegen Simon Ginsburg und David Zogg für die wertvollen Diskussionen in einer entspannten Atmosphäre
- Hans Rudolf Gabathuler und Hans Mayer der Gabathuler AG für die gute Zusammenarbeit und alle Informationen aus der Praxis
- Roger Frei der SATAG AG für die Hilfe bei der Implementierung des Regelalgorithmus in einer Wärmepumpe

## *Vorwort*

- Esther Hammerschmied-Baumann für die unzähligen Gespräche über Regelung, Gott und die Welt, sowie ihre Einführung in und Hilfe mit L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X
- alle Institutsangehörige, die irgendwie zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben
- meinen Eltern, die mir das Ingenieurstudium ermöglicht und damit den Grundstein für diese Arbeit gelegt haben.

Mein herzlichster und tiefster Dank geht an meine Frau Katharina. Durch ihre Unterstützung und die Geduld, die sie mir im Verlauf dieser Arbeit immer wieder entgegengebracht hat, fand ich die Energie, welche ich zum Beenden dieses Projektes brauchte.

Steinhausen, im Oktober 2004

Roger Wimmer

# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xi</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Ausgangslage . . . . .	1
1.1.1. Heizungsmarkt . . . . .	1
1.1.2. Wärmepumpentypen . . . . .	2
1.1.3. Anlagenaufbau . . . . .	3
1.1.4. Verwendete Regelungstechnik . . . . .	5
1.2. Zielsetzung . . . . .	7
1.3. Aufbau dieser Arbeit . . . . .	8
<b>2. Generelles Regelungskonzept</b>	<b>11</b>
2.1. Kleine Einführung in MPC . . . . .	11
2.2. Konzept Regelung WPA . . . . .	13
2.2.1. Randbedingungen . . . . .	13
2.2.2. Konzept . . . . .	15
<b>3. Modellbildung</b>	<b>19</b>
3.1. Beschreibung der Referenzanlage . . . . .	19
3.2. Thermodynamische Überlegungen . . . . .	20
3.2.1. Gebäude . . . . .	20
3.2.2. Wärmepumpe . . . . .	22
3.3. Hausmodell . . . . .	25
3.4. Wärmepumpenmodell . . . . .	30
3.5. Verifikation der Modelle . . . . .	33
3.5.1. Hausmodell . . . . .	33
3.5.2. Wärmepumpenmodell . . . . .	35

<b>4. Wettervorhersage</b>	<b>37</b>
4.1. Temperaturprognose . . . . .	38
4.1.1. Interne Vorhersage . . . . .	38
4.1.2. Externe Prognose . . . . .	41
4.1.3. Vergleich der Vorhersagen . . . . .	41
4.2. Strahlungsprognose . . . . .	43
<b>5. Beobachter</b>	<b>47</b>
<b>6. Indirekte Optimierung</b>	<b>53</b>
6.1. LQ-MPC . . . . .	54
6.1.1. Berechnung des Wärmebedarfs . . . . .	54
6.1.2. Zeitinvariante Pulsbreitenmodulation . . . . .	62
6.2. MPC-Regler mit Beschränkungen . . . . .	66
6.2.1. Berechnung des Wärmebedarfs . . . . .	66
6.2.2. Gewichtungen und Beschränkungen . . . . .	69
6.2.3. Zeitvariable Pulsbreitenmodulation . . . . .	71
<b>7. Direkte Optimierung mit MPPWC</b>	<b>75</b>
7.1. Gütekriterium . . . . .	75
7.2. Modell . . . . .	76
7.3. Optimierungsalgorithmus . . . . .	77
7.3.1. Parametrierung . . . . .	77
7.3.2. Optimierung der Schaltzeiten . . . . .	78
7.3.3. Optimierung der Anzahl Pulse . . . . .	79
7.3.4. Gewichtungsfaktoren . . . . .	80
7.3.5. Ablaufschema der Optimierung . . . . .	80
<b>8. Vergleich der Regler</b>	<b>83</b>
8.1. Simulationen mit synthetischen Daten . . . . .	84
8.1.1. Kostenoptimale Regelung . . . . .	86
8.1.2. Energieoptimale Regelung . . . . .	94
8.1.3. Generelle Bemerkungen . . . . .	102
8.2. Jahressimulationen . . . . .	102
8.2.1. Simulationsbedingungen . . . . .	102
8.2.2. Kostenoptimal, ohne Sperrzeiten . . . . .	103
8.2.3. Energieoptimal, ohne Sperrzeiten . . . . .	104

8.2.4.	Kostenoptimal, mit Sperrzeiten . . . . .	105
8.2.5.	Energieoptimal, mit Sperrzeiten . . . . .	105
8.2.6.	Zusammenfassung der Simulationsergebnisse	106
<b>9.</b>	<b>Erprobung an einer realen Anlage</b>	<b>107</b>
9.1.	Implementierung des Reglers . . . . .	107
9.1.1.	Einbindung des Reglers . . . . .	107
9.1.2.	Erweiterungen des Reglers . . . . .	108
9.1.3.	Einstellungen . . . . .	109
9.2.	Messergebnisse . . . . .	110
9.2.1.	Januar 2002 . . . . .	111
9.2.2.	März 2002 . . . . .	112
<b>10.</b>	<b>Schlussfolgerungen</b>	<b>117</b>
10.1.	Zusammenfassung . . . . .	117
10.2.	Ausblick . . . . .	119
<b>A.</b>	<b>Einbindung einer externen Wetterprognose</b>	<b>121</b>
<b>B.</b>	<b>Zeitdiskretes Folgeregelungsproblem mit Störeingang</b>	<b>123</b>
<b>C.</b>	<b>Code der implementierten LQ-MPC-Regelung</b>	<b>127</b>
C.1.	observer.h . . . . .	127
C.2.	lq.h . . . . .	129
C.3.	pbm.h . . . . .	134
C.4.	control2.c . . . . .	135
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>163</b>
	<b>Lebenslauf</b>	<b>167</b>



# Symbolverzeichnis

## Allgemein

$\delta_{kj}$	Kroneckersymbol
$\sigma(T)$	Standardabweichung von $T$
$A^T$	Transponierte der Matrix $A$
$\frac{d}{dt}x, \dot{x}$	zeitliche Ableitung von $x$
$E\{T\}$	Erwartungswert von $T$
$q^{-i}$	Backward Shift Operator
$\hat{T}$	Schätzwert, Prognose von $T$
$\bar{T}$	Mittelwert von $T$
$y(k p)$	zum Zeitpunkt $p$ prognostizierter Wert für $y(k)$

## Symbole

$\beta_R$	Hausmodellparameter, (K/W·s)
$\Delta t_{S,\min}$	minimale Zeit zwischen zwei Schaltpunkten des Stellsignals, (s)
$\Delta t_S$	Zeit zwischen zwei Schaltpunkten, (s)
$\rho$	Dichte, (kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_L$	Dichte der Luft, (kg/m <sup>3</sup> )
$\rho_W$	Dichte des Heizwassers, (kg/m <sup>3</sup> )

## Symbolverzeichnis

$\Sigma$	Schätzfehlerkovarianzmatrix
$\tau_{WP}$	Zeitkonstante der Wärmepumpe, (1/s)
$\theta_{B_1}$	Hausmodellparameter, (K/w·s)
$\theta_{B_2}$	Hausmodellparameter, (W/K)
$\theta_{RA}$	Hausmodellparameter, (1/s)
$\theta_{RL_1}$	Hausmodellparameter, (K/w·s)
$\theta_{RL_2}$	Hausmodellparameter, (W/K)
$\xi$	Anfangszustand
$\zeta_{WP}$	exergetischer Wirkungsgrad der Wärmepumpe, (-)
$A$	Oberfläche, (m <sup>2</sup> )
$A$	zeitkontinuierliche Dynamikmatrix
$A_B$	Oberfläche des Bodens, welche am Wärmeaustausch beteiligt ist, (m <sup>2</sup> )
$A_H$	Oberfläche der Heizschlangen im Boden, (m <sup>2</sup> )
$A_R$	Oberfläche des Raumes, welche am Wärmeaustausch beteiligt ist, (m <sup>2</sup> )
$AZ$	Arbeitszahl, (-)
$B$	zeitkontinuierliche Eingangsmatrix
$B_i$	Modellparameter der AR-Wetterprognose
$C$	Beschränkungsmatrix des Optimierungsproblems
$C$	zeitkontinuierliche Ausgangsmatrix
$c$	Beschränkungsvektor des Optimierungsproblems
$c$	Wärmekapazität, (J/kg·K)

$c_B$	Wärmekapazität des Fussbodens, (J/kg·K)
$c_E$	Stromkosten, (Fr./kWh)
$c_L$	Wärmekapazität der Luft, (J/kg·K)
COP	Wirkungsgrad der Wärmepumpe, (–)
COP <sub>th</sub>	theoretisch möglicher Wirkungsgrad der Wärmepumpe, (–)
$c_W$	Wärmekapazität des Heizwassers, (J/kg·K)
$e$	Modellfehler der AR-Wetterprognose
$E_{\text{Bed}}$	optimierter elektrischer Energiebedarf, (J)
$E_{\text{WP}}$	von der Wärmepumpe aufgenommene elektrische Energie, (J)
$F$	zeitdiskrete Dynamikmatrix
$\bar{F}$	zeitdiskrete Dynamikmatrix
$G$	zeitdiskrete Eingangsmatrix
$g$	Gradientenvektor des Optimierungsproblems
$g(x)$	Randbedingungsfunktion für die Zustandsgrößen
$G_u$	zeitdiskrete Eingangsmatrix der Stellgröße
$G_v$	zeitdiskrete Eingangsmatrix der Störgröße
$\bar{G}_u$	zeitdiskrete Eingangsmatrix der Stellgröße
$\bar{G}_v$	zeitdiskrete Eingangsmatrix der Störgröße
$\mathcal{H}$	Hesssche Matrix des Optimierungsproblems
$H$	zeitdiskrete Ausgangsmatrix
$h(x)$	Randbedingungsfunktion für die Zustandsgrößen

## Symbolverzeichnis

$h_l$	untere Schranke für $h$
$h_u$	obere Schranke für $h$
$\bar{H}$	zeitdiskrete Ausgangsmatrix
$J$	zu minimierendes Gütekriterium
$k$	Wärmedurchgangszahl, ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$ )
$k$	Zeitschritt
$k_{\text{BR}}$	Wärmedurchgangszahl zwischen Boden und Raumluft, ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$ )
$k_{\text{HB}}$	Wärmedurchgangszahl zwischen Heizwasser und Fussboden, ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$ )
$k_{\text{RA}}$	Wärmedurchgangszahl zwischen Raum- und Aussenluft, ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$ )
$m$	Masse, (kg)
$m_{\text{B}}$	Masse des Fussbodens, (kg)
$N$	Anzahl Schaltpunkte des Stellsignals für die Wärmepumpe
$N$	Prädiktionshorizont
$N_P$	Anzahl Heizpulse
$P$	Hilfsmatrix
$p$	Zeitschritt
$P_{\text{Bed}}$	optimierter elektrischer Leistungsbedarf, (W)
$P_{\text{mech}}$	mechanische Leistung, (W)
$Q$	Gewichtungsmatrix
$Q_{\text{H}}$	Wärmeenergie im Heizwasser, (J)

$Q_M$	Wärmeenergieinhalt des Heizmediums, (J)
$Q_N$	Gewichtungsfaktor
$Q_p$	Gewichtungsfaktor
$Q_R$	Wärmeenergieinhalt der Raumluft, (J)
$Q_{WP,opt}$	optimierte Wärmeenergie pro Periode, (J)
$\overset{*}{Q}$	Wärmestrom, (W)
$\overset{*}{Q}_{Bed}$	optimierter Wärmestrombedarf, (W)
$\overset{*}{Q}_{BR}$	Wärmestrom zwischen Fussboden und Raumluft, (W)
$\overset{*}{Q}_{g,B}$	Störwärmestrom, welcher auf den Boden übertragen wird, (W)
$\overset{*}{Q}_{g,R}$	Störwärmestrom, welcher auf die Raumluft übertragen wird, (W)
$\overset{*}{Q}_{HB}$	vom Heizwasser an den Fussboden abgegebener Wärmestrom, (W)
$\overset{*}{Q}_L$	Wärmestrom durch Wärmeleitung, (W)
$\overset{*}{Q}_l$	untere Schranke für $\overset{*}{Q}$ , (W)
$\overset{*}{Q}_{RA}$	Verlustwärmestrom, zwischen Raumluft und Aussenluft, (W)
$\overset{*}{Q}_u$	obere Schranke für $\overset{*}{Q}$ , (W)
$\overset{*}{Q}_{WP}$	von der Wärmepumpe abgegebener Wärmestrom, (W)
$\overset{*}{Q}_{WP,s}$	Statische Wärmeleistung der Wärmepumpe, (W)

## Symbolverzeichnis

$R$	Gewichtungsmatrix
$r$	Rauschsignal am Ausgang des Beobachters
$R_p$	Gewichtungsfaktor
$r_p$	Gewichtungsfaktor
$S$	Entropie, (J/K)
$T$	Temperatur, (K)
$t$	Zeit, (s)
$T_A$	Aussenlufttemperatur, (K)
$T_B$	Fussbodentemperatur, (K)
$t_{\text{ein,opt}}$	optimale Laufzeit der Wärmepumpe, (s)
$t_{\text{ein}}$	Laufzeit der Wärmepumpe pro Periode, (s)
$t_{\text{hori}}$	Prädiktionszeit, (s)
$t_{k-24}$	Zeitpunkt 24 Stunden vor $t_k$
$t_{\text{peri}}$	Periodendauer, (s)
$T_R$	Raumtemperatur, (K)
$T_{RL}$	Rücklauftemperatur, (K)
$T_{R,\text{soll}}$	Raumsolltemperatur, (K)
$t_{\text{step}}$	Schrittweite, (s)
$t_{\text{start}}$	Startzeitpunkt des Heizpulses, (s)
$t_{\text{stop}}$	Stopzeitpunkt des Heizpulses, (s)
$t_S$	Schaltzeit, (s)
$t_{SP}$	zeitlicher Energieschwerpunkt, (s)

$T_{VL}$	Vorlauftemperatur, (K)
$\hat{T}_A$	Prognostizierte Aussentemperatur, (K)
$U$	manipulierte Eingangsgrößen in Vektordarstellung
$u$	Eingangsvektor
$u_{WP}$	Steuersignal für die Wärmepumpe
$V$	Volumen ( $m^3$ )
$V$	unmanipulierte Eingangsgrößen in Vektordarstellung
$v$	Verrauschtes Eingangssignal des Beobachters
$V_H$	Volumen des Heizwassers im Fussboden, ( $m^3$ )
$V_K$	Volumen des Kompressors, ( $m^3$ )
$V_R$	Volumen des Raumes, ( $m^3$ )
$\overset{*}{V}$	Volumenstrom, ( $m^3/s$ )
$\overset{*}{V}_{WP}$	Heizwasservolumenstrom durch die Wärmepumpe, ( $m^3/s$ )
$w$	Führungsgrösse
$X$	Zustandsgrößen in Matrixdarstellung
$x$	Zustandsvektor
$x_l$	untere Schranke für $x$
$x_u$	obere Schranke für $x$
$Y$	Ausgangsgrößen in Vektordarstellung
$y$	Ausgangsvektor
$Z$	Sollwerte der Raumlufttemperatur in Vektordarstellung

## Symbolverzeichnis

$z$  Sollwert der Regelgrösse

### Indizes

A Aussenluft

Bed optimierter Bedarf

BR Boden-Raumluft

HB Heizwasser-Fussboden

hori Horizont

H Heizwasser

$u$  obere Schranke

L Luft

L Wärmeleitung

$l$  untere Schranke

nom Nominalwert

R Raumluft

RA Raumluft-Aussenluft

RL Rücklauf

soll Sollwert

VL Vorlauf

W Heizwasser

WP Wärmepumpe

### Abkürzungen

AR Autoregressiv

COP	Coefficient of Performance
FBH	Fussbodenheizung
HKH	Heizkörperheizung
LQ	Linear, quadratisch
LW-WP	Luft-Wasser-Wärmepumpe
MPC	Model Predictive Control
MPPWC	Model Predictive Pulse Width Control
SP	Speicher



# 1

## Einleitung

### 1.1. Ausgangslage

#### 1.1.1. Heizungsmarkt

In der Schweiz wird ein grosser Anteil der verbrauchten Energie für das Heizen aufgewendet. Dabei wird meistens hochwertige Energie (Öl, Gas, Elektrizität) mit einem schlechten Konvertierungsgrad in niederwertige Wärme umgewandelt. Auf dem Markt sind aber schon lange Lösungen wie die Wärmepumpe erhältlich, welche einen viel höheren Wirkungsgrad aufweisen als zum Beispiel Ölbrenner oder gar Elektrowiderstandsheizungen. Immer mehr sind diese Lösungen auf einem technisch hohen, zuverlässigen Niveau und als kostengünstige Grosserienprodukte erhältlich. Gemäss Angaben der *Fördergesellschaft Wärmepumpen Schweiz* wurden im Jahr 2002 rund 45% aller neu gebauten Einfamilienhäuser mit einer Wärmepumpe ausgestattet und bis 2010 soll ein Marktanteil von 50% erreicht werden. Dabei sind die Anschaffungskosten einiges höher als für eine Ölheizung, und durch die hohen Strom- respektive tiefen Ölpreise kann dieser Mehraufwand nicht – oder nur sehr langsam – amortisiert werden. Daher werden Wärmepumpen meistens von Bauherren und Hausbesitzern eingebaut, welche sich für die Umwelt und deren Schonung interessieren. Nur eine kosteneffizientere Wärmepumpe oder stark steigende Ölpreise können die Amortisierung der

## 1. Einleitung

zusätzlich anfallenden Kosten beschleunigen und dadurch die Wärmepumpe für einen grösseren Kundenkreis attraktiv machen.

### 1.1.2. Wärmepumpentypen

Wärmepumpen werden nach Wärmequelle und Wärmeabgabemedium unterschieden. In der Schweiz ist das Abgabemedium fast ausschliesslich Wasser, welches die Wärme durch eine Fussbodenheizung und/oder Heizkörper an den Raum abgibt. Nur bei Häusern mit einer aktiven Belüftung dient Luft als Energieträger. Wärmequellen sind Umgebungsluft, Erdwärme und Grundwasser. Somit ergeben sich drei Typen, deren Vor- und Nachteile hier kurz erklärt sind.

Luft-Wasser-Wärmepumpen beziehen die Wärmeenergie aus der Umgebungsluft. Da Umgebungsluft überall vorhanden ist, hat dieser Typ die tiefsten Anschaffungs- und Montagekosten. Bei tiefen Temperaturen – wenn am meisten Wärme gebraucht wird – ist allerdings der Wirkungsgrad tief, so dass im Vergleich mit den anderen Typen die elektrische Leistung höher sein muss, um die geforderte thermische Energie zu liefern. Dies führt zu erhöhten Betriebskosten. Hinzu kommt, dass durch das Abkühlen der Luft am Wärmetauscher der in der Luft enthaltene Wasserdampf ausfällt und gefrieren kann. Dies erfordert eine zusätzliche Steuerung oder Regelung zur Enteisung des Verdampfers.

Erdwärme ist der Energielieferant für die Sole-Wasser-Wärmepumpe. Dazu wird ein Glukose-Wasser-Gemisch (Sole) über eine Erdsonde durch den Boden gepumpt und entzieht diesem Wärme. Die dazu nötige Erdbohrung ergibt hohe Installationskosten. Die nahezu konstante Erdtemperatur<sup>1</sup> auf einem Niveau über dem Gefrierpunkt ergibt einen guten Wirkungsgrad und damit niedrige Betriebskosten.

Wasser-Wasser-Wärmepumpen beziehen die Wärmeenergie aus dem Grundwasser. Es gelten die gleichen Vor- und Nachteile wie

---

<sup>1</sup>Es findet eine leichte Auskühlung der Erdmasse im Bereich der Sonde während der Heizsaison statt. Da die Abnahme der Temperatur aber erst gegen Frühling zu einem signifikanten Rückgang des Wirkungsgrades führt, und in dieser Zeit der Wärmebedarf nur einen kleinen Anteil des Jahresbedarfs ausmacht, hat diese Abnahme keine grossen Auswirkungen auf den Gesamtwirkungsgrad.

beim Sole-Wasser-Typ. Bei der Bohrung muss zusätzlich darauf geachtet werden, dass das Grundwasser nicht verschmutzt wird. Daher ist eine behördliche Bewilligung erforderlich.

Für den Antrieb der Wärmepumpe wird in den meisten Fällen elektrische Energie verwendet.

Bei Öl-, Gas-, und Elektrowiderstandsheizungen kann der benötigten Wärmestrom in einem bauartbedingten Bereich kontinuierlich erzeugt werden. Dies funktioniert bei kommerziellen Wärmepumpen nicht. Sie arbeiten nur im Ein-/Aus-Betrieb. Bei einem Bedarf von z. B. der Hälfte der lieferbaren Leistung muss die Wärmepumpe 50 % der Zeit ein- und 50 % ausgeschaltet sein. Um die Lebensdauer der Wärmepumpe nicht unnötig zu verkürzen, dürfen die Ein- und Ausschaltzeiten nicht beliebig kurz sein. Die anderen Wärmeerzeuger können ohne Einschränkungen in kurzen Zeitfolgen ein- und ausgeschaltet oder sogar mit der gewünschten Leistung betrieben werden. Dieser Umstand muss vom Anlagenaufbau und von der Regelung berücksichtigt werden.

### 1.1.3. Anlagenaufbau

Von der Wärmepumpe gelangt das aufgeheizte Wasser über Rohrleitungen in das Abgabesystem. Dabei ist oft ein Wasserspeicher zwischen Wärmeerzeuger und Abgabesystem eingebaut. Bei Gebäuden mit mehreren Heizgruppen – Mehrfamilienhäuser und Bürokomplexe – wird der Speicher parallel zu Erzeuger und Abgabe eingebaut (Abbildung 1.1). Dadurch kann das dem Abgabesystem zugeführte Wasser durch Mischung von warmem Wasser aus dem Speicher und von aus dem Abgabesystem zurückfließenden abgekühlten Medium auf die für die jeweilige Heizgruppe gewünschte Temperatur gebracht werden. Die Erzeugung und Abgabe von Wärme ist bei dieser Anordnung entkoppelt. Mit der Wärmepumpe wird die Wassertemperatur im Speicher zwischen zwei Grenzen gehalten und durch die Mischung wird die zur Aufrechterhaltung der gewünschten Raumtemperatur erforderliche Energie kontinuierlich der Heizgruppe zugeführt. Der Nachteil des binären Betriebs der Wärmepumpe wird dadurch aufgehoben. Allerdings wird der Wirkungsgrad der Wärmepumpe durch die hohen Vorlauftemperaturen, welche zum Aufhei-

## 1. Einleitung

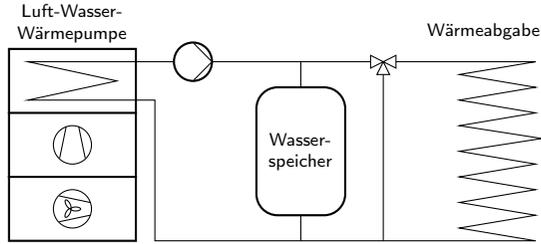


Abb. 1.1.: System mit Parallelspeicher

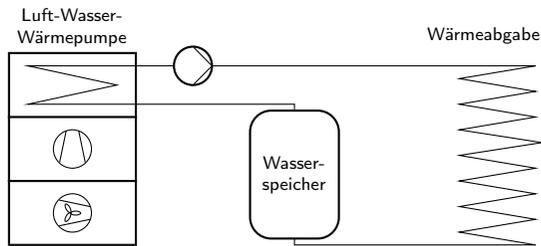


Abb. 1.2.: System mit Seriespeicher im Rücklauf

zen des Speichers benötigt werden, schlechter. Zudem verteuern die benötigten Mischventile und deren Regelung die Anlage. Damit ist diese Anordnung für Einfamilienhäuser, welche typischerweise nur eine Heizgruppe aufweisen, finanziell nicht interessant.

Bei Anlagen mit nur einer Heizgruppe wird der Speicher meistens seriell zu Erzeuger und Abgabe im Vorlauf oder Rücklauf (Abbildung 1.2) eingebaut oder weggelassen. Das Heizungswasser gelangt so ohne Mischung in das Abgabesystem. Die Temperaturschwankungen des Wassers werden dadurch für das Abgabesystem spürbar und beeinflussen damit auch die Raumtemperatur.

Abgegeben wird die Wärme über eine Fussbodenheizung, über Heizkörper oder eine Kombination von beidem. Für eine raumindividuelle Temperaturregelung sind (vor allem bei Heizkörpern) oft

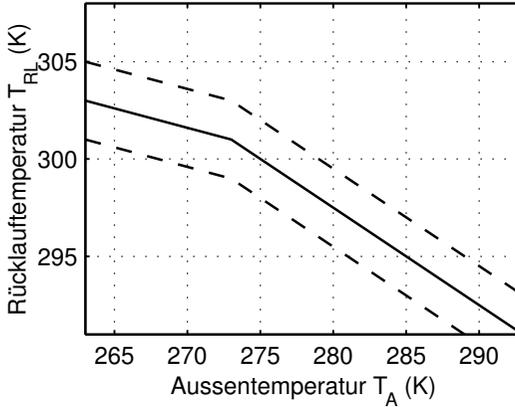


Abb. 1.3.: Heizkurve mit Hysterese von 2K für Einschalt- (unten) und Ausschaltkurve (oben)

Thermostatventile montiert. Diese beeinflussen den Wasserdurchfluss durch das Abgabesystem in Abhängigkeit der Raumtemperatur. Durch die Änderung des Volumenstroms wird aber bei einem System mit seriell eingebautem Speicher auch die Wärmepumpe beeinflusst.

Einige Systeme verwenden die Wärmepumpe zusätzlich zur Erzeugung von Brauchwarmwasser.

#### 1.1.4. Verwendete Regelungstechnik

Die bis heute verwendeten Regelungsstrategien gehen von einem statischen Wärmebedarf aus, der nur von der aktuellen Aussentemperatur abhängt. Die Dynamik des Gebäudes und der Wärmeerzeugung werden vollkommen vernachlässigt. Die Regler verwenden eine Heizkurve, welche die Rücklauftemperatur des Heizwassers in Abhängigkeit der Aussentemperatur angibt. Über eine einstellbare Hysterese wird der Zeitpunkt zum Ein- respektive Ausschalten bestimmt (Abbildung 1.3).

## 1. Einleitung

Diese Art der Regelung wurde direkt von den Reglern für Öl- und Gasheizungen übernommen. Bei diesen Reglern wird die Vorlauf-temperatur auf einen von der Aussentemperatur abhängigen Wert gebracht. Da die Vorlauf-temperatur sehr schnell reagiert, wenn die Heizung ein- oder ausgeschaltet wird, sind die Schaltzyklen kurz, wenn die Hysterese nicht sehr gross gewählt wird. Da schnelle Schaltzyklen bei einer Wärmepumpe nicht erwünscht sind, wurde der Sensor für die Wassertemperatur an den Rücklauf verlegt. Dadurch werden lange Laufzeiten erreicht, ohne das Konzept zu ändern.

Diese Art der Regelung bringt einige positive Aspekte mit sich:

- Regler-Hardware kann für verschiedene Heizungsarten eingesetzt werden. Nur der Sensor für die Heizwassertemperatur muss an unterschiedlichen Stellen montiert werden.
- Die Interpretation und Einstellung der Heizkurve ist einfach:
  - Bei tiefen Aussentemperaturen ist eine höhere Rücklauf-temperatur erforderlich als bei hohen Aussentemperaturen.
  - Ist es im Gebäude zu kalt, muss die Heizkurve nach oben verschoben werden, und umgekehrt.
- Es wird ein genügend hoher thermischer Komfort erreicht.
- Es ist viel Erfahrung vorhanden, da schon lange so geregelt wird.

Einige Randbedingungen und zusätzliches Wissen können aber nicht oder nur schwer mitverarbeitet werden.

- Das thermodynamische Verhalten des Gebäudes und der Wärmepumpe kann nicht berücksichtigt werden, da diese Regler-struktur statisch ist.
- Stromniedertarifzeiten können nur berücksichtigt werden, indem die Raumsolltemperatur für diesen Zeitabschnitt erhöht wird.
- Sperrzeiten<sup>2</sup> können nicht berücksichtigt werden.

---

<sup>2</sup>Stromerzeuger bieten oft einen speziellen Stromtarif für den Betrieb von Wär-

- Die Laufzeiten der Wärmepumpe können nur über die Hysterese beeinflusst werden.
- Die zukünftige Entwicklung des Wetters lässt sich nicht einbeziehen.
- Wegen der Trägheit des Gebäudes – speziell bei einer Fussbodenheizung – ist eine direkte Regelung der Raumtemperatur mittels einem Zweipunktregler nicht sinnvoll.

Ein prinzipielles Problem ergibt sich durch die Verwendung einer Heizkurve mit Hysterese. Nehmen wir eine Heizkurve wie in Abbildung 1.3. Die Raumsolltemperatur beträgt 293 K, und es gibt keine Fremdwärme. Dann ergibt sich für eine Aussentemperatur von 293 K eine zugehörige Rücklauftemperatur von ebenfalls 293 K. Die benötigte Rücklauftemperatur bei 273 K sei 301 K. Wenn nun die Hysterese  $\pm 2$  K beträgt, so sieht man in der Grafik, dass bei Aussentemperaturen über 288 K die Einschalttemperatur unter 293 K liegt. Da die Rücklauftemperatur immer gleich oder höher als die Raumtemperatur ist, muss letztere bis 2 K unter ihren Sollwert fallen, bis die Wärmepumpe wieder einschaltet. Je besser ein Gebäude isoliert ist, umso flacher wird die Heizkurve, und umso ausgeprägter ist dieses Problem. Im realen Fall mit Fremdwärme verschiebt sich die Heizkurve weiter nach unten. dadurch verschiebt sich das Problem der Unterkühlung zu noch tieferen Aussentemperaturen.

## 1.2. Zielsetzung

In dieser Arbeit soll eine Reglerstruktur entwickelt werden, welche die oben erwähnten Unzulänglichkeiten nicht aufweist. Durch Einsatz eines modellbasierten Reglers soll die thermische Dynamik des Gebäudes und der Wärmepumpe zur Berechnung des Wärmebedarfs und zum optimalen Betrieb der Wärmepumpe mitberücksichtigt werden. Damit das Verhalten des Gebäudes richtig vorhergesagt werden kann, soll eine Wettervorhersage einbezogen werden.

---

mepumpen an, welcher tiefer als der normale Tarif ist. Dafür nehmen sie sich aber das Recht heraus, für maximal z. B. drei mal 2 Stunden pro Tag den Strom für die Wärmepumpe abstellen zu dürfen.

## 1. Einleitung

Ebenfalls ist die Berücksichtigung von Niedertarif- und Sperrzeiten vorzusehen. Mit diesen Voraussetzungen soll die Regelung ohne Beeinträchtigung des Komforts einen – je nach Wunsch – energie- oder kostenoptimalen Betrieb der Wärmepumpe ermöglichen.

Die Theorie der modellbasierten, prädiktiven Regelung (*Model Predictive Control*, MPC) bietet die Möglichkeit, mittels eines dynamischen Modells der Strecke und unter Berücksichtigung von zeitvariablen Störgrößen und Beschränkungen den Reglerausgang zu optimieren. Daher wird MPC als Grundlage für die neue Reglerstruktur verwendet.

Durch die vielfältigen Schaltungsmöglichkeiten (Kapitel 1.1.2 und 1.1.3) wurde für diese Arbeit eine Einschränkung des Anlagentyps vorgenommen.

- Es wird ein Haus mit einer einzigen Heizgruppe betrachtet.
- Der Typ der Wärmepumpe spielt keine Rolle, da nicht auf die Abtauregelung einer Luft-Wasser-Wärmepumpe eingegangen wird.
- Die Anlage kann einen Seriespeicher oder keinen Speicher enthalten.
- Die Wärmeabgabe kann über ein reines Fussbodenheizsystem oder über eine Kombination von Fussbodenheizung und Heizkörper geschehen.
- Die Einflüsse von Raumthermostaten und Warmwasseraufbereitung werden nicht berücksichtigt.

### 1.3. Aufbau dieser Arbeit

In Kapitel 2 wird eine kurze Einführung in das Prinzip von MPC gegeben und das Konzept für die Wärmepumpenregelung erläutert.

Die Referenzanlage und das für die Regelung und die Simulation verwendete Modell sind in Kapitel 3 beschrieben.

Die Wetterprognose und die Beobachtung der Zustandsgrößen sind für alle Reglerentwürfe identisch. Die Kapitel 4 und 5 stellen die verwendeten Algorithmen vor.

In den Kapiteln 6 und 7 werden drei unterschiedlich komplexe Reglerentwürfe beschrieben, welche in Kapitel 8 aufgrund von Simulationen miteinander verglichen werden.

Der einfachste der drei MPC-Regler wurde in einer handelsüblichen Wärmepumpe implementiert und an der Referenzanlage getestet. Die Versuchsergebnisse sind in Kapitel 9 aufgeführt.

Abschliessend finden sich in Kapitel 10 die Erkenntnisse aus dieser Arbeit sowie ein Ausblick auf weiterführende Untersuchungen.



# 2

## Generelles Regelungskonzept

### 2.1. Kleine Einführung in MPC

Die Idee der modellbasierten, prädiktiven Regelung (*Model (Based) Predictive Control, MPC* oder *MBPC*) stammt aus den späten Siebzigerjahren. Mit MPC ist nicht ein spezifischer Regelalgorithmus gemeint. Vielmehr beschreibt MPC eine Strategie, welche mit verschiedenen Algorithmen umgesetzt werden kann [3, 16]. Diese Strategie besteht aus folgendem Vorgehen, welches in Abbildung 2.1 schematisch dargestellt ist:

1. Die Ausgänge der zu regelnden Strecke werden zu jedem Zeitpunkt  $k$  bis zum endlichen Horizont  $k + N$ , dem sogenannten Prädiktionshorizont, mittels dem Modell der Strecke vorherberechnet. Diese prädiktierten Ausgänge<sup>1</sup>  $y_{k+p|k}$  für  $p = 1 \dots N$  sind abhängig von den bis zum Zeitpunkt  $k$  bekannten Ein- und Ausgangsgrößen und den zukünftigen, zu optimierenden Stellgrößen  $u_{k+p|k}$ ,  $p = 0 \dots N - 1$ .
2. Durch die Minimierung oder Maximierung eines gegebenen Gütekriteriums wird der Verlauf der Stellgrößen so bestimmt,

---

<sup>1</sup>Diese Schreibweise bedeutet, dass der Wert der Variable  $y$  für den Zeitpunkt  $k + p$  zum Zeitpunkt  $k$  bestimmt wird.

## 2. Generelles Regelungskonzept

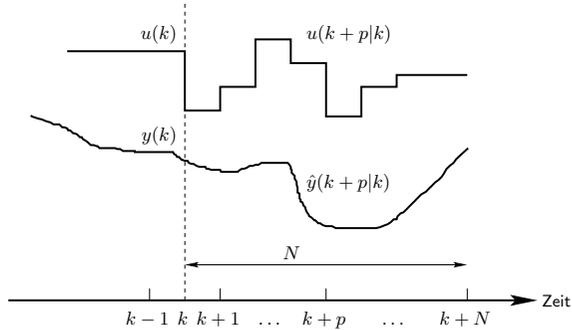


Abb. 2.1.: Strategie der modellbasierten, prädiktiven Regelung

dass gegebene Sollwerte  $z_{k+p}$  vom Prozess so gut wie möglich eingehalten werden. Das Gütekriterium beinhaltet meistens den Fehler zwischen den prädiktierten Ausgangsgrößen des Systems und ihren Sollwerten in einer quadratischen Form sowie den Aufwand – Leistung, Energie, Weg, ... – der Stellgrößen.

3. Das Stellsignal  $u_{k|k}$  wird an den Prozess ausgegeben, während alle Stellgrößen für die späteren Zeitpunkte verworfen werden.
4. Zum Zeitpunkt  $k+1$  wird mit den neuen Informationen von Ein- und Ausgangsgrößen wieder bei Punkt 1 angefangen. Dazu wird das Prädiktionsfenster ebenfalls um einen Zeitschritt nach vorne verschoben (*moving horizon*). Durch diesen Schritt entsteht ein geschlossener Regelkreis mit Rückführung.

Das Modell spielt eine zentrale Rolle in MPC. Es muss das dynamische Verhalten der zu regelnden Strecke so genau wie nötig wiedergeben. Dazu können verschiedene Modellstrukturen verwendet werden.

In Industrieanwendungen wird oft ein Impuls- oder Sprungantwortmodell verwendet. Dieses Modell beschreibt das Ausgangsverhalten aufgrund eines Impulses oder Sprunges an den Prozesseingängen. Dieses Verhalten kann durch Versuche an der nicht geregelten Anlage gemessen werden. Dadurch entfällt eine physikalische Mo-

dellbildung des Systems. Allerdings ist dies nur bei asymptotisch stabilen Prozessen möglich und ergibt eine grosse Anzahl von Modellparametern.

Wenn ein lineares physikalisches Modell der Strecke vorhanden ist, können Modelle mittels Übertragungsfunktionen oder der Zustandsraumdarstellung beschrieben werden. Diese Beschreibungen benötigen im Vergleich mit den Impuls- und Sprungantwortmodellen oft weniger Parameter und können auch für instabile Prozesse aufgestellt werden. Zur Modellbildung sind jedoch genaue Kenntnisse über die Vorgänge der zu beschreibenden Prozesse nötig.

Ist eine linearisierte Darstellung des Prozesses nicht genügend genau, so muss eine nichtlineare Darstellung verwendet werden. Auch dies ist mit MPC möglich.

Ein zweiter zentraler Teil der MPC-Strategie ist die Optimierung. Ist das Modell linear, das Gütekriterium quadratisch und sind keine Beschränkungen für die Stell-, Ausgangs- oder Zustandsgrößen gegeben, kann die Lösung explizit angegeben werden. Kommen Beschränkungen dazu, so muss die Lösung numerisch bestimmt werden. Auch bei nichtlinearen Modellen ist eine numerische Optimierung nötig. Die Komplexität des Optimierungsproblems und damit der numerische Aufwand sind abhängig von der Modellstruktur, den Beschränkungen und der Anzahl der zu optimierenden Parameter. Bei schnell zu regelnden Prozessen mit kleinen Zeitschritten ist zu beachten, dass der Zeitbedarf für die Berechnung der Optimierung nicht grösser wird als die Schrittweite. Bei verfahrenstechnischen und thermischen Prozessen ist die Schrittweite meistens gross, so dass von dieser Seite keine Probleme zu erwarten sind.

Detaillierte Einführungen in MPC findet man z. B. in [3, 16].

## 2.2. Konzept für die Regelung von Wärmepumpenanlagen

### 2.2.1. Randbedingungen

Baubedingt und von Seite der Industrie gibt es Randbedingungen, welche die Regelung einer Wärmepumpenanlage stark beeinflussen.

## 2. Generelles Regelungskonzept

Die wichtigste Einschränkung kommt von der Betriebsart der Wärmepumpe.

Obwohl es drehzahlgeregelte Wärmepumpen gibt, werden kommerziell fast ausschliesslich Modelle eingesetzt, welche nur im Ein- / Ausmodus betrieben werden können. Diese liefern abhängig von der Bauart und der beim Bau verwendeten Komponenten einen maximalen Wärmestrom. Dadurch entfällt die Möglichkeit, einen wertkontinuierlichen Wärmestrom (nach entsprechender Wandlung in ein elektrisches Signal) als Stellsignal zu verwenden. Das zu optimierende Stellsignal muss daher wertdiskret – mit den Zuständen *Ein* und *Aus* entsprechenden Werten – sein.

Die Lebensdauer der in den Wärmepumpen verwendeten Kompressoren hängt stark von der Anzahl der Einschaltvorgänge ab. Um diese Anzahl nicht unnötig in die Höhe zu treiben wird von der Industrie gefordert, dass die Einschaltdauer pro Einschaltung mindestens 15 Minuten beträgt.

Im Projekt „Pulsweitenmodulation für Kleinwärmepumpenanlagen“ [6, 7] wurde von den Industriepartnern gewünscht, dass die Raumtemperatur nicht gemessen werden muss. Dies hat zwei Gründe:

- Wird ein bestehendes Gebäude mit einer Wärmepumpe ausgerüstet, so muss für einen Raumtemperatursensor extra eine Leitung vom Keller in den entsprechenden Raum gezogen werden, was zusätzliche Kosten verursacht. Die Regelung soll daher auch ohne diesen Sensor auskommen.
- Die Platzierung eines solchen Sensors ist sehr heikel. Aus praktischen und ästhetischen Gründen wird der Sensor an einer Wand angebracht. Dort misst er aber eher die Wand- als die im Raum herrschende Lufttemperatur. Auch wird mit einem Sensor nur die lokale, an diesem Punkt herrschende Temperatur gemessen. Eine (messtechnisch) sinnvolle Platzierung wäre freistehend im Raum. Dies wird jedoch in den seltensten Fällen von den Benutzern akzeptiert.

Aus Kostengründen ist auch die Verwendung von Strahlungs- und Durchflusssensoren sowie Wärmezählern unerwünscht. Um die Kosten für die Installation tief zu halten und Fehler bei der Montage so

weit als möglich auszuschliessen, sollen keine zusätzlichen Sensoren ausserhalb der Wärmepumpe verwendet werden.

Dadurch stehen für die Regelung folgende Sensorsignale zur Verfügung:

- Aussentemperatur
- Quellentemperatur vor und nach dem Wärmetauscher
- Vorlauftemperatur
- Rücklauftemperatur

Für die Identifikation der Modellparameter (Kapitel 3) wurden zusätzlich Sensoren für die Raumtemperatur sowie für den Volumenstrom des Heizungswassers durch die Wärmepumpe verwendet, da die Bestimmung der Modellparameter sonst nicht möglich gewesen wäre.

Die in dieser Arbeit entwickelten und vorgestellten Regelungsalgorithmen wurden unter Berücksichtigung dieser Randbedingungen hergeleitet.

### 2.2.2. Konzept

Die Regelung soll das Stellsignal für die Wärmepumpe so optimieren, dass die elektrische Energieaufnahme der Wärmepumpe oder die Betriebskosten – je nach Wunsch des Betreibers – unter Einhaltung eines gewünschten Wärme komforts minimiert werden. Für die Berechnung des optimalen Stellsignals für die Wärmepumpe sollen die folgenden Grössen berücksichtigt werden:

- Eine Wettervorhersage, um den Wärmebedarf des Gebäudes für den Prädiktionshorizont vorhersagen zu können.
- Die Sperrzeiten, damit die Optimierung weiss, wann nicht geheizt werden kann.
- Die Stromtarifstruktur, um die Betriebskosten zu minimieren.

Die Erfahrung aus den Projekten „Kurztestmethode für Wärmepumpenanlagen“ [17], „Pulsbreitenmodulation für Kleinwärmepumpenanlagen“ [6, 7] sowie „Kostengünstige Niedrigtemperaturheizung

## 2. Generelles Regelungskonzept

mit Wärmepumpe“ [2] zeigt, dass Sperrzeiten je nach Stromlieferant verschieden häufig und zu verschiedenen Zeiten, aber bei einem Gebäude regelmässig auftreten. Unterschiede gibt es zwischen Werktagen (Montag bis Freitag), Samstagen und Sonntagen. Somit ist eine Vorhersage der Sperrzeiten einfach und mit grosser Zuverlässigkeit machbar. Die Stromtarifstruktur wird vom Lieferant festgelegt und bekanntgegeben. Auch diese Struktur bleibt meistens über längere Zeit konstant und ist daher genau vorhersagbar.

Eine Wettervorhersage soll den Verlauf der Aussentemperatur vorhersagen. Dazu kann eine eigene oder eine durch eine Wetteranstalt erstellte Prognose verwendet werden. Aus im Kapitel 4.2 erläuterten Gründen wird auf die Einbindung einer Strahlungsprognose verzichtet.

Für die Prädiktion wird ein lineares Zustandsraummodell, verwendet, welches im Projekt „Kurztestmethode für Wärmepumpenanlagen“ [17] entwickelt wurde. Die Vorlauf-, Rücklauf-, Boden- und Raumtemperaturen sind die vier Zustandsgrössen. Die Eingangsgrössen sind das Stellsignal für die Wärmepumpe, die Aussentemperatur sowie die durch Strahlung und Benutzerverhalten verursachten Wärmegewinne im Raum und im Boden. Die Ausgangsgrössen entsprechen den vier Zustandsgrössen.

Da nur die Vorlauf- und Rücklauftemperatur gemessen werden, für die Prädiktion aber die Startwerte aller Zustandsgrössen bekannt sein müssen, ist der Einsatz eines Beobachters nötig. Für diese Aufgabe wird ein Kalman-Filter eingesetzt. Damit können die fehlenden Werte für die Boden- und die Raumtemperatur bestimmt werden.

Das zu minimierende Gütekriterium ist eine gewichtete Summe aus dem Wärmekomfort und den Betriebskosten.

Der Wärmekomfort hängt gemäss P. O. Fanger [5] von verschiedenen Faktoren ab. Neben der Raumtemperatur sind dies unter anderem Oberflächentemperaturen, Wärmestrahlung, Luftbewegungen, Kleidung und Tätigkeit der Person. Die letzten zwei Kriterien sind über ein Modell nicht zu erfassen. Bei der Luftbewegung ist dies für ein nicht bewohntes Gebäude machbar. Durch die nicht erfassbare Störung der Luftbewegung durch die Bewohner wird dies aber verunmöglicht. Die Temperaturen von Luft und Oberflächen sowie die Strahlung sind modellbasiert bestimmbar. Die Ordnung eines dazu

geeigneten Modells und damit auch die Anzahl der Modellparameter ist sehr gross, und die Identifikation der Parameter ist mit den für diese Arbeit zugelassenen Messsignalen (siehe Kapitel 2.2.1) nicht möglich. Um ein Modell tiefer Ordnung benutzen zu können, wird als Index für den Komfort die Abweichung der Raumtemperatur von einem vorgegebenen Sollwert verwendet. Da der Mensch Abweichungen von einer angenehmen Temperatur in einem kleinen Bereich nur schlecht, grössere Abweichungen jedoch stark wahrnimmt, wird der Fehler in der Raumtemperatur im Gütekriterium quadratisch eingesetzt.

Der zweite Wert im Gütekriterium ist der Aufwand (finanziell oder energetisch), welcher sich durch die Erzeugung der notwendigen Wärme ergibt. Da die Betriebskosten linear anfallen, sind sie wenn möglich auch linear ins Gütekriterium einzufügen.<sup>2</sup> Bei der im Kapitel 6.1 verwendeten Methode ist dies nicht möglich, da die Lösung von einem rein quadratischen Gütekriterium ausgeht.

Der Prädiktionshorizont für die Optimierung wurde auf 24 Stunden festgelegt. Dies entspricht der natürlichen Periodenlänge des Aussentemperatur- und Strahlungsverlaufes. Damit können vor allem die Temperaturunterschiede von Tag zu Nacht und somit der bei einer Luft-Wasser-Wärmepumpe von der Aussentemperatur abhängige Wirkungsgrad über einen Tag berücksichtigt werden. Von der gleichen Periodizität sind auch die Sperrzeiten und die Tarifstruktur (mit Ausnahme der Wochenenden). Für eine andere Wahl des Prädiktionshorizontes gibt es keinen Grund. Längerfristige Wetterprognosen verlieren an Genauigkeit, und ein kürzerer Horizont berücksichtigt die Periodizität eines Tagesablaufes nicht.

Das Stellsignal kann auf zwei verschiedene Arten berechnet werden (Abbildung 2.2). Die indirekte Optimierung trennt die Optimierung in die Teilschritte der optimalen Beheizung des Gebäudes und des optimalen Betriebs der Wärmepumpe. Im ersten Schritt wird der optimale, dem Gebäude über das Heizungswasser zuzuführende Wärmestrom ermittelt. Hierbei werden Sperrzeiten, Tarifstruktur, Störungen und die Quelltemperaturabhängigkeit des Wirkungs-

---

<sup>2</sup>Analoges gilt für die Minimierung der zur Erzeugung der Wärme verbrauchten elektrischen Energie.

## 2. Generelles Regelungskonzept

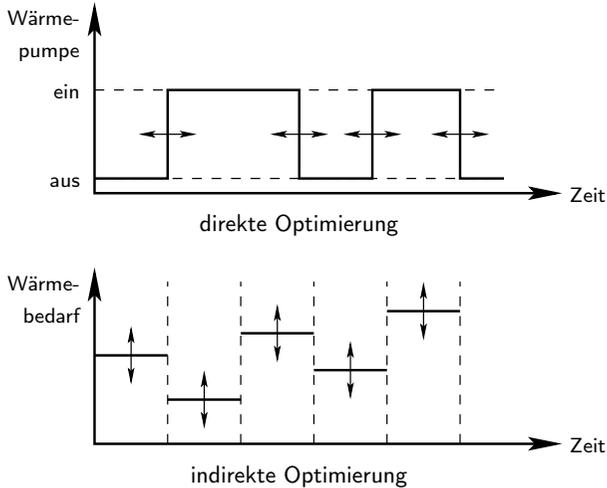


Abb. 2.2.: Direkte und indirekte Optimierung

grades der Wärmepumpe mitberücksichtigt. Dieser wertkontinuierliche Verlauf des optimalen Wärmestroms wird mittels einer Pulsbreitenmodulation in das Ein-/Aussignal für die Wärmepumpe umgewandelt. Für die Bestimmung der Periodendauer der Pulsbreitenmodulation wird die optimale Laufzeit der Wärmepumpe betrachtet. Die optimale Laufzeit ist die Dauer, welche die Wärmepumpe nach dem Einschalten braucht, bis das Verhältnis von abgegebener thermischer zu aufgenommener elektrischer Energie maximal ist.

Durch die Zerteilung der Optimierung bei der indirekten Methode ergibt sich nur eine suboptimale Lösung für das Problem, da sich die beiden Teiloptimierungen gegenseitig beeinflussen, diese Einflüsse aber nicht berücksichtigt werden. Daher wird ein Ansatz für die gesamtheitliche Optimierung hergeleitet. Diese direkte Methode optimiert auf Basis eines Modells der Wärmepumpenanlage – Wärmepumpe, Verteilsystem und Gebäude – die Ein- und Ausschaltzeiten für die Wärmepumpe.

Die für dieses Konzept notwendigen Modelle, Prognosen und Optimierungsalgorithmen werden in den folgenden Kapiteln erläutert.

# 3

## Modellbildung

Dieses Kapitel enthält die Beschreibung der dieser Arbeit zugrunde liegenden Referenzanlage, die thermodynamischen Grundlagen für die Modellierung, die Modelle für das Gebäude und die Wärmepumpe sowie deren Validierung.

### 3.1. Beschreibung der Referenzanlage

Die Simulationen in dieser Arbeit beziehen sich alle auf die Referenzanlage aus dem BfE-Projekt „Pulsweitenmodulation für Kleinwärmepumpenanlagen“ [6, 7]. Es handelt sich um ein im Jahr 1986 gebautes, bewohntes Einfamilienhaus in Massivbauweise (Abbildung 3.1). Der SIA-Wärmebedarf des Hauses beträgt 15 kW bei 262 K Aussentemperatur. Durch grosse Fensterflächen mit Südorientierung kann viel Sonnenstrahlung ins Haus gelangen, so dass ein grosser Störenergieanteil vorhanden ist. Im Keller des Hauses befindet sich eine Luft-Wasser-Wärmepumpe mit einer Nennleistung von 12.2 kW bei einer Quellentemperatur von 275 K und einer Vorlauftemperatur von 308 K. Die von der Wärmepumpe erzeugte Wärme gelangt über ein gemischtes Abgabesystem (parallel geschaltete Heizkörper und Fussbodenheizung) in die Räume. Im Heizwasserrücklauf ist zur Vergrösserung des Heizwasservolumens ein Speicher mit 0.3 m<sup>3</sup> Inhalt installiert. In den Räumen sind Thermostatventile an den Heizkörpern montiert. Diese wurden jedoch für alle Messungen und

### 3. Modellbildung



Abb. 3.1.: Referenzgebäude

Versuche (Kapitel 9) ausser Betrieb gesetzt. Ein vereinfachtes hydraulisches Schema der Anlage ist in Abbildung 3.2 dargestellt.

Für die Regelung der Wärmepumpe stehen folgende gemessene Grössen zur Verfügung:

- Aussentemperatur nordseitig
- Vorlauftemperatur (1)
- Rücklauftemperatur (2)

Während den Messperioden wurden zusätzlich die Raumtemperatur im Wohnzimmer, der Volumenstrom im Heizwassersystem (3), die von der Wärmepumpe abgegebene Leistung (4), der Betriebszustand der Wärmepumpe (ein, aus, abtauen) sowie weitere, für diese Arbeit nicht relevante Grössen aufgezeichnet.

## 3.2. Thermodynamische Überlegungen

### 3.2.1. Gebäude

In und an Gebäuden kommen verschiedene Wärmetransportphänomene vor. Durch Wände, Dach und Fenster findet eine Wär-

### 3.2. Thermodynamische Überlegungen

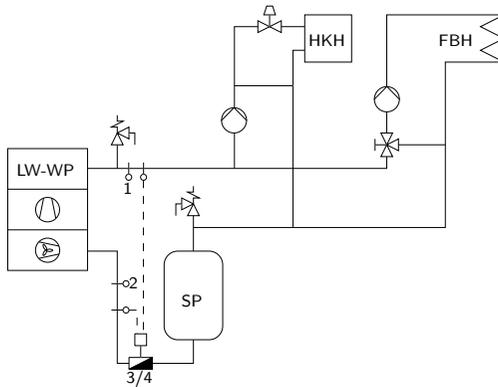


Abb. 3.2.: Hydraulisches Schema der Referenzanlage

meileitung statt. Konvektiver Wärmetransport ist für den Wärmeübergang von der Wand oder dem Boden an die Luft verantwortlich. Fussbodenheizungen geben ihre Energie hauptsächlich durch Strahlung an das Gebäude weiter. Und in den Heizungsrohren geschieht der Transport durch Massenströme. Dabei ist die transportierte Energie bei allen Vorgängen von vielen Faktoren abhängig. Luftfeuchtigkeit und Windgeschwindigkeit beeinflussen z. B. den Wärmeübergang von den Wänden an die Umgebung, unterschiedliche Bodenbeläge ergeben unterschiedliche Abstrahlungsverhalten, und die Fensterfläche hat einen grossen Einfluss auf den Wärmeverbrauch.

Da für die Regelung ein einfaches Modell mit tiefer Ordnung benötigt wird, werden in dem in Kapitel 3.3 beschriebenen Hausmodell nur Wärmeleitung, Wärmetransport durch Massenströme und Wärmespeicherung berücksichtigt. Strahlungsvorgänge werden vernachlässigt und daher nicht behandelt.

Die treibende Kraft der Wärmeleitung ist immer die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Speichern, welche Energie austauschen. Hat der Speicher S1 die Temperatur  $T_1$  und Speicher S2 die Temperatur  $T_2$ , so ergibt sich bei einem linearen Ansatz für die von

### 3. Modellbildung

S1 nach S2 fließende Wärme

$$\dot{Q}_L^* = k \cdot A \cdot (T_2 - T_1) \quad (3.1)$$

Dabei ist  $A$  die Fläche der Wand, durch welche die Energie fließt, und  $k$  ist die Wärmedurchgangszahl.

Aufgrund der Temperatur  $T$ , der Wärmekapazität  $c$  und der Masse  $m$  enthält ein Medium die Wärmeenergie

$$Q_M = c \cdot m \cdot T \quad (3.2)$$

Wird nun dieses Medium bewegt, ergibt sich durch die zeitliche Ableitung von (3.2) und mit

$$m = \rho \cdot V \quad (3.3)$$

der Wärmefluss

$$\dot{Q}_M^* = c \cdot \rho \cdot \dot{V} \cdot T \quad (3.4)$$

$\rho$  ist die Dichte des Mediums,  $V$  das vom Medium eingenommene Volumen und  $\dot{V}^*$  der Volumenstrom des Mediums.

#### 3.2.2. Wärmepumpe

Eine Wärmepumpe transportiert unter Einsatz von mechanischer Energie Wärmeenergie von einem tieferen auf ein höheres Temperaturniveau. Dieser Vorgang kann idealisiert durch einen Carnot-Prozess beschrieben werden (siehe Abbildung 3.3). Von einem Fluid – dem sogenannten Arbeitsmittel – wird der Wärmestrom  $Q_1^*$  bei der Temperatur  $T_1$  aufgenommen. Eine isentrope Temperaturänderung erwärmt das Fluid auf die Temperatur  $T_2$ , bei welcher der Wärmestrom  $Q_2^*$  abgegeben wird. Über eine zweite isentrope Zustandsänderung erfolgt eine Abkühlung auf die ursprüngliche Temperatur  $T_1$ . Die für diesen Prozess aufzuwendende mechanische Leistung ergibt sich aus dem Kreisintegral

$$P_{\text{mech}} = - \oint T \cdot dS \quad (3.5)$$

### 3.2. Thermodynamische Überlegungen

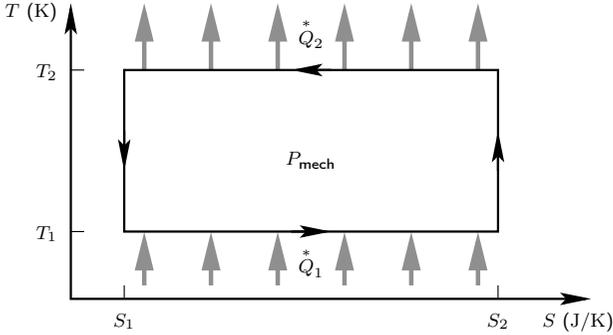


Abb. 3.3.: linksläufiger Carnot-Prozess

Ein realer Wärmepumpenkreisprozess und die schematische Darstellung einer Wärmepumpe sind in Abbildung 3.4 respektive in Abbildung 3.5 zu sehen. Im Verdampfer fließt bei der Verdampfungstemperatur  $T_1$  der Wärmestrom  $Q_1^*$  von der Wärmequelle zum Arbeitsmittel ( $1 \rightarrow 2$ ). Dadurch wird das Arbeitsmittel verdampft. Um Schäden am sehr hoch verdichtenden Kompressor zu vermeiden, muss das Arbeitsmittel überhitzt werden, damit es keine flüssigen Bestandteile mehr enthält ( $2 \rightarrow 3$ ). Durch eine polytrophe Kompression im Kompressor wird das gasförmige Arbeitsmittel weiter erhitzt ( $3 \rightarrow 4$ ). Im Kondensator wird das Gas auf Kondensationstemperatur  $T_1$  abgekühlt ( $4 \rightarrow 5$ ) und kondensiert unter Abgabe des Wärmestroms  $Q_2^*$  ( $5 \rightarrow 6$ ). Im Expansionsventil wird das Fluid durch eine polytrophe Expansion wieder auf die Ausgangstemperatur  $T_1$  gebracht ( $6 \rightarrow 1$ ).

Damit eine Wärmepumpe effizient arbeitet, soll sie für die abgegebene thermische Leistung  $Q_2^*$  möglichst wenig mechanische Leistung  $P_{\text{mech}}$  aufnehmen. Das Verhältnis von  $Q_2^*$  zu  $P_{\text{mech}}$  wird *COP* (Coefficient of Performance) genannt. Beim reversiblen Carnot-Prozess ergibt sich ein theoretischer COP von

$$\text{COP}_{\text{th}} = \frac{Q_2^*}{P_{\text{mech}}} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} \quad (3.6)$$

### 3. Modellbildung

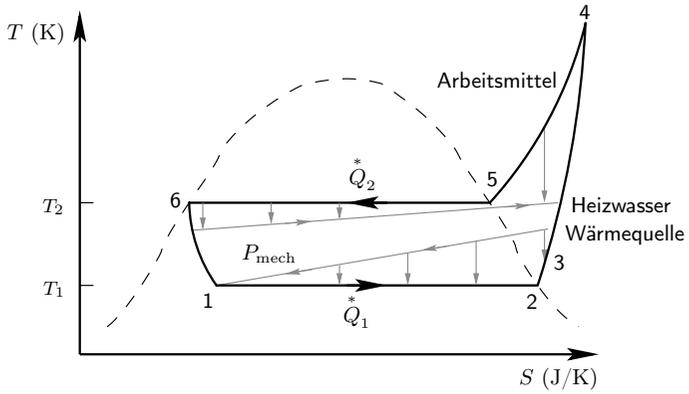


Abb. 3.4.: Realer Kreisprozess einer Wärmepumpe

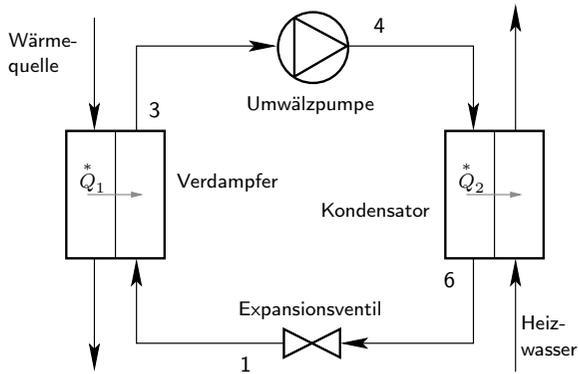


Abb. 3.5.: Schematische Darstellung einer Wärmepumpe

Reale Wärmepumpen arbeiten jedoch nicht verlustfrei. Der erreichbare COP einer Wärmepumpe ist daher um den exergetischen Wirkungsgrad  $\zeta_{WP}$  kleiner als der theoretische Wert:

$$\text{COP} = \zeta_{WP} \cdot \text{COP}_{\text{th}} \quad (3.7)$$

Moderne Luft-Wasser-Wärmepumpen erreichen einen Wirkungsgrad von etwa 0.45.

### 3.3. Hausmodell

Zur Berechnung des Energiebedarfs eines Gebäudes gibt es viele Ansätze. Zur Auslegung einer Heizung wird in der Schweiz die Norm SIA380/1 verwendet. Aus den Daten der Bauplanung lässt sich damit der statische Bedarf abschätzen. Weiter gibt es Programme wie *WPCalc* [23] und *YUM* [1], welche Jahressimulationen mittels einem detaillierten, statischen Modell ermöglichen. *Trnsys* [12] bietet ein Modell, welches sehr aufwendig nach physikalischen Grundlagen erstellt wurde. Es beinhaltet z.B. mehrschichtige Wand- und Bodenbeschreibungen, berechnet die Temperaturen in allen Räumen, ist daher von hoher Ordnung und benötigt viel Rechenaufwand für die Lösung. Diese Ansätze sind aber für einen modellbasierten Reglerentwurf nicht geeignet, da sie nur statisch oder sehr komplex sind.

Da mit einer Wärmepumpe ohne Regelmöglichkeit der Volumenströme in den Heizwasserleitungen durch die einzelnen Zimmer nur die Temperatur an einem Ort geregelt werden kann, ist ein Mehrraummodell nicht nötig. Wichtig ist, dass die für die Regelungsaufgabe dominanten thermischen Vorgänge berücksichtigt sind. Für eine Raumtemperaturregelung sind dies die Beschreibung Wärmetransportvorgänge vom Heizwasser über den Boden in den Raum, die Bestimmung der Wärmeverluste und die Beachtung der Wärmespeicherkapazität vor allem im Boden und den Wänden. Im BfE-Projekt „Kurztestmethode für Wärmepumpenanlagen“ [17] wurde ein Modell dritter Ordnung aufgestellt, welches diese Vorgänge beschreibt.

Grundlage für das Modell ist das Gebäudeschema in Abbildung 3.6. Die Temperatur  $T_{VL}(t)$  des von der Wärmepumpe in das Wär-

### 3. Modellbildung

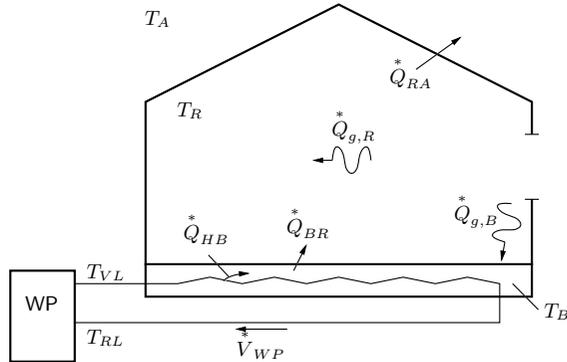


Abb. 3.6.: Gebäudeschema für die Modellierung

meabgabesystem gelangenden Heizwassers (Vorlauftemperatur) ist die beeinflussbare Eingangsgrösse des Systems. Das Wasser im Wärmeabgabesystem wird als erster thermischer Speicher betrachtet. Diesem Speicher wird durch den Heizwasservolumenstrom  $\dot{V}_{WP}^*(t)$  der Wärmestrom  $\dot{Q}_{WP}^*(t)$  zugeführt. Der Wärmestrom  $\dot{Q}_{HB}^*(t)$  entzieht dem Heizwasser Wärme. Daraus ergibt sich für die Änderung der Energie im Heizwasser  $Q_H$  folgende Differentialgleichung:

$$\frac{d}{dt}Q_H(t) = \dot{Q}_{WP}^*(t) - \dot{Q}_{HB}^*(t) \quad (3.8)$$

Der Wärmestrom  $\dot{Q}_{WP}^*(t)$  kann aus der Differenz zwischen  $T_{VL}(t)$  und  $T_{RL}(t)$  berechnet werden:

$$\dot{Q}_{WP}^*(t) = c_W \cdot \rho_W \cdot \dot{V}_{WP}^*(t) \cdot [T_{VL}(t) - T_{RL}(t)] \quad (3.9)$$

Dabei ist  $c_W$  die spezifische Wärmekapazität und  $\rho_W$  die Dichte des Heizwassers. Verantwortlich für  $\dot{Q}_{HB}^*(t)$  ist der Unterschied von  $T_{RL}(t)$  und der Fussbodentemperatur  $T_B(t)$ :

$$\dot{Q}_{HB}^*(t) = k_{HB} \cdot A_H \cdot [T_{RL}(t) - T_B(t)] \quad (3.10)$$

$k_{HB}$  ist die Wärmedurchgangszahl vom Heizungswasser zum Fussboden und  $A_H$  die am Wärmeaustausch beteiligte Oberfläche. Die ge-

samte im Heizungswasser gespeicherte Energie  $Q_H(t)$  kann wie folgt beschrieben werden:

$$Q_H(t) = c_W \cdot \rho_W \cdot V_H \cdot T_{RL}(t) \quad (3.11)$$

$V_H$  ist das Volumen des Heizwassers, welches sich im Fussboden befindet. Setzt man (3.9) bis (3.11) in (3.8) ein, erhält man die gewünschte Differentialgleichung für  $T_{RL}(t)$ :

$$\begin{aligned} c_W \cdot \rho_W \cdot V_H \cdot \frac{d}{dt} T_{RL}(t) = & - \left[ c_W \cdot \rho_W \cdot \overset{*}{V}_{WP}(t) + k_{HB} \cdot A_H \right] \cdot T_{RL}(t) \\ & + k_{HB} \cdot A_H \cdot T_B(t) \\ & + c_W \cdot \rho_W \cdot \overset{*}{V}_{WP}(t) \cdot T_{VL}(t) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Als zweiter Speicher wirkt die Masse des Fussbodens. Der Wärmestrom  $Q_{HB}^*(t)$  (3.10) ist der Haupteingang in diesen Speicher. Der Ausgang des Speichers ist der Wärmestrom  $Q_{BR}^*(t)$  zwischen Boden und Raumluft:

$$\overset{*}{Q}_{BR}(t) = k_{BR} \cdot A_B \cdot [T_B(t) - T_R(t)] \quad (3.13)$$

Die Temperatur der Raumluft wird durch  $T_R(t)$  beschrieben,  $k_{BR}$  ist die Wärmedurchgangszahl zwischen Boden und Raumluft, und  $A_B$  ist die Oberfläche des Bodens. Zusätzliche Wärme kann durch Strahlung – hauptsächlich solarer Herkunft, aber auch durch Beleuchtungskörper usw. – auf den Boden übertragen werden. Dieser Störeingang wird durch  $Q_{g,B}^*(t)$  dargestellt. Für den zweiten Speicher ergibt sich daraus folgende Gleichung:

$$\frac{d}{dt} Q_B(t) = \overset{*}{Q}_{HB}(t) + \overset{*}{Q}_{g,B}(t) - \overset{*}{Q}_{BR}(t) \quad (3.14)$$

Mittels der Fussbodenmasse  $m_B$  und der spezifischen Wärmekapazität des Bodens  $c_B$  kann aus der Fussbodentemperatur  $T_B(t)$  der Energieinhalt  $Q_B(t)$  desselben berechnet werden:

$$Q_B(t) = m_B \cdot c_B \cdot T_B(t) \quad (3.15)$$

### 3. Modellbildung

Durch Einsetzen von (3.10), (3.13) und (3.15) in (3.14) erhält man die gesuchte Differentialgleichung für die Bodentemperatur  $T_B$ :

$$\begin{aligned} m_B \cdot c_B \cdot \frac{d}{dt} T_B(t) = & - [k_{HB} \cdot A_H + k_{BR} \cdot A_B] \cdot T_B(t) \\ & + k_{HB} \cdot A_H \cdot T_{RL}(t) \\ & + k_{BR} \cdot A_B \cdot T_R(t) + \dot{Q}_{g,B}^*(t) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Der letzte Speicher des Modells ist die Raumluft. Ihr Energieinhalt  $Q_R(t)$  wird aus der Raumlufttemperatur (kurz Raumtemperatur)  $T_R(t)$  nach (3.17) berechnet:

$$Q_R(t) = \rho_L \cdot V_R \cdot c_L \cdot T_R(t) \quad (3.17)$$

Mit dem Wärmestrom vom Boden in den Raum  $Q_{BR}^*(t)$  (3.13) und dem Wärmegewinnstrom aus der Solarstrahlung und dem Benutzerverhalten  $Q_{g,R}^*(t)$  – analog zu  $Q_{g,B}^*(t)$  – als Systemeingänge und dem Wärmeverluststrom durch die Gebäudehülle  $Q_{RA}^*(t)$  durch die Gebäudehülle als Systemausgang ergibt sich für die Änderung von  $Q_R(t)$  Gleichung (3.18):

$$\frac{d}{dt} Q_R(t) = \dot{Q}_{BR}^*(t) + \dot{Q}_{g,R}^*(t) - \dot{Q}_{RA}^*(t) \quad (3.18)$$

Mit der Wärmedurchgangszahl für das Gebäude  $k_{RA}$  und der Gebäudefläche  $A_R$  wird  $Q_{RA}^*(t)$  aus der der Differenz der Raumtemperatur  $T_R(t)$  und der Aussenlufttemperatur  $T_A(t)$  berechnet:

$$\dot{Q}_{RA}^*(t) = k_{RA} \cdot A_R \cdot [T_R(t) - T_A(t)] \quad (3.19)$$

Aus (3.13) und (3.17) bis (3.19) ergibt sich die Differentialgleichung für die Raumtemperatur  $T_R(t)$ :

$$\begin{aligned} \rho_L \cdot V_R \cdot c_L \cdot \frac{d}{dt} T_R(t) = & - [k_{BR} \cdot A_B + k_{RA} \cdot A_R] \cdot T_R(t) \\ & + k_{BR} \cdot A_B \cdot T_B(t) \\ & + k_{RA} \cdot A_R \cdot T_A(t) + \dot{Q}_{g,R}^*(t) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Die Gleichungen (3.12), (3.16) und (3.20) ergeben zusammen das Hausmodell dritter Ordnung mit den Zustandsgrößen  $T_{RL}(t)$ ,  $T_B(t)$  und  $T_R(t)$  und den Eingangsgrößen  $Q_{g,B}^*(t)$ ,  $Q_{g,R}^*(t)$ ,  $T_A(t)$  und  $T_{VL}(t)$ .

Die Regelalgorithmen in Kapitel 6.1 und 6.2 optimieren nicht die Vorlauftemperatur  $T_{VL}(t)$  sondern den Wärmestrom  $Q_{WP}^*(t)$ , welcher dem Gebäude zugeführt werden soll. Das Modell dafür angepasst werden. Wird (3.9) nicht in (3.8) eingesetzt, so ergibt sich für die Differenzialgleichung der Rücklauftemperatur anstelle von (3.12) neu

$$c_W \cdot \rho_W \cdot V_H \cdot \frac{d}{dt} T_{RL}(t) = k_{HB} \cdot A_H \cdot [T_B(t) - T_{RL}(t)] + Q_{WP}^*(t) \quad (3.21)$$

Das neue Modell bestehend aus (3.16), (3.20) und (3.21) hat nun den Wärmestrom  $Q_{WP}^*(t)$  anstelle der Vorlauftemperatur  $T_{VL}(t)$  als Eingangsgröße.

Durch Einführen der sechs neuen Parameter (3.22) bis (3.27) wird das Modell in eine für die Parameteridentifikation brauchbare Form umgeschrieben.

$$\theta_{RL1} = \frac{1}{\rho_W \cdot V_H \cdot c_W} \quad (3.22)$$

$$\theta_{RL2} = k_{HB} \cdot A_H \quad (3.23)$$

$$\theta_{B1} = \frac{1}{m_B \cdot c_B} \quad (3.24)$$

$$\theta_{B2} = k_{BR} \cdot A_B \quad (3.25)$$

$$\beta_R = \frac{1}{\rho_L \cdot V_R \cdot c_L} \quad (3.26)$$

$$\theta_{RA} = \frac{k_{RA} \cdot A_R}{\rho_L \cdot V_R \cdot c_L} \quad (3.27)$$

Durch Einsetzen von (3.22) bis (3.27) in (3.16), (3.20) und (3.21) und Umschreiben in die Zustandsraumdarstellung erhält man das für die Optimierung benötigte Modell

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \\ y(t) &= C \cdot x(t) \end{aligned} \quad (3.28)$$

### 3. Modellbildung

mit

$$x(t) = [T_{RL}(t) \quad T_B(t) \quad T_R(t)]^T \quad (3.29)$$

$$u(t) = [\dot{Q}_{g,B}^*(t) \quad \dot{Q}_{g,R}^*(t) \quad T_A(t) \quad \dot{Q}_{WP}^*(t)]^T \quad (3.30)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\theta_{RL_1}\theta_{RL_2} & \theta_{RL_1}\theta_{RL_2} & 0 \\ \theta_{B_1}\theta_{RL_2} & -\theta_{B_1}(\theta_{RL_2} + \theta_{B_2}) & \theta_{B_1}\theta_{B_2} \\ 0 & \beta_R\theta_{B_2} & -(\beta_R\theta_{B_2} + \theta_{RA}) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \theta_{RL_1} \\ \theta_{B_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_R & \theta_{RA} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (3.33)$$

## 3.4. Wärmepumpenmodell

Für die in dieser Arbeit vorgestellten Regelalgorithmen sind keine Kenntnisse über wärmepumpeninterne Grössen wie Drücke und Temperaturen des Arbeitsmittels nötig. Daher kann auf ein physikalisches Modell der Wärmepumpe verzichtet werden. Von Interesse ist nur die abgegebene thermische und die aufgenommene elektrische Leistung sowie das dynamische Verhalten dieser Grössen. Die benötigten Leistungsdaten stammen aus Messungen an Wärmepumpen. Diese Daten werden oft vom Hersteller der Wärmepumpe veröffentlicht. Alternativ kann dazu auf Messungen des Wärmepumpen-Testzentrums in Winterthur-Töss zurückgegriffen werden. Die Vorschriften für diese Messungen sind in der Norm EN 255 beschrieben [10]. Vorgeschrieben sind darin verschiedene Betriebspunkte, bei denen die Wärmepumpe für eine gewisse Dauer betrieben werden muss. Diese Betriebspunkte sind durch die Quelltemperatur – bei Luft-Wasser-Wärmepumpen ist dies die Aussentemperatur  $T_A$  – und die Heizungsvorlauftemperatur  $T_{VL}$  definiert. Die Menge des durch den Verdampfer fliessenden Quellenmediums kann der Hersteller selbst festlegen. Für jeden Betriebspunkt werden die aufgenommene und die abgegebene Leistung bestimmt. Bei Luft-Wasser-Wärmepumpen werden die Abtauverluste mitberücksichtigt. Dazu

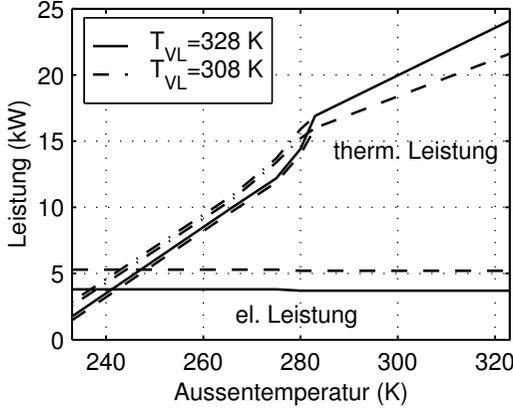


Abb. 3.7.: Wärmepumpenkennfeld mit und ohne (— · —) Abtauverluste

wird bei den vom Abtauen betroffenen Betriebspunkten über mehrere Abtauzyklen gemessen und so die mittleren Nettoleistungen berechnet. Dass die Abtauverluste einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die thermische Leistung haben, ist in Abbildung 3.7 zu sehen.

Beim Einschalten der Wärmepumpe nach einem Stillstand dauert es eine gewisse Zeit, bis die statische Wärmeleistung erreicht wird. In [21] und [11] wird das dynamische Ein- und Ausschaltverhalten untersucht und beschrieben. Dabei werden ein Tiefpasselement erster Ordnung oder zwei parallel geschaltete Tiefpasselemente erster Ordnung mit unterschiedlichen Zeitkonstanten zur Modellierung verwendet.

Um die Ordnung des Modells tief zu halten, wird in dieser Arbeit der Ansatz mit einem Tiefpasselement verwendet. Da auch hier nur der zeitliche Verlauf der Vorlauftemperatur  $T_{VL}(t)$  interessiert, wird die entsprechende Differentialgleichung wie in (3.34) angesetzt:

$$c_W \cdot \rho_W \cdot V_K \cdot \frac{d}{dt} T_{VL}(t) = c_W \cdot \rho_W \cdot \dot{V}_{WP}^* \cdot (T_{RL}(t) - T_{VL}(t)) + \dot{Q}_{WP,s}^*(t)$$

### 3. Modellbildung

(3.34)

$Q_{\text{WP},s}^*$  ist die statische Wärmeleistung der Wärmepumpe, welche sich aus dem Kennfeld (Abbildung 3.7) in Abhängigkeit von  $T_A$  und  $T_{\text{VL}}$  ergibt.  $V_K$  ist das Volumen des Kompressors. Durch Auflösen von (3.34) nach  $\dot{T}_{\text{VL}}(t)$  und Einsetzen von

$$\tau_{\text{WP}} = \frac{V_K}{V_{\text{WP}}^*} \quad (3.35)$$

erhält man

$$\frac{d}{dt} T_{\text{VL}}(t) = \frac{1}{\tau_{\text{WP}}} \cdot (T_{\text{RL}}(t) - T_{\text{VL}}(t)) + \frac{\frac{1}{\tau_{\text{WP}}}}{c_W \cdot \rho_W \cdot V_{\text{WP}}^*} \cdot Q_{\text{WP},s}^*(t) \quad (3.36)$$

In [11] wird gezeigt, dass durch interne Verluste  $\tau_{\text{WP}}$  beim Ausschalten der Wärmepumpe etwa um den Faktor zehn kleiner ist als beim Einschalten. Daher ist  $\tau_{\text{WP}}$  in Funktion von  $u_{\text{WP}}$  anzugeben:

$$\tau_{\text{WP}} = \tau_{\text{WP}}(u_{\text{WP}}) \quad (3.37)$$

Um die im Hausmodell benötigte Eingangsgrösse  $Q_{\text{WP}}^*(t)$  zu erhalten, wird diese nach (3.38) berechnet:

$$Q_{\text{WP}}^*(t) = V_{\text{WP}}^* \cdot \rho_W \cdot c_W \cdot (T_{\text{VL}} - T_{\text{RL}}) \quad (3.38)$$

Von der Referenzanlage sind keine Messdaten mit genügend kurzer Abtastzeit ( $\leq 10$  s) vorhanden, welche eine Bestimmung der Ein- und Ausschaltzeitkonstanten  $\tau_{\text{WP},\text{ein}}$  und  $\tau_{\text{WP},\text{aus}}$  ermöglichen. Daher wurden die Werte der Anlage aus dem Projekt „Kurztestmethode für Wärmepumpenanlagen“ [17] übernommen. Diese betragen  $\tau_{\text{WP},\text{ein}} = 60$  s und  $\tau_{\text{WP},\text{aus}} = 6$  s. Die in [17] untersuchte Wärmepumpe hat eine etwas geringere Leistung, ist jedoch von der gleichen Bauart wie diejenige in der Referenzanlage. Daher werden sich diese Werte der beiden Anlagen nicht relevant unterscheiden.

## 3.5. Verifikation der Modelle

### 3.5.1. Hausmodell

Für die Identifikation der Modellparameter wird die *Prediction Error Method* (PEM) [13, 22] verwendet, wie sie in der *System Identifikation Toolbox* von Matlab [14] zur Verfügung steht.

Zur Identifikation der Gebäudemodellparameter werden Messdaten aus der Referenzanlage (Kapitel 3.1) verwendet. Dazu werden folgende Messgrößen benötigt:

- Raumtemperatur  $T_R(t)$
- Vorlauftemperatur  $T_{VL}(t)$
- Rücklauftemperatur  $T_{RL}(t)$
- Aussentemperatur  $T_A(t)$
- Volumenstrom des Heizungswassers  $V_{WP}^*(t)$

Die für die Identifikation verwendeten Daten wurden im November 2001 aufgezeichnet.

Der Verlauf des dem Haus zugeführten Wärmestroms  $Q_{WP}^*(t)$  wird mit (3.9) berechnet. Die Fremdwärmeströme  $Q_{g,B}^*$  und  $Q_{g,R}^*$  sind in der Praxis nicht messbar und stehen somit für die Parameteridentifikation nicht zur Verfügung. Deshalb werden sie für die Identifikation auf Null gesetzt. Aus diesen Verläufen werden mit PEM die Parameter identifiziert. Da die Verläufe von  $Q_{g,B}^*$  und  $Q_{g,R}^*$  nicht bekannt sind, werden ihre Einflüsse auf die Modellparameter abgebildet. Somit ist es von Vorteil, wenn in der Zeit der Messdatenerfassung kein Sonnenschein herrscht.

Aus dieser Identifikation ergeben sich die in Tabelle 3.1 aufgeführten Parameter.

Das Identifikationsverfahren für Gebäude ist detailliert in [17] und [20] beschrieben.

Für die Validierung wird dem Hausmodell die gemessene Aussentemperatur und Vorlauftemperatur zugeführt. In Abbildung 3.8 sind die gemessenen und simulierten Verläufe der Modellausgangsgrößen  $T_{RL}$  und  $T_R$  über die Zeitdauer von einer Woche dargestellt. Die Messdaten stammen vom März 2001.

### 3. Modellbildung

Tab. 3.1.: Parameter des Hausmodells

Trägheit des Heizwassers	$\theta_{RL_1}$	$2.387 \cdot 10^{-7} \text{ K/W/s}$
Wärmeübertragung Wasser-Boden	$\theta_{RL_2}$	$1050 \text{ W/K}$
Trägheit des Fussbodens	$\theta_{B_1}$	$10^{-7} \text{ K/W/s}$
Wärmeübertragung Boden-Raum	$\theta_{B_2}$	$10^5 \text{ W/K}$
Trägheit der Raumluft	$\beta_R$	$4.925 \cdot 10^{-9} \text{ K/W/s}$
Wärmeübertragung Raum-Aussenluft	$\theta_{RA}$	$1.157 \cdot 10^{-6} \text{ 1/s}$

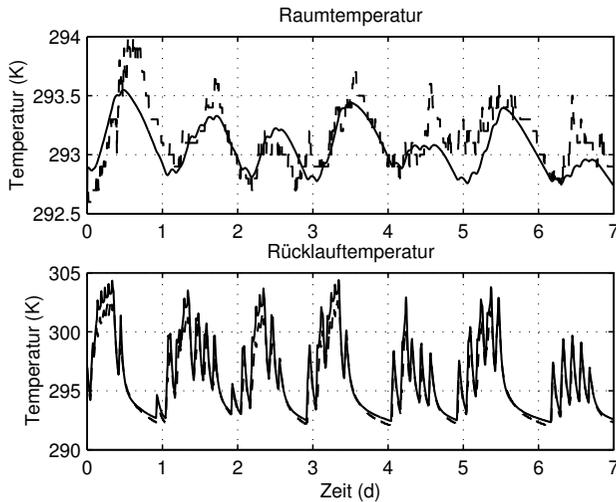


Abb. 3.8.: Vergleich von Simulation (—) und Messung (- -) der Raum- und Rücklauftemperatur

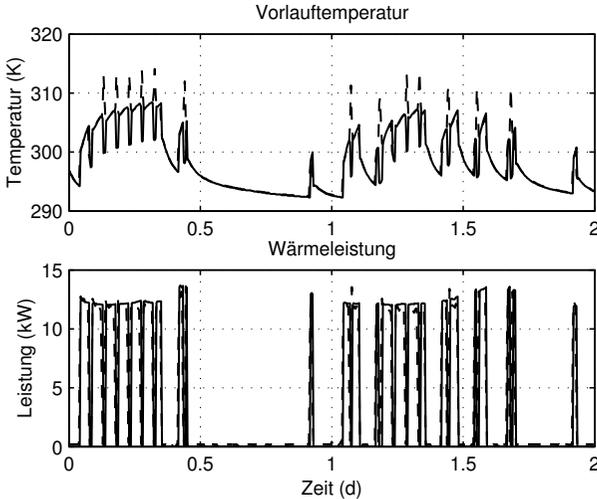


Abb. 3.9.: Vergleich von Simulation (—) und Messung (- -) der Vorlauftemperatur und der Wärmeleistung bei der Wärmepumpe

Die Abweichungen in der Raumtemperatur kommen durch real vorhandene Fremdwärme zustande, die in der Simulation nicht berücksichtigt werden. Das grundsätzliche Verhalten stimmt jedoch überein. Die Simulation der Rücklauftemperatur deckt sich gut mit der Messung.

### 3.5.2. Wärmepumpenmodell

Durch Simulation der Reaktion des Wärmepumpenverhaltens auf die gemessenen Aussen- und Rücklauftemperaturen sowie das Schaltsignal ergeben sich die Vorlauftemperatur und die Wärmeleistung. Abbildung 3.9 zeigt, dass die Messungen an der Referenzanlage und die Simulation sehr gut übereinstimmen.

Die Spitzen bei der gemessenen Vorlauftemperatur werden vom Abtauvorgang hervorgerufen. Da dieser im Modell nicht nachgebildet wird, ergeben sich die Abweichungen während diesem Vorgang.



# 4

## Wettervorhersage

Wie in Kapitel 3 beschrieben wurde, hat die Aussentemperatur  $T_A(t)$  einen Einfluss auf den Wärmebedarf des Gebäudes und bei einer Luft-Wasserwärmepumpe auf die Leistung derselben. Ebenso wird das Gebäude durch Fremdenergie – zu welcher auch die Solarstrahlung beiträgt – zusätzlich aufgewärmt. Konventionelle Regelungsansätze verwenden nur die momentane Aussentemperatur als gemessene Störgrösse. Aufgrund der thermischen Trägheit des Gebäudes ist es aber erstrebenswert, frühzeitig auf den zukünftigen Verlauf der Aussentemperatur und der Solarstrahlung reagieren zu können. So kann z. B. bei Tagen mit grosser täglicher Schwankung der Aussentemperatur und bei Sonneneinstrahlung durch rechtzeitige Drosselung der Heizleistung ein Überheizen vermieden oder vermindert werden. Eine Vorhersage der Aussentemperatur erlaubt auch die Bestimmung der optimalen Heizphasenlängen und deren Zeitpunkt. Dabei wird ausgenutzt, dass die Wärmepumpen bei höheren Quellentemperaturen einen höheren Wirkungsgrad aufweisen.

Für die Voraussage von zukünftigen Wetterdaten gibt es grundsätzlich zwei Möglichkeiten:

- Die Prognose wird mit den lokal bei der Wärmepumpenanlage vorhandenen Sensoren erstellt.
- Die Prognose wird z. B. durch eine professionelle Wetteranstalt berechnet und dann dem Regler zur Verfügung gestellt.

## 4. Wettervorhersage

Die externe Methode ist mit Sicherheit die Genauere, da diese Prognosen mit einem riesigen sensorischen und rechnerischen Aufwand erstellt werden. Dafür wird zur Übergabe der Daten an die Wärmepumpe ein grösserer technischer Aufwand nötig, als wenn die Prognose lokal erstellt wird.

### 4.1. Temperaturprognose

Eine verwendbare Temperaturprognose muss den zukünftigen Verlauf der Aussentemperatur  $T_A$  für den Prädiktionshorizont von 24 Stunden angeben. Die Schrittweite sollte derjenigen der MPC-Regelung entsprechen. Trifft dies nicht zu, werden die benötigten Werte durch lineare Interpolation berechnet. Da die externe Prognose (Kapitel 4.1.2) in Einstundenschritten zur Verfügung stand, wird für die Vergleiche der Prognosen diese Schrittweite auch für die internen Prognosen übernommen.

#### 4.1.1. Interne Vorhersage

Jede Wärmepumpe mit einem konventionellen Regler hat einen Sensor für die Aussenlufttemperatur  $T_A$ , weil dieser Wert mittels der Heizkurve die gewünschte Rücklauftemperatur  $T_{RL}$  bestimmt. Da von den Wärmepumpenherstellern ein möglichst minimaler sensorischer Aufwand erwünscht ist, werden nur Prognosemethoden betrachtet, welche keine zusätzlichen Sensoren benötigen.

Die einfachste Prognose für den zukünftigen Verlauf der Aussentemperatur ist die Beibehaltung des aktuellen Messwertes für den Prädiktionshorizont:

$$\hat{T}_A(t_k) = T_A(t_0) \quad \forall k = 1, \dots, 24 \quad (4.1)$$

Diese Prognose hat jedoch weder beim Mittelwert noch bei den zeitlichen Variationen etwas mit dem tatsächlichen Verlauf der Aussentemperatur zu tun. Deshalb ist sie unbrauchbar für die Regelung.

Der zweite Ansatz nimmt den Verlauf der letzten 24 Stunden als Prognose für die nächsten 24 Stunden:

$$\hat{T}_A(t_k) = T_A(t_{k-24}) \quad (4.2)$$

## 4.1. Temperaturprognose

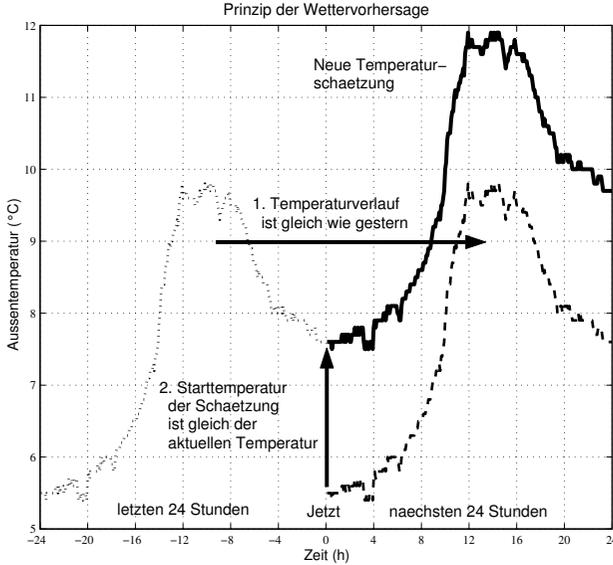


Abb. 4.1.: Temperaturprognose mit der Verschiebungsmethode

Hiermit ergibt sich das Problem, dass der geschätzte Wert für den aktuellen Zeitpunkt  $\hat{T}_A(t_0) = T_A(t_{-24})$  nicht gleich dem bekannten Wert  $T_A(t_0)$  ist. Um diesen Fehler zu eliminieren, wird (4.2) im dritten Ansatz um den Fehler zwischen Schätzung und Messung zur Zeit  $t_0$  parallel verschoben (Abbildung 4.1).

$$\hat{T}_A(t_k) = T_A(t_{k-24}) + [T_A(t_0) - T_A(t_{-24})] \quad (4.3)$$

Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird dieser Ansatz *Verschiebungsmethode* genannt.

Unter Verwendung einer *autoregressiven* (AR) Modellstruktur [19] wurde ein weiterer Ansatz für eine Temperaturprognose erstellt. Gleichung (4.4) zeigt die allgemeine Struktur eines AR-Modells.

$$y(t) = B(q^{-1})u(t) + e(t) \quad (4.4)$$

#### 4. Wettervorhersage

Dabei ist

$$B(q^{-1}) = B_1q^{-nk} + B_2q^{-nk-1} + \dots + B_{nb}q^{-nk-nb+1} \quad (4.5)$$

Der Modellfehler  $e(t)$  wird als stationäres weisses Rauschen angenommen,  $nb$  ist die Ordnung der Eingangsmatrix und  $nk$  ist die Totzeit am Modelleingang.  $q^{-m}$  ist der *backward shift operator* und bedeutet  $q^{-m}u(t) = u(t - m)$ .

Für die Temperaturprognose hat das Modell nur einen Ausgang,  $\hat{T}_A(t_k)$ . Als Eingänge stehen die in der Vergangenheit gemessenen Temperaturen der Aussenluft  $T_A$  zur Verfügung. Um die Modellordnung in Grenzen zu halten, wurde eine Auswahl aus den gemessenen Daten getroffen, welche dem Modell als Eingangsgrössen dienen. Eine sinnvolle Eingangsgrösse ist die aktuelle Temperatur  $T_A(t_0)$ . Um die Periodizität der Aussentemperatur über einen Tag zu berücksichtigen, wird auch der Messwert vor 24 Stunden  $T_A(t_{-24})$  verwendet. Aus dem gleichen Grund wird der Wert 24 Stunden vor der zu schätzenden Temperatur  $T_A(t_{k-24})$  gewählt. Als letzte Eingangsgrösse wird der Messwert eine Stunde vor der aktuellen Zeit  $T_A(t_{-1})$  benutzt. Somit entsteht für jeden zu bestimmenden Wert die in (4.6) gezeigte Modellstruktur.

$$\hat{T}_A(t_k) = B_k \cdot \begin{bmatrix} T_A(t_0) \\ T_A(t_{-1}) \\ T_A(t_{-24} + k) \\ T_A(t_{-24}) \end{bmatrix} \quad k = 1, \dots, 24 \quad (4.6)$$

Für die Bestimmung der Modellparameter  $B_k$  wurden Messdaten der Periode September 93 bis Mai 94 verwendet<sup>1</sup>. Die Daten der Sommermonate wurden nicht berücksichtigt, weil sie für die Heizsaison nicht von Bedeutung sind und die Modellparameter daher unnötig beeinflussen. Die Modellparameter wurden mit der *Least-Squares-Methode* durch Minimierung der Quadrate der Schätzfehler bestimmt.

---

<sup>1</sup>Zur Verfügung gestellt von MeteoSchweiz, Krähbühlstrasse 58, 8044 Zürich, Schweiz

### 4.1.2. Externe Prognose

Anstelle der internen Temperaturprognosen kann auch eine externe Prognose verwendet werden, sofern diese nicht nur Minima und Maxima der Aussentemperatur vorhersagt, sondern den Verlauf dieser Temperatur angibt. MeteoSchweiz erstellt zwei mal täglich eine 48-Stunden-Prognose für den Verlauf von meteorologischen Grössen mit dem sogenannten *Local Model* [15]. Neben dem Temperaturverlauf der Aussenluft beinhaltet die so erstellte Vorhersage z. B. auch Werte für Temperatur, Globalstrahlung, Feuchtigkeit, Bewölkung, Niederschlag, Windrichtung und -stärke.

Für die Vergleiche mit den internen Vorhersagen waren nur einmal täglich erstellte Prognosen mit einem Prädiktionshorizont von 48 Stunden verfügbar. Dadurch dürften die Resultate für die externe Vorhersage schlechter ausfallen als wenn Prognosen verwendet werden, die alle 12 Stunden erstellt werden. Über die so erlittene Qualitätseinbusse der Vorhersage kann keine Aussage gemacht werden.

### 4.1.3. Vergleich der Vorhersagen

Für den Monat März 1999 wurde die Zuverlässigkeit der verschiedenen Prognosemodelle untersucht. Dieser Monat wurde aufgrund seiner grossen Temperaturschwankungen (siehe Abbildung 4.2) aus den Monaten der Heizsaison ausgewählt.

In Tabelle 4.1 sind die Mittelwerte der Prognosefehler  $\overline{\Delta T_A}$  respektive deren Standardabweichungen  $\sigma(\Delta T_A)$  dargestellt. Die Mittelwerte der Fehler sind bei allen Modellen vernachlässigbar klein. Deutliche Unterschiede gibt es jedoch bei den Standardabweichungen.

Von den internen Methoden ergibt die Vorhersage mit dem AR-Modell bei allen Prognosehorizonten kleinere Standardabweichungen als die Verschiebungsmethode.

Der Vergleich zwischen den verschiedenen Prognose fällt für einen Horizont von zwei Stunden zugunsten der internen Methoden aus. Dies kommt daher, weil die Daten von MeteoSchweiz nur alle 24 Stunden erneuert werden. Somit ist bei der externen Prognose der

#### 4. Wettervorhersage

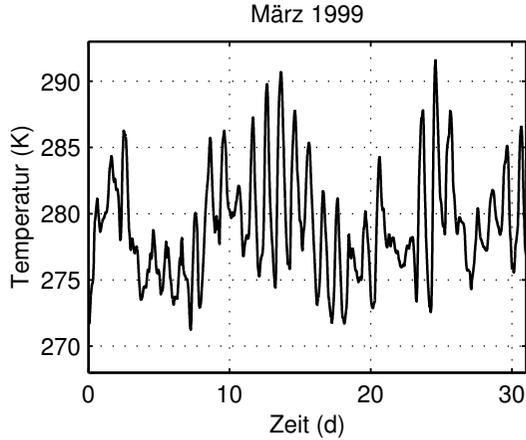


Abb. 4.2.: Verlauf der Aussentemperatur im März 1999 in Kloten  
(Quelle MeteoSchweiz)

Tab. 4.1.: Mittelwerte und Standardabweichungen der Prognosefehler für März 1999 in Kloten

	Prognose- horizont (h)	Externes Modell (K), (K <sup>2</sup> )	AR Modell (K), (K <sup>2</sup> )	Verschiebungs- methode (K), (K <sup>2</sup> )
$\overline{\Delta T_A}$	2	-0.17	0.01	-0.03
$\sigma(\Delta T_A)$		1.94	1.26	1.66
$\overline{\Delta T_A}$	5	-0.14	0.02	-0.07
$\sigma(\Delta T_A)$		1.96	2.51	3.03
$\overline{\Delta T_A}$	10	-0.04	0.02	-0.12
$\sigma(\Delta T_A)$		1.97	3.18	4.01
$\overline{\Delta T_A}$	20	0.12	0.03	-0.16
$\sigma(\Delta T_A)$		2.23	3.23	4.38

Horizont im Mittel 12 Stunden länger als bei den beiden anderen Ansätzen. Kann immer die neueste, alle 12 Stunden erstellte Prognose verwendet werden, verkleinert sich dieser Wert von zwölf auf sechs Stunden und es darf eine Verbesserung der Standardabweichung für kurze Horizonte erwartet werden. Für grosse Prognosehorizonte ergibt die externe Methode die besten Resultate, was durch die Verwendung eines sehr komplexen Modells für die Vorhersage nicht erstaunt.

In Verbindung mit dem Moving Horizon-Prinzip von MPC ist vor allem eine genaue Vorhersage für den Kurzzeitbereich wichtig, da nur das Stellsignal für den ersten Zeitschritt ausgegeben wird. Für die nächste Berechnung wird dann die neue Prognose verwendet. Somit relativiert sich das schlechtere Abschneiden der internen Methoden bei grösseren Prognosehorizonten.

Der technische Aufwand für die Implementierung der Methoden ist sehr unterschiedlich. Die Verschiebungsmethode enthält keine Parameter, welche vom Standort des Gebäudes abhängig sind. Dadurch kann sie ohne Installationsaufwand überall eingesetzt werden. Die Parameter des AR-Modells sind standortabhängig und müssen für jede Anlage aufgrund von Temperaturmessungen über eine lange Zeit – am Besten über eine ganze Heizsaison – neu identifiziert werden. Somit ist diese Methode für einen praktischen Einsatz nicht geeignet. Für die Verwendung der externe Methode müssen die Prognosedaten dem Regler zur Verfügung gestellt werden. Dies ist theoretisch möglich (siehe Anhang A), doch der dazu nötige technische Aufwand ist noch zu gross.

Trotz der schlechtesten Prognoseresultate wird wegen der einfachen Implementierbarkeit die Verschiebungsmethode für die weiteren Untersuchungen in dieser Arbeit verwendet.

## 4.2. Strahlungsprognose

Die Solarstrahlung beeinflusst die Raumtemperatur viel schneller als die Aussentemperatur. Abbildung 4.3 zeigt die gemessenen Verläufe der Raumtemperaturen in Wohnzimmer und Büro der Referenzanlage sowie die Aussentemperatur und der zugeführte Wärme-

#### 4. Wettervorhersage

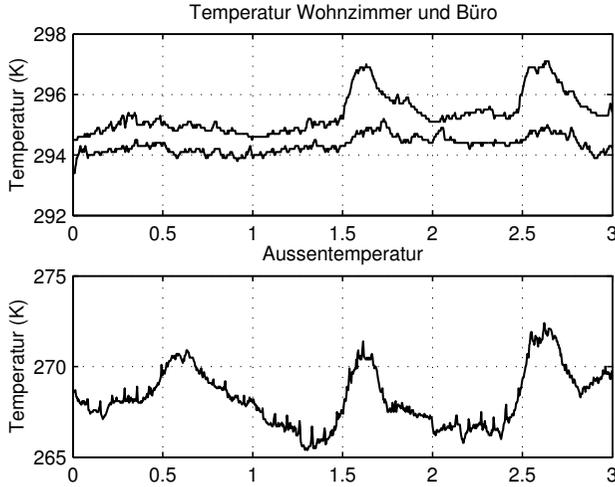


Abb. 4.3.: Raumtemperaturbeeinflussung durch Solarstrahlung

strom während drei Tagen. Trotz gleichmässiger Wärmezufuhr steigt die Raumtemperatur im Wohnzimmer am zweiten und dritten Tag sehr schnell um etwa 2 K an, während im Büro die Temperatur fast konstant bleibt. Diese unterschiedlichen Verläufe sind auf die Solarstrahlung zurückzuführen, da das Wohnzimmer mit einer grossen Fensterfläche nach Südwesten ausgerichtet ist und durch die Solarstrahlung stark und schnell aufgeheizt wird. Das Büro dagegen liegt auf der Nordseite und hat fast keine direkte Bestrahlung.

Die Wärmepumpe erlaubt keine aktive Kühlung des Gebäudes. Um der Auswirkung von Solarstrahlung auf die Raumtemperatur entgegenzuwirken, ist es daher nötig durch natürliche Wärmeverluste die Energie abzubauen, welche durch die Strahlung zugeführt wird. Diese Verluste sind abhängig von der Differenz zwischen Raum- und Aussentemperatur. In Herbst und Frühling, wenn hohe Wärmegevinne durch die Strahlung möglich sind, ist jedoch diese Differenz klein, so dass keine hohen Verluste vorhanden sind. Somit bleibt nur die Möglichkeit, das Gebäude im Voraus abzukühlen. Mit einer

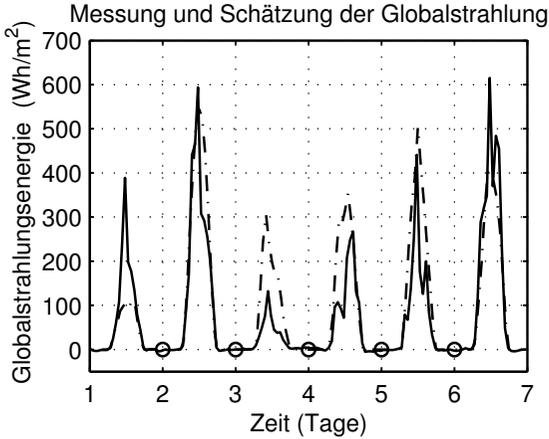


Abb. 4.4.: Messung (—) und Prognose (---) der Globalstrahlung.  $\circ$  markiert den Zeitpunkt der Prognose.

Strahlungsvorhersage ist dies machbar. Dieses Vorgehen hat aber zur Folge, dass die Raumtemperatur vor dem Wärmezufuss durch die Strahlung unter ihrem Sollwert liegt. Aber eine lange Unterkühlung des Raumes wird als störender empfunden als eine kurzfristige Erhöhung der Raumtemperatur.

Hinzu kommt die schlechte Vorhersagbarkeit der Globalstrahlung. In Abbildung 4.4 ist deren Prognose durch MeteoSchweiz und ihre gemessenen Werte für eine Woche im März 1999 dargestellt. Die Maximalwerte der Prognose weichen um bis zu 65% von den tatsächlichen Werten ab. Sagt die Prognose eine zu hohe Strahlung voraus, und der Raum ist dieser Prognose entsprechend unterkühlt, so muss die fehlende Wärme mit der Wärmepumpe nachgeliefert werden. Wegen der Trägheit des Systems dauert dies aber relativ lange, vor allem da erst nach dem Ausbleiben der Strahlung reagiert werden kann. Dadurch wird der Komfort weiter verringert.

Wegen der Unzuverlässigkeit der Prognose und dem unzureichenden Reaktionsvermögen der Wärmepumpenanlage wurde auf den Einbezug einer Strahlungsprognose in die Regelung verzichtet.



# 5

## Beobachter

Damit bei einem MPC-Regler die Optimierung durchgeführt werden kann, müssen alle Zustandsgrößen des Modells bekannt sein. Die Zustandsgrößen des verwendeten Modells sind die Rücklauftemperatur  $T_{RL}(t)$ , die Bodentemperatur  $T_B(t)$  und die Raumtemperatur  $T_R(t)$ . Gemessen wird aber nur  $T_{RL}(t)$ . Um die zwei fehlenden Zustandsgrößen zu erhalten wird ein Beobachter eingesetzt. Da das Gebäudemodell aus (3.28) bis (3.33) vollständig beobachtbar und steuerbar ist, kann ein zeitdiskretes *Kalman-Bucy-Filter* [8] eingesetzt werden.

Für die Auslegung des zeitdiskreten und zeitinvarianten Kalman-Bucy-Filters wird vom diskretisierten Modell des Gebäudes ausgegangen. Durch Überlagerung der Eingangsgrößen und Ausgangsgrößen mit einem weissem Rauschen erhält man (5.1) bis (5.3). Dabei ist

$$x_{k+1} = F \cdot x_k + G \cdot v_k \quad (5.1)$$

$$x_0 = \xi \quad (5.2)$$

$$y_k = H \cdot x_k + r_k \quad (5.3)$$

Die Erwartungswerte des Anfangszustandes  $\xi$  sind nicht bekannt und werden daher aus den Simulationsdaten bestimmt. Dies ergibt

## 5. Beobachter

zu Beginn der Beobachtung Fehler, die aber mit zunehmender Beobachtungszeit abklingen.

$$E \{ \xi \} = \bar{\xi} \quad (5.4)$$

Für den Messfehler  $q_k$  wird ein verschwindender Erwartungswert angenommen:

$$E \{ r_k \} = 0 \quad (5.5)$$

Beim Eingangsvektor wird der Erwartungswert für die Aussentemperatur  $T_A$  auf den aktuellen Messwert gesetzt. Der Erwartungswert des Heizwärmestromes  $Q_{WP}^*$  wird mit dem in Abbildung 3.7 gezeigten Kennfeld bestimmt. Die Erwartungswerte der WärmegeWINNSTRÖME  $Q_{g,B}^*$  und  $Q_{g,R}^*$  werden wegen fehlender Messungen auf Null gesetzt.

$$E \{ v_k \} = u_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_A(k) \\ Q_{WP}^*(k) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

In (5.7) und (5.8) sind die Autokovarianzmatrizen des Eingangsvektors  $v$  und des Ausgangsmessfehlers  $r$  gegeben.

$$E \left\{ [v_k - u_k] [v_j - u_j]^T \right\} = Q \cdot \delta_{kj} \quad k, j \geq 0 \quad (5.7)$$

$$E \left\{ r_k r_j^T \right\} = R \cdot \delta_{kj} \quad k, j \geq 0 \quad (5.8)$$

Dabei muss  $Q$  symmetrisch und positiv-semidefinit und  $R$  symmetrisch und positiv-definit sein.

Das Kalman-Bucy-Filter berechnet die Schätzung  $\hat{x}_{k|k}$  des realen Zustandsvektors  $x_k$  so, dass die Schätzung zu jedem Zeitpunkt  $k$  keinen systematischen Fehler hat und die Schätzfehlerkovarianzmatrix (5.9) „minimal“ ist.

$$\Sigma_{k|k} = E \left\{ [x_k - \hat{x}_{k|k}] [x_k - \hat{x}_{k|k}]^T \right\} \quad (5.9)$$

Die Lösung des Optimierungsproblems ist in (5.10) bis (5.14) gegeben.

$$\hat{x}_{k|k-1} = F\hat{x}_{k-1|k-1} + Gu_{k-1} \quad (5.10)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + L_k [y_k - H\hat{x}_{k|k-1}] \quad (5.11)$$

$$L_k = \Sigma_{k|k-1} H^T [R + H\Sigma_{k|k-1} H^T]^{-1} \quad (5.12)$$

$$\Sigma_{k|k-1} = F\Sigma_{k-1|k-1} F^T + GQG^T \quad (5.13)$$

$$\Sigma_{k|k} = \Sigma_{k|k-1} - L_k H \Sigma_{k|k-1} \quad (5.14)$$

Da das verwendete Modell beobachtbar und steuerbar ist, kann  $\Sigma_{k|k}$  gleich  $\Sigma_{k-1|k-1}$  gesetzt werden. Durch Einsetzen von (5.13) in (5.14) und Ersetzen von  $\Sigma_{k|k}$  und  $\Sigma_{k-1|k-1}$  durch  $\Sigma$  vereinfacht sich die Lösung zu (5.15) bis (5.18). Dabei ist die Schätzfehlerkovarianzmatrix  $\Sigma$  die einzige stabilisierende Lösung von (5.18).

$$\hat{x}_{k|k-1} = F\hat{x}_{k-1|k-1} + Gu_{k-1} \quad (5.15)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + L [y_k - H\hat{x}_{k|k-1}] \quad (5.16)$$

$$L = \Sigma H^T [R + H\Sigma H^T]^{-1} \quad (5.17)$$

$$\Sigma = GQG^T + F\Sigma F^T - F\Sigma H^T [R + H\Sigma H^T]^{-1} H\Sigma F^T \quad (5.18)$$

Die Gleichung (5.15) ergibt die geschätzten Zustandsgrößen  $\hat{x}_{k|k-1}$  zum Zeitpunkt  $t_k$ , basiert auf dem Messdaten bis zum Zeitschritt  $k-1$ . Mit den Messdaten zum Zeitschritt  $k$  wird die Schätzung gemäss (5.16) korrigiert und ergibt so die für die Optimierung benötigte optimale Schätzung der Zustandsgrößen  $\hat{x}_{k|k}$ .

Mit dem Kalman-Bucy-Filter soll der Wert der Zustandsgrößen zu jedem Optimierungszeitpunkt möglichst genau bestimmt werden können. Um die Einflüsse des Ein- und Ausschaltens der Wärmepumpe mitberücksichtigen zu können, wird die Abtastzeit gleich 60 Sekunden gesetzt.

Mit den Intensitätsmatrizen  $Q$  und  $R$  kann das Verhalten des Filters eingestellt werden. Hierfür wird  $Q$  konstant gleich der Einheitsmatrix vierter Ordnung gewählt, so dass die Dynamik des Beobachters nur noch durch den Skalar  $R$  bestimmt wird.

## 5. Beobachter

Tab. 5.1.: Mittlerer Fehler und Standardabweichung der beobachteten bezüglich der gemessenen Raumtemperatur

$R$	$10^{-6}$	$10^{-5}$	$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$
$\overline{\Delta T_R}$	0.024	0.018	0.003	-0.032	-0.169	-0.558
$\sigma(\Delta T_R)$	0.52	0.39	0.28	0.20	0.19	0.19

Für die Regelung ist es wichtig, dass die geschätzte Raumtemperatur eine möglichst kleine Abweichung von der realen Raumtemperatur hat. Das Verhalten des Beobachters wird daher anhand des gemittelten Fehlers in der geschätzten Raumtemperatur  $\overline{\Delta T_R}$  und dessen Standardabweichung  $\sigma(\Delta T_R)$  beurteilt. In Tab. 5.1 sind  $\overline{\Delta T_R}$  und  $\sigma(\Delta T_R)$  in Funktion von  $R$  dargestellt. Man sieht, dass für ein zunehmendes  $R$  die Standardabweichung kleiner wird, aber der mittlere Fehler zunimmt.

Die Werte  $R = 10^{-3}$  und  $R = 10^{-4}$  ergeben die besten Resultate. In Abbildung 5.1 und Abbildung 5.2 sind die Verläufe der geschätzten und der gemessenen Raumtemperatur für die beiden Werte aufgezeichnet. Daraus lässt sich erkennen, dass beim Beobachter mit  $R = 10^{-4}$  die beobachtete Raumtemperatur zu starke Ausschläge aufweist. Mit  $R = 10^{-3}$  ist der Verlauf wesentlich ruhiger. Daher wurde  $R = 10^{-3}$  gesetzt.

Die positiven Ausschläge in der gemessenen Raumtemperatur werden durch Sonnenstrahlung verursacht. Weil diese nicht als Messwert zur Verfügung stehen, fehlen diese Ausschläge bei der beobachteten Raumtemperatur.

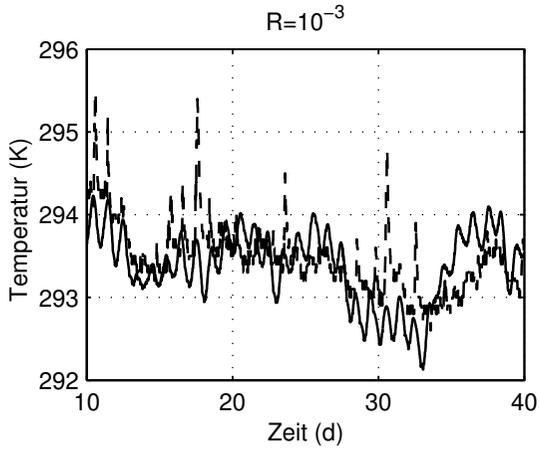


Abb. 5.1.: Verläufe der beobachteten (—) und gemessenen (- -) Raumtemperatur mit  $R = 10^{-3}$

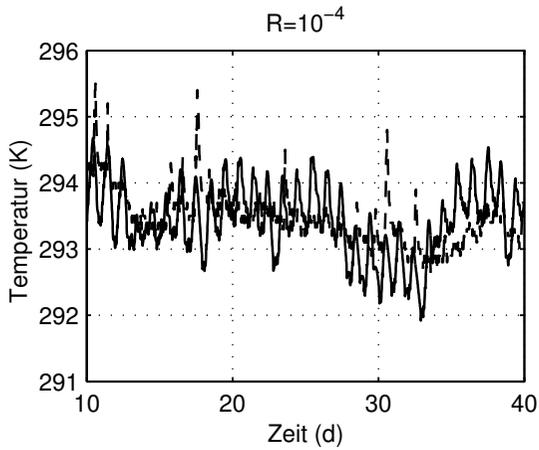


Abb. 5.2.: Verläufe der beobachteten (—) und gemessenen (- -) Raumtemperatur mit  $R = 10^{-4}$



# 6

## Indirekte Optimierung

Die Optimierung des Stellsignals für die Wärmepumpe wird bei der indirekten Optimierung in zwei Teilprobleme unterteilt:

- Der optimale Wärmestrom, welcher dem Haus zugeführt werden muss, wird unter Berücksichtigung der Wetterprognose, der Sperrzeiten und der Stromtarifstruktur bestimmt.
- Durch eine Pulsbreitenmodulation wird der wertkontinuierliche Verlauf des optimalen Wärmestroms in das wertdiskrete Stellsignal für die Wärmepumpe umgewandelt. Dabei wird auf einen optimalen Betrieb der Wärmepumpe geachtet.

Durch diese Trennung der Optimierung in zwei Schritte kann für die Berechnung des Wärmebedarfs das lineare Hausmodell (3.28) bis (3.33) verwendet werden. Dadurch kann bei einem geeigneten Gütekriterium auf erprobte und schnelle Optimierungsroutinen zurückgegriffen werden.

In Kapitel 6.1 wird der LQ-MPC-Algorithmus beschrieben, welcher für die Optimierung des Wärmebedarfs eine analytische Lösung erlaubt und mittels einer Pulsbreitenmodulation mit konstanter Periodendauer das Reglerausgangssignal  $u_{WP}$  erzeugt.

Ein zweiter Ansatz wird in Kapitel 6.2 vorgestellt. Dieser verwendet eine Online-Optimierung eines Problems mit Beschränkungen und eine Pulsbreitenmodulation mit variabler Periodendauer.

## 6.1. LQ-MPC

### 6.1.1. Berechnung des Wärmebedarfs

Kommerzielle Wärmepumpenregler verwenden – werden aktuelle Computermasstäbe angesetzt – langsame Mikroprozessoren mit wenig Speicherplatz. Neben dem eigentlichen Regelalgorithmus laufen auf diesen Prozessoren parallel Überwachungsroutinen, und die eingebauten Hilfetexte verbrauchen viel Speicherplatz. Daher ist für einen kommerziellen Einsatz von der in dieser Arbeit entwickelten Regelungsstrategie ein zeiteffizienter Algorithmus nötig. Wegen dem grossen Rechenbedarf von Online-Optimierungen wird bei diesem Ansatz der LQ-Folgeregelungsalgorithmus [8] verwendet. Dieser erlaubt eine analytische Lösung des Optimierungsproblems, so dass für die Bestimmung des Wärmebedarfs keine iterativen Berechnungen notwendig sind.

Die Berechnung des optimalen Wärmestroms  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$ , welcher dem Gebäude zugeführt werden soll, erfolgt mit einem diskreten LQ-Folgeregelungsalgorithmus. Dabei sollen die Raumtemperatur  $T_R(p)$  nahe ihrem Sollwert  $T_{R,\text{soll}}$  gehalten und die zur Erzeugung der dazu benötigten Wärme  $Q_{\text{WP}}$  anfallenden Betriebskosten respektive einzusetzende elektrische Energie  $E_{\text{WP}}$  minimiert werden.

Bedingt durch die Verwendung der analytischen Lösung des Optimierungsproblems können keine Beschränkungen für den vom Gebäude benötigten Wärmestrom  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  berücksichtigt werden. Somit ist es nicht möglich, obere und untere Grenzwerte für  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  in die Optimierung einfließen zu lassen. Sperrzeiten – sie beschränken die maximale Wärmeleistung für einen definierten Zeitraum auf Null – müssen aber miteinbezogen werden. Ermöglicht wird dies durch die Verwendung von zeitvariablen Gewichtungsfunktionen für die Optimierung. Die zeitvariablen Stromkosten und der zeitvariable COP werden durch das gleiche Verfahren eingebunden.

### Gütekriterium

Ausgegangen wird vom zeitdiskretisierten linearen, zeitinvarianten Modell in (3.28) bis (3.33). Die Werte der Wärmegewinne  $Q_{\text{g,B}}^*$  und

$Q_{g,R}^*$  sind weder für den jetzigen noch für zukünftige Zeitpunkte bekannt. Diese Wärmeströme werden daher für die Optimierung gleich Null gesetzt und können aus dem Modell gestrichen werden. So erhält man das für die Optimierung relevante, zeitdiskrete System

$$\begin{aligned}x_{p+1} &= F \cdot x_p + G_u \cdot \overset{*}{Q}_{\text{Bed}}(p) + G_v \cdot \hat{T}_A(p) \\x_{p_0} &= x_k = \hat{x}_{k|k} \\y_p &= H \cdot x_p\end{aligned}\tag{6.1}$$

mit

$$\begin{aligned}G_u &= [\theta_{\text{RL1}} \quad 0 \quad 0]^T \cdot t_{\text{step}} \\G_v &= [0 \quad 0 \quad \theta_{\text{RA}}]^T \cdot t_{\text{step}}\end{aligned}\tag{6.2}$$

Der Startwert der Zustandsgrößen  $x_{p_0}$  ist der vom Beobachter geschätzte Zustandsvektor  $\hat{x}_{k|k}$  (5.16). Der zukünftige Verlauf für die Störgröße  $\hat{T}_A$  wird von der Wetterprognose (4.3) berechnet.

Die einzige Ausgangsgröße, welche im Gütekriterium vorkommt und daher prädiziert werden muss, ist die Raumtemperatur  $T_R(p)$ . Daraus ergibt sich

$$H = [0 \quad 0 \quad 1]\tag{6.3}$$

Das zu minimierende, quadratische Gütekriterium lautet

$$\begin{aligned}J(Q_{\text{Bed}}^*) &= \\& \frac{1}{2} Q_{k+N-1} (T_{\text{R,soll}}(k+N-1) - T_{\text{R}}(k+N-1))^2 \cdot t_{\text{step}} \\& + \frac{1}{2} \sum_{p=k}^{k+N-1} \left[ Q_p (T_{\text{R,soll}}(p) - T_{\text{R}}(p))^2 + R_p \cdot \overset{*}{Q}_{\text{Bed}}(p)^2 \right] \cdot t_{\text{step}}\end{aligned}\tag{6.4}$$

Die Schrittweite  $t_{\text{step}}$  entspricht derjenigen der eingesetzten Pulsweitenmodulation (Kapitel 6.1.2). Da sie konstant ist für alle  $p$ , kann sie in (6.4) weggelassen werden.  $J(Q_{\text{Bed}}^*)$  kann weiter vereinfacht werden, da die Strecke (6.1) keinen Feedthrough hat. Dadurch

## 6. Indirekte Optimierung

ist für  $p = k$  der Fehler in der Raumtemperatur eine Konstante und hat keinen Einfluss auf die Minimierung des Gütekriteriums.

$$J(Q_{\text{Bed}}^*) = \frac{1}{2} \sum_{p=k}^{k+N-1} \left[ Q_{p+1} (T_{\text{R,soll}}(p+1) - T_{\text{R}}(p+1))^2 + R_p \cdot Q_{\text{Bed}}^*(p)^2 \right] \quad (6.5)$$

Die Faktoren  $Q_p$  und  $R_p$  sind die zeitvariablen Gewichtungen für die Abweichung der Raumtemperatur  $T_{\text{R}}(p)$  von ihrem Sollwert respektive für den zu optimierenden Wärmestrom  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$ .

Die Lösung dieses optimalen Regelungsproblems lautet

$$Q_{\text{Bed}}^*(p) = -R_p^{-1} G_u^T (F^T)^{-1} \cdot [(P_p - H^T Q_p H) x_p - (w_p - H^T Q_p T_{\text{R,soll}}(p))] \quad (6.6)$$

Dabei gilt

$$P_p = H^T Q_p H + F^T P_{p+1} F - F^T P_{p+1} G_u (R_p + G_u^T P_{p+1} G_u)^{-1} G_u^T P_{p+1} F \quad (6.7)$$

mit dem Endwert

$$P_{k+N} = H^T Q_{k+N} H \quad (6.8)$$

und

$$w_p = \left[ F^T - F^T (P_{p+1} - P_{p+1} G_u [R_p + G_u^T P_{p+1} G_u]^{-1} \cdot G_u^T P_{p+1}) G_u R_p^{-1} G_u^T \right] w_{p+1} + H^T Q_p T_{\text{R,soll}}(p) - F^T (P_{p+1} - P_{p+1} G_u [R_p + G_u^T P_{p+1} G_u]^{-1} G_u^T P_{p+1}) \cdot G_v \hat{T}_A(p) \quad (6.9)$$

mit dem Endwert

$$w_{k+N} = H^T Q_{k+N} T_{\text{R,soll}}(k+N) \quad (6.10)$$

Die Herleitung dieser Lösung ist in Anhang B zu finden.

Ausgehend von den Endwerten (6.8) und (6.10) sind  $P_p$  (6.7) und  $w_p$  (6.9) für  $p = k + N - 1 \dots k$  zu berechnen. Der für den Zeitschritt  $p = k$  optimale Wärmestrom  $Q_{\text{Bed}}^*(k)$  ist durch (6.6) mit  $p = k$  gegeben.

### Wahl der Gewichtungsfaktoren

Für die Wahl der Gewichtungsfaktoren  $Q_p$  und  $R_p$  des Gütekriteriums (6.5) sind nicht deren absolute Werte, sondern nur deren Verhältnis  $Q_p/R_p$  von Bedeutung. Da die Abweichung der Raumtemperatur  $T_R(p)$  von ihrem Sollwert  $T_{R,\text{soll}}(p)$  für alle  $p$  gleich stark gewichtet werden soll, kann

$$Q_p = 1 \quad \forall p \quad (6.11)$$

gesetzt werden. Für  $R_p$  wurde als Ausgangswert

$$R_p = r_p^2 \quad (6.12)$$

mit

$$r_p = 10^{-4} \quad \forall p \quad (6.13)$$

gewählt. Dieser Wert hat einen guten Kompromiss zwischen Fehler in der Raumtemperatur und Nervosität des Stellsignals ergeben. Wird  $R_p$  grösser gewählt, so verschiebt sich die Raumtemperatur zu tieferen Werten, da eine Verringerung des optimalen Wärmestroms stärker ins Gewicht fällt als eine Vergrößerung der Abweichung in der Raumtemperatur von ihrem Sollwert. Bei einem kleineren  $R_p$  hingegen versucht die Optimierung Fehler in der Raumtemperatur durch die Forderung von grossen, von der Wärmepumpe eventuell nicht lieferbaren Wärmeströmen zu kompensieren. Abbildung 6.1 zeigt den optimalen Wärmebedarf für einen Prädiktionshorizont bei verschiedenen  $r_p$ . Für die Simulation wurde die Aussentemperatur konstant auf  $T_A = 273 \text{ K}$  gesetzt, die Schrittweite  $t_{\text{step}}$  beträgt 60 Minuten. Der Anfangswert des Zustandsvektors ist

$$x_{p_0} = [293 \text{ K} \quad 293 \text{ K} \quad 293 \text{ K}]^T \quad (6.14)$$

## 6. Indirekte Optimierung

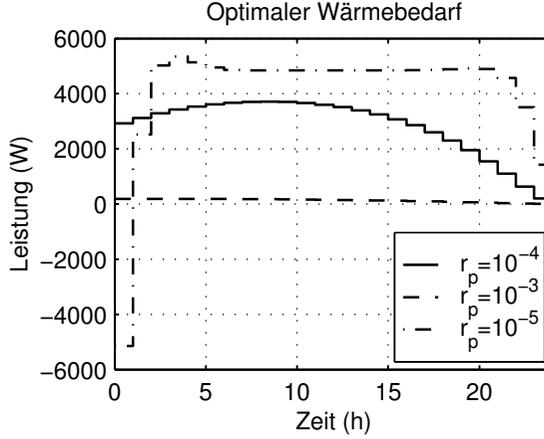


Abb. 6.1.: Verlauf des optimierten Wärmebedarfs für verschiedene  $r_p$

**Minimierung der Energieaufnahme:** Das für die Optimierung verwendete Modell benutzt als Stellsignal den von der Wärmepumpe zu liefernden Wärmestrom  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$ . Wird die Optimierung mit den oben beschriebenen Gewichtungsfaktoren durchgeführt, so wird versucht, die abgegebene thermische Energie  $Q_{\text{Bed}}$  zu minimieren. Gewünscht ist jedoch eine Minimierung der Energieaufnahme  $E_{\text{Bed}}$ . Das hierfür erforderliche Gütekriterium lautet

$$J(Q_{\text{Bed}}^*) = \frac{1}{2} \sum_{p=k}^{k+N-1} \left[ Q_{p+1} (T_{\text{R,soll}}(p+1) - T_{\text{R}}(p+1))^2 + R_p \cdot P_{\text{Bed}}(p)^2 \right] \quad (6.15)$$

Dabei ist

$$P_{\text{Bed}}(p) = \frac{E_{\text{Bed}}(p)}{t_{\text{step}}} \quad (6.16)$$

Gemäss (3.6) gilt für die elektrische Leistung

$$P_{\text{Bed}}(p) = \frac{Q_{\text{Bed}}^*(p)}{\text{COP}(T_{\text{A}}(p), T_{\text{VL}}(p))} \quad (6.17)$$

Damit sich die Grössenordnung von  $R_p$  bezüglich (6.13) nicht ändert, wird der COP im Verhältnis zu einem Nominalwert  $\text{COP}_{\text{nom}}$  angegeben.

$$\text{COP}_{\text{nom}} = \text{COP}(T_{\text{A,nom}}, T_{\text{VL,nom}}) \quad (6.18)$$

Für den Gewichtungsfaktor  $R_p$  ergibt sich somit

$$R_p = \left[ r_p \cdot \frac{\text{COP}_{\text{nom}}}{\text{COP}(\hat{T}_{\text{A}}(p), T_{\text{VL,nom}})} \right]^2 \quad (6.19)$$

Für die Abschätzung des Verlaufs des COP wird die vorhergesagte Trajektorie der Aussentemperatur  $\hat{T}_{\text{A}}(p)$  verwendet. Da der zukünftige Verlauf der Vorlauftemperatur  $T_{\text{VL}}(p)$  nicht bekannt ist, wird der COP für ein nominelles  $T_{\text{VL,nom}}$  berechnet.

**Minimierung der Kosten:** Für den Betreiber der Wärmepumpenanlage ist in erster Linie nicht der elektrische Energieverbrauch interessant. Eine Minimierung der Betriebskosten hat Vorrang. Dies wird erreicht, indem  $E_{\text{Bed}}(p)$  mit den Stromtarifen  $c_{\text{E}}(p)$  multipliziert wird. Sind die Strompreise zeitunabhängig, ergeben sich für die  $R_p$  keine Änderungen. Normalerweise ist der Strom während der Nacht billiger als am Tag. Dies kann in der Optimierung berücksichtigt werden, indem man die Gewichtungsfunktion  $R_k$  mit den Stromkosten erweitert:

$$R_p = \left[ r_p \cdot \frac{\text{COP}_{\text{nom}}}{\text{COP}(\hat{T}_{\text{A}}(p), T_{\text{VL,nom}})} \cdot \frac{c_{\text{E}}(p)}{c_{\text{E,nom}}} \right]^2 \quad (6.20)$$

Die Stromkosten werden wie der COP normiert.  $c_{\text{E,nom}}$  wird auf den Wert der Hochtarifkosten gesetzt.

In Abbildung 6.2 ist der optimierte Wärmestrom  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  für eine konstante Aussentemperatur  $T_{\text{A}} = 273 \text{ K}$  gezeigt. Während der Niedertarifzeit ist der optimale Wärmestrom deutlich höher als während der Hochtarifzeit.

## 6. Indirekte Optimierung

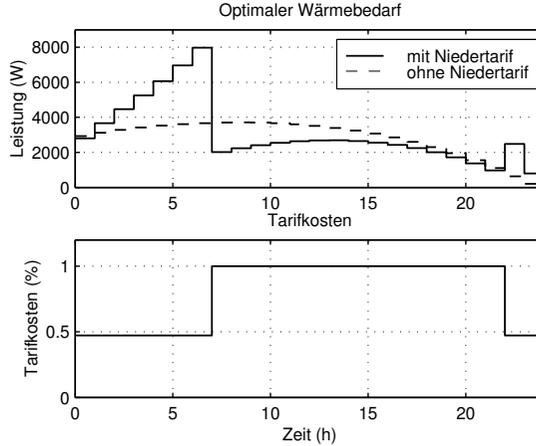


Abb. 6.2.: Optimierung von  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  mit und ohne Kenntnis des Stromtarifverlaufs

**Berücksichtigung der Sperrzeiten:** Manche Stromverteiler bieten für den Betrieb von Wärmepumpen einen speziellen Energietarif an. Sie behalten sich dafür vor, die Stromzufuhr zur Wärmepumpe unterbrechen zu dürfen, damit Verbrauchsspitzen im Verteilernetz gedämpft werden können. Pro Tag sind dabei in der Schweiz typischerweise maximal drei Unterbrechungen zu je maximal zwei Stunden erlaubt. Es hat sich gezeigt, dass diese Unterbrüche regelmässig und damit vorhersehbar sind. Damit keine Heizpulse in die Sperrzeiten gelegt werden, sollen diese Sperrzeiten in der Optimierung berücksichtigt werden.

Während den Sperrzeiten ist der Wärmestrom  $Q_{\text{Bed}}^*$  auf Null beschränkt. Der LQ-Folgeregelungsalgorithmus kann aber keine Grenzen für das Stellsignal oder die Zustandsgrößen mitverarbeiten. Daher muss eine andere Lösung gesucht werden.

Wird im Gütekriterium (6.5) der Wärmestroms  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  stark gewichtet, so verliert der Fehler in der Raumtemperatur

$$\Delta T_{\text{R}}(p) = T_{\text{R}}(p) - T_{\text{R,soll}}(p) \quad (6.21)$$

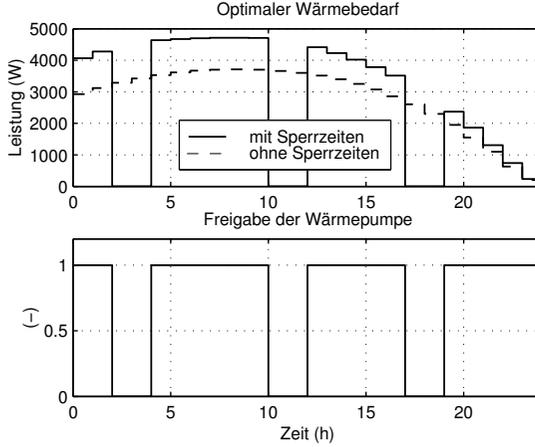


Abb. 6.3.: Optimierung von  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  mit und ohne Kenntnis der Sperrzeiten

an Einfluss auf die Optimierung. Für sehr grosse  $R_p$  geht  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  gegen Null. Dies kann ausgenützt werden, indem  $R_p$  für die Zeitschritte  $p$ , welche in eine Sperrzeit fallen, auf einen hohen Wert gesetzt wird. Mit

$$r_p = \begin{cases} 10^4 & \text{wenn } p \in \text{Sperrzeit,} \\ 10^{-4} & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.22)$$

eingesetzt in (6.19) oder (6.20) – je nachdem, ob Energie- oder Kostenoptimalität verlangt wird – verlangt die Optimierung während den Sperrzeiten keinen Wärmestrom.

Abbildung 6.3 zeigt den optimalen Verlauf von  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  mit und ohne Sperrzeiten für eine konstante Aussentemperatur  $T_A = 273\text{ K}$ . Deutlich ist zu sehen, dass bei einer Optimierung mit Kenntnis der Sperrzeiten zwischen den Sperrzeit mehr Wärme verlangt wird als bei der Optimierung ohne Sperrzeiten. Dafür ist während den Sperrzeiten  $Q_{\text{Bed}}^*(p) = 0$ .

## 6. Indirekte Optimierung

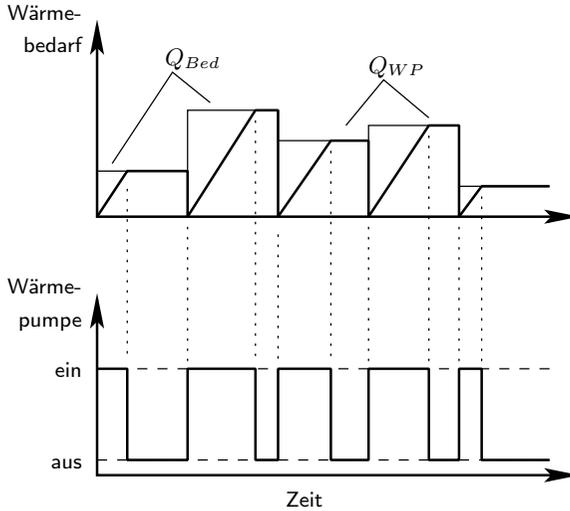


Abb. 6.4.: Prinzip der Pulsbreitenmodulation

### 6.1.2. Zeitinvariante Pulsbreitenmodulation

Eine Wärmepumpe kann, wie bereits erwähnt, nur ein- und ausgeschaltet werden. In eingeschaltetem Zustand wird ein Wärmestrom  $Q_{WP}^*(T_A, T_{VL})$  geliefert, welcher von der Aussen- und der Vorlauftemperatur abhängt. Deshalb muss der optimale Wärmebedarf  $Q_{Bed}^*(k)$  in das binäre Stellsignal  $u_{WP}(t)$  umgewandelt werden. Dazu wird die Methode der Pulsbreitenmodulation angewandt.

In Abbildung 6.4 ist das Prinzip dargestellt. Für die Periode  $k$  mit der Länge  $t_{peri}(k)$  fordert die Optimierung den konstanten Wärmestrom  $Q_{Bed}^*(k)$ . Um dieser Forderung gerecht zu werden, muss die Wärmepumpe während dieser Periode so lange laufen, bis sie die geforderte Wärme

$$Q_{Bed}(k) = Q_{Bed}^*(k) \cdot t_{peri}(k) \quad (6.23)$$

geliefert hat. Für  $u_{\text{WP}}(t)$  ergibt sich somit nach dem Einschalten

$$u_{\text{WP}}(t) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \int_t^* Q_{\text{WP}}(t) dt \leq Q_{\text{Bed}}(k) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.24)$$

Um die optimale Periodendauer  $t_{\text{peri}}(k)$  zu bestimmen, wird das dynamische Verhalten der Wärmepumpe – eingebunden in das Hausmodell – untersucht.

Erwünscht ist, dass für den Betrieb der Wärmepumpe möglichst wenig elektrische Energie  $E_{\text{WP}}(k)$  benötigt wird, um die geforderte Wärme  $Q_{\text{Bed}}(k)$  zu erzeugen. Das Verhältnis von der erzeugten Wärme zur dazu benötigten elektrischen Energie wird durch die Arbeitszahl (6.25) beschrieben.

$$AZ(t) = \frac{Q_{\text{WP}}}{E_{\text{WP}}} = \frac{\int_t^* Q_{\text{WP}}(T_{\text{A}}(t), T_{\text{VL}}(t)) dt}{\int_t P_{\text{WP}}(T_{\text{A}}(t), T_{\text{VL}}(t)) dt} \quad (6.25)$$

Energetisch effizient läuft die Wärmepumpe dann, wenn die Laufzeit  $t_{\text{ein}}$  so gross ist, dass die Arbeitszahl für diese Einschaltphase

$$AZ(t_{\text{ein}}) = \frac{\int_{t=0}^{t_{\text{ein}}} Q_{\text{WP}}^*(T_{\text{A}}(t), T_{\text{VL}}(t)) dt}{\int_{t=0}^{t_{\text{ein}}} P_{\text{WP}}(T_{\text{A}}(t), T_{\text{VL}}(t)) dt} \quad (6.26)$$

maximal ist. Der Verlauf von  $AZ(t)$  ist in Abbildung 6.5 für eine konstante Aussentemperatur  $T_{\text{A}} = 273\text{K}$  dargestellt.  $AZ(t)$  steigt zu Beginn an. Durch die steigende Vorlauftemperatur erreicht sie jedoch nach einer endlichen Zeit ihr Maximum und beginnt danach zu sinken. Die Zeit bis zum Erreichen des Maximums ist die optimale Laufzeit  $t_{\text{ein}}$ . Diese optimale Laufzeit ist abhängig von der Aussentemperatur und von der thermischen Dynamik des Hauses und der Wärmepumpe. Abbildung 6.6 zeigt die optimale Laufzeit  $t_{\text{ein}}$  und die dazugehörige optimale Periodendauer  $t_{\text{peri}}$  in Abhängigkeit von der Aussentemperatur  $T_{\text{A}}$ .

Die Beziehung zwischen  $t_{\text{ein}}$  und  $t_{\text{peri}}$  ist dadurch gegeben, dass bei konstanter Aussentemperatur  $T_{\text{A}}$  die während einer Einschaltphase der Länge  $t_{\text{ein}}$  gelieferte Wärme  $Q_{\text{WP}}$  gleich sein muss wie der für

6. Indirekte Optimierung

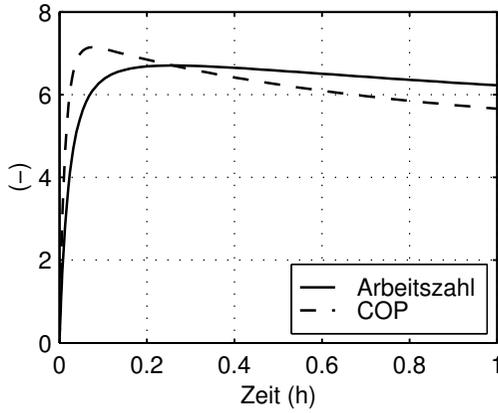


Abb. 6.5.: Verlauf der Arbeitszahl nach dem Einschalten der Wärmepumpe

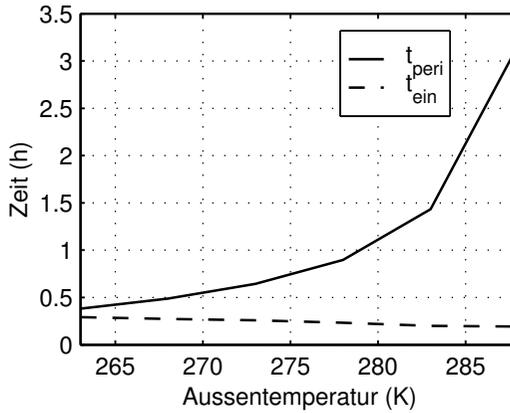


Abb. 6.6.: Optimale Dauer von  $t_{\text{ein}}$  und  $t_{\text{peri}}$  in Abhängigkeit von  $T_A$

die Periodendauer  $t_{\text{peri}}$  bestimmte Wärmebedarf  $Q_{\text{Bed}}$ :

$$Q_{\text{Bed}}^* \cdot t_{\text{peri}} \stackrel{!}{=} \int_{t_{\text{ein}}}^* Q_{\text{WP}}^*(T_{\text{A}}(t), T_{\text{VL}}(t)) dt \quad (6.27)$$

Da die berechnete Laufzeit die Abhängigkeit der Wärmeproduktion von der Vorlauftemperatur nicht berücksichtigt, wird der von der Wärmepumpe gelieferte Wärmestrom fortlaufend bestimmt und zur Berechnung von  $u_{\text{WP}}(t)$  in (6.24) verwendet. Eine direkte Messung von  $Q_{\text{WP}}^*(t)$  würde zusätzliche Sensoren benötigen. Eine Abschätzung von  $Q_{\text{WP}}^*(t)$  ist aber mit den Kennfeld der Wärmepumpe (Abbildung 3.7) möglich. Die dazu erforderlichen Messwerte der Aussen- und der Vorlauftemperatur sind vorhanden, so dass keine zusätzlichen Sensoren eingebaut werden müssen.

In Abbildung 6.5 sieht man, dass sich  $AZ(t)$  im Bereich des Maximums nur wenig ändert. Dadurch ist die Wahl von  $t_{\text{ein}}$  und somit auch von  $t_{\text{peri}}$  nicht kritisch. Dies ermöglicht es, für die Pulsbreitenmodulation ein konstantes  $t_{\text{peri}}$  zu verwenden. Die Verschlechterung der Arbeitszahl bei Laufzeiten länger als der optimale Wert fällt geringer aus als bei kürzeren Laufzeiten. Für die Wahl einer konstanten Periodendauer ist es daher günstiger, einen Wert zu nehmen, der für die meisten Aussentemperaturen grösser ist als der optimale Wert. Für die Referenzanlage wurde  $t_{\text{peri}} = 2$  Stunden gesetzt. Durch diese Wahl liegt die Periodendauer für alle Aussentemperaturen unter 285 K über dem optimalen Wert. Auf den Komfort hat diese Wahl von  $t_{\text{peri}}$  keinen Einfluss, da die Pulsbreitenmodulation durch die grosse thermische Trägheit des Gebäudes nur eine vernachlässigbare Welligkeit der Raumtemperatur verursacht (Abbildung 8.6).

Beim Zusammensetzen der Optimierung des Wärmebedarfs mit der Pulsbreitenmodulation wird die Schrittweite  $t_{\text{step}}$  der Optimierung des Wärmebedarfs gleich der Periodendauer  $t_{\text{peri}}$  gesetzt. Da für die Generierung des Stellsignals  $u_{\text{WP}}$  nur der Wärmebedarf der gesamten Periode wichtig ist, gibt es keinen Grund für eine andere Wahl.

## 6.2. MPC-Regler mit Beschränkungen

### 6.2.1. Berechnung des Wärmebedarfs

Der Einsatz des LQ-MPC-Algorithmus für die Bestimmung des Wärmebedarfs weist einige Nachteile auf. So ist zum Beispiel die Verwendung eines rein quadratischen Gütekriteriums vorgegeben. Die quadratische Bestrafung der Abweichung der Raumtemperatur von ihrem Sollwert ist sinnvoll, da sich das Wohlbefinden in der Nähe des Temperatursollwertes nur wenig ändert, mit zunehmender Abweichung aber schnell abnimmt. Die Betriebskosten und der Energieverbrauch fallen jedoch linear an, so dass eine lineare Bestrafung angebracht ist.

Ein weiterer Nachteil dieses Ansatzes ist, dass für die Stellgröße keine Begrenzungen berücksichtigt werden können. Dadurch kann es passieren, dass die Optimierung einen Wärmestrom verlangt, der über der Leistungsgrenze der Wärmepumpe liegt oder der negativ ist. In beiden Fällen entspricht die Lösung des LQ-Problems nicht mehr der optimalen Lösung für das System.

Diese Nachteile von LQ-MPC beim Einsatz zur Regelung einer Wärmepumpenanlage sollen mit einem zweiten Regelungsalgorithmus eliminiert werden. Damit die zeitvariablen Beschränkungen des Wärmestroms berücksichtigt werden können, muss bei jedem Zeitschritt ein neues Optimierungsproblem gelöst werden. Dies ist durch die Verwendung eines *Quadratic Programming* (QP) Algorithmus möglich. Mit diesem Algorithmus können auch – wie gewünscht – der Fehler in der Raumtemperatur quadratisch und die Betriebskosten linear bestraft werden.

Die für die Optimierung betrachtete Strecke (6.1) bis (6.3) ist die Gleiche wie bei LQ-MPC.

Der Startwert der Zustandsgrößen  $x_{p_0} = x(k)$  ist der vom Beobachter geschätzte Zustandsvektor  $\hat{x}_{k|k}$  (5.16), der zukünftige Verlauf für die Störgröße  $\hat{T}_A$  wird von der Wetterprognose (4.3) berechnet.

Das Gütekriterium (6.5) wird so abgeändert, dass  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  linear vorkommt. Zusätzlich kommen obere und untere Beschränkungen für den zu optimierenden Wärmestrom dazu. Somit ergibt sich das

zu minimierende Gütekriterium

$$J(Q_{\text{Bed}}^*) = \sum_{p=k}^{k+N-1} \left[ \frac{1}{2} Q_{p+1} (T_{\text{R,soll}}(p+1) - T_{\text{R}}(p+1))^2 + R_p \cdot Q_{\text{Bed}}^*(p) \right] \quad (6.28)$$

mit der Beschränkung

$$Q_l^*(p) \leq Q_{\text{Bed}}^*(p) \leq Q_u^*(p) \quad \forall p \quad (6.29)$$

Dieses Optimierungsproblem kann mit einem QP-Algorithmus gelöst werden. Dafür muss es in die Standardformulierung von QP (6.30) umgeformt werden.

$$\begin{aligned} \min_x \quad & x^T \mathcal{H}x - g^T x \\ \text{mit} \quad & Cx \geq c \end{aligned} \quad (6.30)$$

Dabei wird  $\mathcal{H}$  als *Hesssche Matrix* und  $g$  als *Gradientenvektor* des Problems bezeichnet.

Die rekursive Modellgleichung (6.1) wird dazu für die  $N$  Zeitschritte des Prädiktionshorizontes in die Matrixdarstellung (6.31) überführt.

$$\begin{aligned} X &= \overline{F} \cdot x_k + \overline{G}_u \cdot U + \overline{G}_v \cdot V \\ x_k &= \hat{x}_{k|k} \\ Y &= \overline{H} \cdot X \end{aligned} \quad (6.31)$$

Dabei sind

$$\begin{aligned} X &= [x_{k+1}^T \quad x_{k+2}^T \quad \dots \quad x_{k+N}^T]^T \\ U &= [Q_{\text{Bed}}^*(k) \quad Q_{\text{Bed}}^*(k+1) \quad \dots \quad Q_{\text{Bed}}^*(k+N-1)]^T \\ V &= [\hat{T}_A(k+0) \quad \hat{T}_A(k+1) \quad \dots \quad \hat{T}_A(k+N-1)]^T \end{aligned} \quad (6.32)$$

## 6. Indirekte Optimierung

die Zustands- und Eingangsvektoren und

$$\begin{aligned}
 \overline{F} &= \begin{bmatrix} F \\ F^2 \\ \vdots \\ F^N \end{bmatrix} \\
 \overline{G}_u &= \begin{bmatrix} G_u & 0 & \dots & 0 \\ FG_u & G_u & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F^{N-1}G_u & F^{N-2}G_u & \dots & G_u \end{bmatrix} \\
 \overline{G}_v &= \begin{bmatrix} G_v & 0 & \dots & 0 \\ FG_v & G_v & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F^{N-1}G_v & F^{N-2}G_v & \dots & G_v \end{bmatrix} \\
 \overline{H} &= \begin{bmatrix} H & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & H \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{6.33}$$

die Systemmatrizen.

Für dieses System lautet das zu (6.28) äquivalente Gütekriterium

$$J(U) = \frac{1}{2} (Z - \overline{H}X)^T Q (Z - \overline{H}X) + R \cdot U \tag{6.34}$$

Die erweiterten Gewichtungsmatrizen  $Q$  und  $R$  sowie der Vektor mit den Sollwerten für die Raumtemperatur  $Z$  sind in (6.35) definiert.

$$\begin{aligned}
 Q &= \begin{bmatrix} Q_{k+1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & Q_{k+N} \end{bmatrix} \\
 R &= [R_k \quad \dots \quad R_{k+N-1}] \\
 Z &= [T_{R,\text{soll}}(k+1) \quad \dots \quad T_{R,\text{soll}}(k+N)]^T
 \end{aligned} \tag{6.35}$$

Durch ausmultiplizieren von (6.34) und entfernen aller Terme, die

von  $U$  unabhängig sind, erhält man

$$J(U) = \frac{1}{2}U^T \left[ \overline{G}_u^T \cdot \overline{H}^T \cdot Q \cdot \overline{H} \cdot \overline{G}_u \right] U + \left( R + \left[ \overline{H} (\overline{F} \cdot x_k + \overline{G}_v \cdot V) - Z \right]^T \cdot Q \cdot \overline{H} \cdot \overline{G}_u \right) U \quad (6.36)$$

Mit (6.36) ist das Gütekriterium in die QP-Standardform (6.30) mit der Hessschen Matrix

$$\mathcal{H} = \overline{G}_u^T \cdot \overline{H}^T \cdot Q \cdot \overline{H} \cdot \overline{G}_u \quad (6.37)$$

und dem Gradientenvektor

$$g = R + \left[ \overline{H} (\overline{F} \cdot x_k + \overline{G}_v \cdot V) - Z \right]^T \cdot Q \cdot \overline{H} \cdot \overline{G}_u \quad (6.38)$$

überführt. Für die zu beachtenden Beschränkungen gilt

$$\begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \\ -1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -1 \end{bmatrix} \cdot U \leq \begin{bmatrix} Q_u^*(k) \\ \vdots \\ Q_u^*(k+N-1) \\ -Q_l^*(k) \\ \vdots \\ -Q_l^*(k+N-1) \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

Die Minimierung von (6.36) mit der Beschränkung (6.39) kann mit einem beliebigen QP-Algorithmus durchgeführt werden.

In dieser Arbeit wurde dafür die Funktion `quadprog` aus der Optimization Toolbox von Matlab verwendet. Detailliert ist diese Funktion in [4] beschrieben.

### 6.2.2. Gewichtungen und Beschränkungen

Mit der gleichen Begründung wie beim LQ-MPC-Algorithmus wird auch hier

$$Q_p = 1 \quad \forall p \quad (6.40)$$

gesetzt.

## 6. Indirekte Optimierung

Mit  $R_p$  werden wie in (6.20) die Stromkosten und der Wirkungsgrad der Wärmepumpe berücksichtigt. Die Sperrzeiten werden bei dieser Methode jedoch nicht über die Gewichtungen, sondern über die Beschränkung des zu optimierenden Wärmestroms eingebunden.  $r_p$  kann dadurch konstant gesetzt werden.

$$r_p = 10^{-4} \quad \forall p \quad (6.41)$$

Der Wert von  $r_p$  wird aus (6.13) übernommen.

Im Gütekriterium (6.28) kommt der Wärmestrom  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  linear vor. Deshalb wird  $R_p$  ebenfalls linear angesetzt.

$$R_p = r_p \cdot \frac{\text{COP}_{\text{nom}}}{\text{COP}(\hat{T}_A(p), T_{\text{VL,nom}})} \cdot \frac{c_E(p)}{c_{E,\text{nom}}} \quad (6.42)$$

Mit einer Wärmepumpe kann im Normalfall nicht gekühlt werden. Deshalb ist es sinnlos, dies bei der Optimierung zuzulassen. Weil bei diesem Ansatz die Berücksichtigung von Beschränkungen für den zu optimierenden Wärmebedarf  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  möglich ist, wird mit

$$Q_i^*(p) = 0 \text{ W} \quad \forall p \quad (6.43)$$

verhindert, dass  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  negativ wird.

Mit der oberen Beschränkung  $Q_u^*(p)$  werden zwei Randbedingungen berücksichtigt. Damit  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$  nicht mehr Leistung verlangt, als die Wärmepumpe liefern kann, wird die maximale Leistung  $Q_{\text{WP,max}}^*$  aus den Leistungsdaten des Herstellers (siehe Kapitel 3.4) ermittelt. Bei einer Luft-Wasser-Wärmepumpe werden dazu die Netto-Leistungsdaten verwendet, welche die Abtauverluste berücksichtigen. Da der Verlauf von  $T_{\text{VL}}(p)$  nicht bekannt ist, wird ein nominaler Wert  $T_{\text{VL,nom}}$  verwendet. Dies ergibt die beste Abschätzung der oberen Beschränkung. Damit die Optimierung weiss, wann Sperrzeiten sind und deshalb nicht geheizt werden darf, wird für die entsprechenden Zeitschritte  $Q_u^*(p)$  gleich Null gesetzt.

$$Q_u^*(p) = \begin{cases} 0 \text{ W} & \text{wenn } p \in \text{Sperrzeit} \\ Q_{\text{WP,max}}^*(\hat{T}_A(p), T_{\text{VL,nom}}) & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.44)$$

### 6.2.3. Zeitvariable Pulsbreitenmodulation

Die Vorgabe einer konstanten Schrittweite für die Pulsbreitenmodulation schliesst einen eventuell kostengünstigeren Betrieb mit variablen Pulsbreiten aus. Daher wird ein zweiter Algorithmus hergeleitet, der mit einer variablen Periodendauer arbeitet. Die Grundlage für diesen Ansatz ist der optimale Betrieb der Wärmepumpe. Dazu soll die Laufzeit  $t_{\text{ein,opt}}(k)$ , welche für die momentan herrschenden Bedingungen die maximale Arbeitszahl ergibt, so gut als möglich eingehalten werden.

Zu Beginn einer Periode wird die optimale Einschaltdauer  $t_{\text{ein}}$  bestimmt (Abbildung 6.6). Diese ist von der aktuellen Aussentemperatur  $T_A(k)$  abhängig.

Durch die Leistungsdaten der Wärmepumpe ist auch der bei  $T_A(k)$  verfügbare Wärmestrom  $Q_{\text{WP}}^*(T_A(k), T_{\text{VL,nom}})$  bekannt. Die optimale thermische Energie  $Q_{\text{WP,opt}}(T_A(k), T_{\text{VL,nom}})$ , welche während der nächsten Einschaltung zu liefern ist, lässt sich mit (6.45) berechnen.

$$Q_{\text{WP,opt}}(T_A(k), T_{\text{VL,nom}}) = Q_{\text{WP}}^*(T_A(k), T_{\text{VL,nom}}) \cdot t_{\text{ein,opt}}(k) \quad (6.45)$$

Aus dem optimierten Wärmestrombedarf  $Q_{\text{Bed}}^*$  wird die grösste Anzahl Zeitschritte  $l = l_{\text{opt}}$  bestimmt, für welche (6.46) erfüllt ist.

$$Q_{\text{WP,opt}}(T_A(k), T_{\text{VL,nom}}) \geq Q_{\text{Bed}}(l) = \sum_{p=k}^{k+l} Q_{\text{Bed}}^*(p) \cdot t_{\text{step}} \quad (6.46)$$

Dabei ist  $t_{\text{step}}$  die Schrittweite der Optimierung von  $Q_{\text{Bed}}^*(p)$ . Die Dauer der aktuellen Periode ist bestimmt durch

$$t_{\text{peri}} = l_{\text{opt}} \cdot t_{\text{step}} \quad (6.47)$$

Es ist möglich, dass zu Beginn einer Periode nur ein kleiner, gegen Ende derselben aber ein grosser Wärmestrom optimal ist. Daher soll nicht wie beim LQ-MPC am Anfang einer Periode geheizt und nach dem Einspeisen der benötigten Wärme bis zum Beginn der neuen Periode gewartet werden. Der Mittelpunkt des Heizpulses wird in

## 6. Indirekte Optimierung

den energetischen Schwerpunkt  $t_{\text{SP}}$  der Periode gelegt. Somit ergeben sich die optimale Start- und Stopzeit des Heizpulses aus

$$\begin{aligned}t_{\text{start}} &= t_{\text{SP}} - 0.5 \cdot t_{\text{ein,opt}} \\t_{\text{stop}} &= t_{\text{SP}} + 0.5 \cdot t_{\text{ein,opt}}\end{aligned}\tag{6.48}$$

Für die definitive Plazierung des Heizpulses gibt es nun verschiedene Fälle zu betrachten. Diese werden in der angegebenen Reihenfolge abgearbeitet. So ist gewährleistet, dass eine sinnvolle und ausführbare Lage des Pulses resultiert.

1. Liegt der Puls zum Teil im Hoch-, zum Teil im Niedertarif wird er so weit verschoben, dass er ganz in den Niedertarifbereich zu liegen kommt. Dadurch werden die Betriebskosten gesenkt. Soll nur der elektrische Energieverbrauch minimiert werden, so entfällt dieser Schritt.
2. Wenn der Puls zum Teil oder ganz in einer Sperrzeit liegt, wird er aus dieser herausverschoben. Die Richtung ist so zu wählen, dass die Verschiebung minimal ist.
3. Ist  $t_{\text{start}} < 0$  oder  $t_{\text{stop}} > t_{\text{peri}}$ , wird der Puls so verschoben, dass  $t_{\text{start}} = 0$  respektive  $t_{\text{stop}} = t_{\text{peri}}$  ist.

Nach der Plazierung des Heizpulses wird zum Zeitpunkt  $k + t_{\text{start}}$  die Wärmepumpe eingeschaltet. Der Ausschaltzeitpunkt ist erreicht, wenn die für diese Periode geforderte Wärme  $Q_{\text{Bed}}(l_{\text{opt}} \cdot t_{\text{step}})$  von der Wärmepumpe abgegeben wurde. Wenn das Ende der Periode erreicht ist, wird neu optimiert.

Ist die Zeitdauer bis zum Start  $t_{\text{start}}$  grösser als eine Stunde, so wird nach 30 Minuten erst  $Q_{\text{Bed}}^*$  und danach die Lage des Pulses neu berechnet. Damit wird verhindert, dass bei geringem Wärmebedarf die Lage des Pulses auf längere Zeit im Voraus bestimmt wird, ohne dass sich ändernde Bedingungen berücksichtigt werden.

Die Schrittweite  $t_{\text{step}}$  hängt von der gewünschten Genauigkeit der Einhaltung von der optimalen Laufzeit  $t_{\text{ein,opt}}(k)$  ab, da die Periodendauer  $t_{\text{peri}}$  auf ein Vielfaches von  $t_{\text{step}}$  gerundet wird, und sich damit auch die tatsächliche Laufzeit der Wärmepumpe ändert. Für die Simulationen mit diesem Ansatz wurde  $t_{\text{step}} = 900\text{ s}$  gewählt.

## 6.2. MPC-Regler mit Beschränkungen

Die Simulationsresultate für diesen Regelungsalgorithmus sind in Kapitel 8 aufgeführt.



# 7

## Direkte Optimierung mit MPPWC

Die beiden in Kapitel 6 vorgestellten Regelungsalgorithmen werden für die Bestimmung der Laufzeit respektive der Periodendauer die Resultate einer Offline-Optimierung. Diese Resultate wurden durch Simulationen mit konstanten Aussentemperaturen ermittelt. Dadurch wird der momentane Zustand der Anlage für die Bestimmung von Periodendauer und Pulslänge nicht (Kapitel 6.1.2) oder nur über die Aussentemperatur (Kapitel 6.2.3) berücksichtigt.

In diesem Kapitel wird der *Model Predictive Pulse Width Control* (MPPWC) Algorithmus vorgestellt. Dieser berechnet die optimalen Ein- und Ausschaltzeitpunkte und die optimale Anzahl der Pulse der Wärmepumpe aufgrund des aktuellen gemessenen und geschätzten Zustandes der Wärmepumpenanlage und der Prognose für den zukünftigen Aussentemperaturverlauf. Auch die zukünftigen Sperrzeiten und der Stromtarifverlauf werden mitberücksichtigt.

### 7.1. Gütekriterium

Im Unterschied zu den Gütekriterien bei der Optimierung mit der indirekten Methode (Kapitel 6.1.1) wird hier direkt die aufgenommene elektrische Energie  $E_{WP} = \int P_{WP}(T_A, T_{VL}) \cdot u_{WP}(t) dt$  respektive

## 7. Direkte Optimierung mit MPPWC

die Kosten des verbrauchten Stromes  $c_{WP}$  minimiert. Die elektrische Leistung  $P_{WP}$  ergibt sich aus den Kennlinien der Wärmepumpe in Funktion der Aussentemperatur und des Einschaltsignals. Für  $c_{WP}$  wird der Stromverbrauch mit den entsprechenden Strompreisen  $c_E(t)$  im Hoch- und Niedertarif multipliziert. Die Abweichung der Raumtemperatur  $T_R$  von ihrem Sollwert  $T_{R,soll}$  soll wie bei den anderen Methoden quadratisch bestraft werden. Daraus ergibt sich für die Optimierung das Gütekriterium in Gleichung 7.1, wobei für die Optimierung der Kosten für  $c_E(t)$  die Strompreise für die Hoch- und Niedertarifphasen eingesetzt werden. Für die Optimierung des Energieverbrauches wird jedoch  $c_E = 1$  gesetzt.

$$J(u_{WP}) = \int_{t_0}^{t_0+t_{\text{horiz}}} \left[ \frac{Q(t)}{t_{\text{horiz}}} (T_{R,soll}(t) - T_R(t))^2 + \frac{R(t)}{t_{\text{horiz}}} \cdot c_E(t) \cdot P_{WP}(T_A(t)) \right] dt \quad (7.1)$$

Mit diesem Gütekriterium und dem in Kapitel 7.3 beschriebenen Optimierungsalgorithmus wurden gute Resultate erreicht. Es hat sich jedoch gezeigt, dass durch eine Erweiterung von (7.1) mit der gewichteten Arbeitszahl für den Prädiktionshorizont eine schnellere Konvergenz erreicht wird. Bei der Arbeitszahl wird ein möglichst hoher Wert angestrebt. Dies wird mit einem negativen Vorzeichen im Gütekriterium berücksichtigt. Daraus ergibt sich das neue zu minimierende Kriterium

$$J(u_{WP}) = \int_{t_0}^{t_0+t_{\text{horiz}}} \left[ \frac{Q(t)}{t_{\text{horiz}}} (T_{R,soll}(t) - T_R(t))^2 + \frac{R_1(t)}{t_{\text{horiz}}} \cdot c_E(t) \cdot P_{WP}(T_A(t)) \right] dt - R_2 \cdot \frac{Q_{WP,t_{\text{horiz}}}}{E_{WP,t_{\text{horiz}}}} \quad (7.2)$$

## 7.2. Modell

Damit direkt das Stellsignal für die Wärmepumpe optimiert werden kann, muss das bei der indirekten Optimierung verwendete Gebäudemodell (Gleichungen (3.28) bis (3.33)) mit dem nichtlinearen

Modell der Wärmepumpe (Gleichungen (3.36) bis (3.38)) erweitert werden. Auch hier werden die Wärmegewinne  $Q_{g,B}^*$  und  $Q_{g,R}^*$  als unbekannt vorausgesetzt und daher gleich Null gesetzt. Daraus ergibt sich ein nichtlineares Modell 4. Ordnung mit der Aussentemperatur  $T_A(t)$  und dem Schaltsignal für die Wärmepumpe  $u_{WP}(t)$  als Eingangsgrößen sowie der Vorlauftemperatur  $T_{VL}(t)$ , der Rücklauftemperatur  $T_{RL}(t)$ , der Bodentemperatur  $T_B(t)$  und der Raumtemperatur  $T_R(t)$  als Zustandsgrößen.

## 7.3. Optimierungsalgorithmus

Der für die Optimierung verwendete Algorithmus *SOLNP* [24] löst das allgemeine nichtlineare Optimierungsproblem in der Form

$$\begin{aligned} &\text{minimiere} && J(x) \\ &\text{so dass} && g(x) = 0 \\ &&& h_l \leq h(x) \leq h_u \\ &&& x_l \leq x \leq x_u \end{aligned} \tag{7.3}$$

wobei  $x \in R^n$ ,  $J(x) : R^n \rightarrow R$ ,  $g(x) : R^n \rightarrow R^{m_1}$ ,  $h(x) : R^n \rightarrow R^{m_2}$ ,  $h_l, h_u \in R^{m_2}$  und  $h_l < h_u$ , sowie  $x_l, x_u \in R$  und  $x_l < x_u$ . Im allgemeinen sind  $g$  und  $h$  beliebige nichtlineare, stetige Funktionen, welche in *MATLAB* spezifiziert und berechnet werden können.

Das Gütekriterium (7.1) ist in einer dem Lösungsalgorithmus angepassten Form. Die Stellgröße  $u_{WP}(t)$  muss aber noch so parametrisiert werden, dass die Randbedingungen in einer entsprechenden Form dargestellt werden können.

### 7.3.1. Parametrierung

Für die Parametrierung der Stellgröße  $u_{WP}(t)$  finden sich – ohne Rücksicht auf den Optimierungsalgorithmus – bei vorgegebener Anzahl Zustandswechsel  $N$  (Anzahl Pulse =  $N/2$ ) zwei naheliegende Varianten an.

## 7. Direkte Optimierung mit MPPWC

**Schaltzeiten:** Die Schaltzeiten  $t_{S,i}$  von  $u_{WP}(t)$  können als die zu optimierenden Parameter eingesetzt werden. Dabei gelten für die  $N$  zu optimierenden Parameter die folgenden Randbedingungen:

$$\begin{aligned} t_{S,1} &\geq 0 \\ t_{S,i} &\geq t_{S,i-1} + \Delta t_{S,min} \quad \forall i = 2 \dots N \\ t_{S,N} &\leq t_{\text{hori}} \end{aligned} \quad (7.4)$$

Dabei ist  $\Delta t_{S,min} \geq 0$  die minimale Länge für die Ein- und Ausschaltzeiten. Dies ergibt  $N + 1$  Randbedingungen, die zu beachten sind.

**Pulsängen:** Definiert man die Zeit  $\Delta t_{S,i}$  zwischen zwei Zustandswechsel als Parameter, so erhält man für die Randbedingungen die Gleichungen (7.5).

$$\begin{aligned} \Delta t_{S,i} &\geq \Delta t_{S,min} \quad \forall i = 1 \dots N \\ \sum_{i=1}^N \Delta t_{S,i} &= t_{\text{hori}} \end{aligned} \quad (7.5)$$

Auch hier sind  $N + 1$  Randbedingungen zu beachten.

Die erste Variante kann mit *SOLNP* nicht gelöst werden, da die mittlere Ungleichung aus (7.4) zwei Parameter enthält. Bei der zweiten Variante tritt dieses Problem nicht auf, und daher werden für das Optimierungsproblem in (7.3) die Randbedingungen aus (7.5) verwendet. Dadurch ergibt sich aus (7.3) das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \text{minimiere } & J(\Delta t_S) \\ \text{mit } & \Delta t_S = [\Delta t_{S,1}, \dots, \Delta t_{S,N}]^T \\ \text{so dass } & g(\Delta t_S) = \sum_{i=1}^N \Delta t_{S,i} - t_{\text{hori}} = 0 \\ & x_l = \Delta t_{S,min} \leq \Delta t_{S,i} \quad \forall i \end{aligned} \quad (7.6)$$

### 7.3.2. Optimierung der Schaltzeiten

Die Schaltzeiten werden wie bei den vorgängig beschriebenen Optimierungen für  $t_{\text{hori}} = 24$  Stunden bestimmt. Diese Optimierung

wird jede Stunde durchgeführt. Als Startwerte für die Zustandsgrößen werden die gemessenen und vom Beobachter (Kapitel 5) bestimmten Größen verwendet.

Der Startwert für  $u_{WP}$  wird so bestimmt, dass alle  $\Delta t_{S,1}$  gleich lang sind, und dass der Wert von  $u_{WP}(1)$  dem aktuellen Wert des Stellsignals entspricht. Für die Optimierung macht es keinen Sinn, wenn die Wärmepumpe am Ende des Horizonts noch läuft. Durch die Trägheit des Gebäudes wirkt sich das Heizen erst zu einem späteren, ausserhalb des Horizonts liegenden Zeitpunkt auf die Raumtemperatur aus. Dadurch kann  $u_{WP}(N) = 0$  gesetzt werden. Somit ergeben sich für  $N_P$  Pulse  $N = 2N_P + 1$  Zustandswechsel, wenn  $u_{WP}(1) = 0$ , respektive  $N = 2N_P$  Wechsel, wenn  $u_{WP}(1) = 1$ .

Die Sperrzeiten werden nicht als Randbedingungen verwendet, sondern bei der Simulation zur Berechnung des Gütekriteriums einbezogen. Dabei werden die Sperrzeiten nur auf die Wärmeleistung der Wärmepumpe angewendet, die elektrische Leistungsaufnahme der Wärmepumpe wird aber mit dem von der Optimierung vorgegebenen  $u_{WP}$  bestimmt. Dadurch ergibt sich eine höhere Bestrafung von  $E_{WP}$  und der Arbeitszahl als bei der Verwendung der wirklichen Leistungsaufnahme.

### 7.3.3. Optimierung der Anzahl Pulse

Wird die minimale Zeit zwischen zwei Zustandswechseln  $\Delta t_{S,\min} = 0$  s gesetzt, so optimiert *SOLNP* auch die Anzahl Pulse, wenn weniger Pulse zu einem besseren Resultat führen. Dies ergibt jedoch ein schlechtes Konvergenzverhalten. Ausserdem fordert die Industrie ein minimales  $\Delta t_{S,i}$  von 900 Sekunden. Mit  $\Delta t_{S,\min} = 0$  s sind aber auch kürzere und somit nicht erlaubte Werte möglich.

Wird nun aber  $\Delta t_{S,\min} = 10$  s gesetzt, und werden alle Ein- und Ausschaltpulse gestrichen, die kürzer als 900 Sekunden sind, so ergibt sich eine bessere Konvergenz und das Einhalten der Industrieforderung. Zur Überprüfung der Optimalität dieser Lösung wird das Gütekriterium mit dem neuen Stellsignal berechnet. Ist die Abweichung kleiner als 1% vom optimalen, mit *SOLNP* berechneten Wert, so wird die Lösung akzeptiert. Bei einer grösseren Abweichung wird mit der neuen Pulsanzahl neu optimiert.

## 7. Direkte Optimierung mit MPPWC

Um nun auch grössere Pulsanzahlen zu ermöglichen, wird die Anzahl der Pulse der letzten Optimierung für die nächste Optimierung um 2 erhöht. Da jede Stunde eine Optimierung des Stellsignals durchgeführt wird, hat sich diese Erhöhung als ausreichend herausgestellt.

Als Startwert für die Anzahl Pulse wird  $N_P = 12$  gesetzt, da sich dieser Wert in Kapitel 6.1.1 als optimaler Wert für die Anzahl Pulse bei konstanter Periodendauer herausgestellt hat.

### 7.3.4. Gewichtungsfaktoren

Wie bei den Optimierungen in Kapitel 6.1.1 wird mit den Gewichtungsfaktoren das Verhältnis zwischen der Nervosität des Stellsignals und der Abweichung der Raumtemperatur von ihrem Sollwert bestimmt. Für  $Q(t)$  und  $R_1(t)$  ergaben sich die gleichen Werte wie bei der Wärmebedarfsoptimierung im Kapitel 6.1.1.

$$Q(t) = 1 \quad (7.7)$$

$$R_1(t) = 10^{-4} \quad (7.8)$$

Dabei ist die Gewichtung des Energieverbrauches respektive der Stromkosten  $R_1$  konstant, da die Sperrzeiten und allenfalls die Kosten für den Strom direkt in die Optimierung einfließen und nicht mehr über die Gewichtung berücksichtigt werden müssen.

Für die Gewichtung der Arbeitszahl hat sich der Wert

$$R_2(t) = 864 \quad (7.9)$$

als geeignet erwiesen.

### 7.3.5. Ablaufschema der Optimierung

Zur besseren Verständlichkeit ist hier der Ablauf der Optimierung in Stichworten zusammengefasst:

1. Geschätzte Zustandsgrößen übernehmen
2. Verlauf der Aussentemperatur schätzen

### 7.3. Optimierungsalgorithmus

3. Sperrzeiten und Stromtarifstruktur bestimmen
4. Initialisieren der Stellgrösse  $u_{WP}(t)$
5. Optimierungsproblem mit *SOLNP* lösen
6. Streichen von zu kurzen Ein-/Ausschaltphasen
7. Berechnung des Gütekriteriums mit neuem  $u_{WP}(t)$
8. Vergleich der Gütekriterien
9. Wenn der Unterschied grösser als 1% ist, wird  $u_{WP}(t)$  mit der aus 5. resultierenden Pulszahl neu initialisiert und bei 4. weitergefahren
10. Stellsignal für die erste Stunde ausgeben
11. Nach einer Stunde  $u_{WP}(t)$  mit zwei Pulsen mehr als bei der vorherigen Optimierung berechnet initialisieren
12. Weiter bei 4



# 8

## Vergleich der Regler

Um die Regler vergleichen zu können, werden die entworfenen Regler an verschiedenen Szenarien getestet. Die Resultate dieser Simulationen werden in diesem Kapitel präsentiert und verglichen.

Es ist nicht möglich, verschiedene Regler unter identischen Bedingungen in realen Gebäuden zu testen. Werden sie in Serie getestet, so ist das Wetter nie identisch. Parallele Tests bringen auch keine identischen Bedingungen, da das Verhalten der Benutzer – Anwesenheit, Aktivitäten, Lüften usw. – nicht gleich sein wird. Also müssen Simulationen zum Vergleich erhalten. Diese geben zwar nicht die Realität wieder, dafür sind die Bedingungen für alle Regler gleich.

Für das Gebäude wurde das in Kapitel 3 beschriebene Modell verwendet. Die Regler wurden alle für dieses Modell ausgelegt. Auch der Zweipunktregler, welcher als Vergleichsbasis fungiert, wurde dafür optimiert.

In Kapitel 8.1 wird das Regelungsverhalten bei synthetischen Wetterdaten sowie bei Sperrzeiten verglichen.

Simulationen über ein ganzes Jahr mit echten Wetterdaten werden in Kapitel 8.2 beschrieben.

## 8. Vergleich der Regler

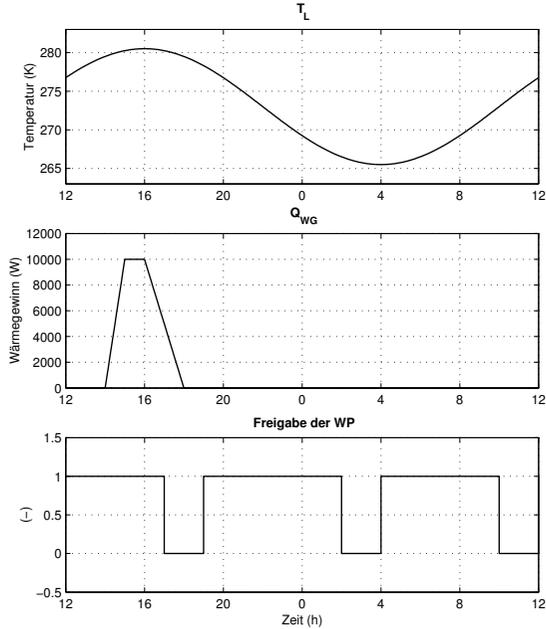


Abb. 8.1.: Eingangsdaten für die Simulationen

### 8.1. Simulationen mit synthetischen Daten

Um das grundlegende Verhalten der verschiedenen Regler zu beurteilen und zu vergleichen, wurden vier Testszenarien verwendet. In Szenario 1 ist die Aussentemperatur  $T_A$  konstant und es gibt keine ungemessenen Störungen. Szenario 2 simuliert das Verhalten bei einem sinusförmigen Aussentemperaturverlauf. Die Reaktion der Regelungen auf einen ungemessenen Wärmegewinn wird mit Szenario 3 untersucht. Der Einfluss von Sperrzeiten wird im vierten Szenario getestet.

Die Eingangssignale für die Szenarien 2 bis 4 sind in Abbildung 8.1 dargestellt.

## 8.1. Simulationen mit synthetischen Daten

Alle Szenarien werden auf die kosten- und die energieoptimalen Varianten der MPC-Regler angewendet.

Die Betriebskosten werden im Hochtarif zu 0.218 Fr./kWh und im Niedertarif zu 0.103 Fr./kWh verrechnet. Hochtarif ist Montag bis Freitag von 7 Uhr bis 22 Uhr und Samstag von 7 Uhr bis 13 Uhr. Während den übrigen Zeiten und am Sonntag gilt Niedertarif.

Die Simulationszeit beträgt zwei Wochen. Für die Auswertung werden aber nur die Daten der zweiten Woche verwendet, damit der Einfluss der Anfangsbedingungen abgeklungen ist. Die Abbildungen 8.2 bis 8.9 zeigen den Verlauf der dargestellten Grössen ab Mittwoch, 12 Uhr.

## 8. Vergleich der Regler

Tab. 8.1.: Simulation mit konstanter Aussentemperatur, ohne Störung, kostenoptimal

	2-Punkt	LQ-MPC	MPC mit Beschr.	MPPWC
Mittelwert $T_R$ (K):	20.02	20.06	19.99	19.99
Standardabweichung $T_R$ (K):	0.01	0.10	0.10	0.12
Wärmeenergie $Q_{WP}$ (kWh):	790.25	791.94	789.86	793.95
elektr. Energie $E_{WP}$ (kWh):	236.24	240.08	242.94	245.15
Arbeitszahl (-):	3.35	3.30	3.25	3.24
Anteil Niedertarifstrom (%):	51.71	71.47	76.32	80.27
Stromkosten (Fr.):	35.03	30.86	30.05	29.35
Anzahl Einschaltungen/Tag (-):	13.71	12.14	12.71	6.71

### 8.1.1. Kostenoptimale Regelung

**Szenario 1:** In Szenario 1 gibt es keine Störungen ( $Q_{g,B}^* = Q_{g,R}^* = 0$ ) und keine Sperrzeiten. Die Aussentemperatur  $T_A$  ist konstant gleich 273 K. Die Resultate sind in Tabelle 8.1 und Abbildung 8.2 dargestellt.

Alle drei MPC-Regler nutzen den Niedertarif aus. Dadurch weicht der Verlauf der Raumtemperatur  $T_R$  stärker von der Sollraumtemperatur ab als beim Zweipunktregler. Der Mittelwert von  $T_R$  wird von allen Reglern sehr gut eingehalten. Beim MPC-Regler mit Beschränkung und beim MPPWC-Regler sind die Absenkung und die Erhöhung von  $T_R$  etwas kürzer als beim LQ-MPC-Regler. Die Abweichungen sind aber sehr gering.

Der MPPWC-Regler ergibt eindeutig die tiefsten Betriebskosten (16% tiefer als der Zweipunktregler). Dafür ist der Verbrauch an elektrischer Energie  $E_{WP}$  am Höchsten und die Arbeitszahl am Tiefsten.

## 8.1. Simulationen mit synthetischen Daten

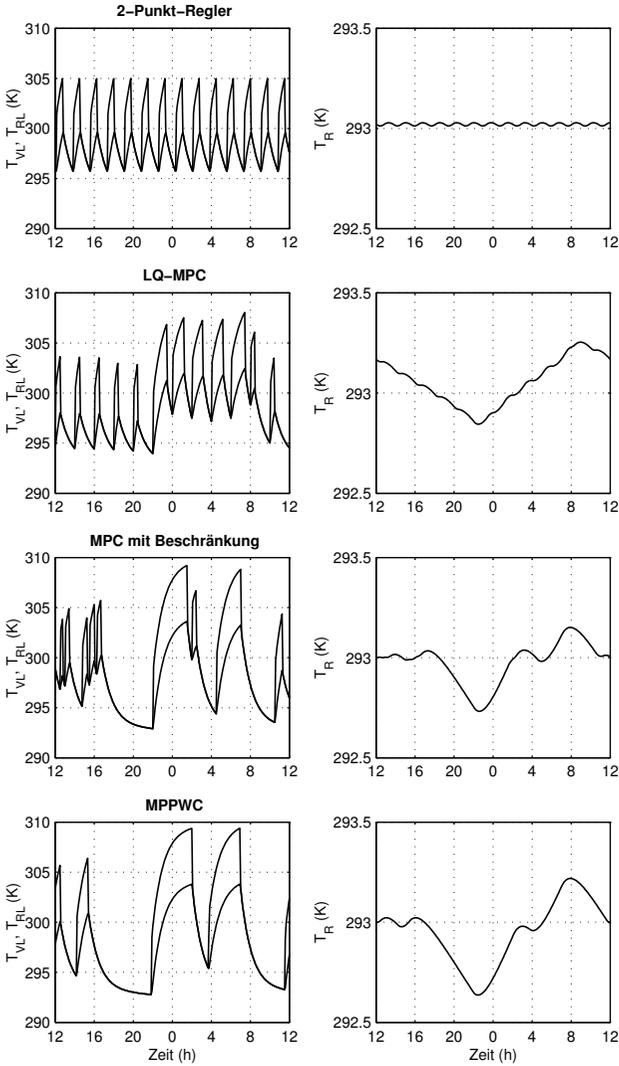


Abb. 8.2.: Simulation mit konstanter Aussentemperatur, ohne Störung, kostenoptimal

## 8. Vergleich der Regler

Tab. 8.2.: Simulation mit sinusförmiger Aussentemperatur, ohne Störung, kostenoptimal

	2-Punkt	LQ-MPC	MPC mit Beschr.	MPPWC
Mittelwert $T_R$ (K):	20.03	20.06	20.00	19.99
Standardabweichung $T_R$ (K):	0.02	0.05	0.07	0.09
Wärmeenergie $Q_{WP}$ (kWh):	789.88	792.03	791.46	787.20
elektr. Energie $E_{WP}$ (kWh):	245.46	245.72	249.82	248.67
Arbeitszahl (-):	3.22	3.22	3.17	3.17
Anteil Niedertarifstrom (%):	66.00	74.12	83.67	82.96
Stromkosten (Fr.):	32.89	30.93	29.06	29.10
Anzahl Einschaltungen/Tag (-):	11.86	12.14	11.43	6.14

**Szenario 2:** Auch in Szenario 2 gibt es keine ungemessenen Störungen ( $Q_{g,B}^* = Q_{g,R}^* = 0$ ) und Sperrzeiten. Die Aussentemperatur  $T_A$  beschreibt eine Sinuskurve mit einer Amplitude von 7.5 K und einer Wellenlänge von 24 Stunden. Der Verlauf ist in Abbildung 8.1 oben dargestellt. Da der Verlauf von  $T_A$  für die ganze Simulationszeit gleich ist, ergibt sich eine optimale Wettervorhersage. Die Resultate sind in Tabelle 8.2 und Abbildung 8.3 dargestellt.

Die Verläufe von  $T_R$  sind vor allem bei den Algorithmen MPC mit Beschränkung und MPPWC unruhiger als beim LQ-MPC- und Zweipunktregler, aber die Abweichungen sind überall gering und der Sollwert wird gut eingehalten. Die beiden erstgenannten Regler erreichen dafür die tieferen Betriebskosten (11% weniger als der Zweipunktregler), was wieder zulasten des Energieverbrauches und der Arbeitszahl geht.

## 8.1. Simulationen mit synthetischen Daten

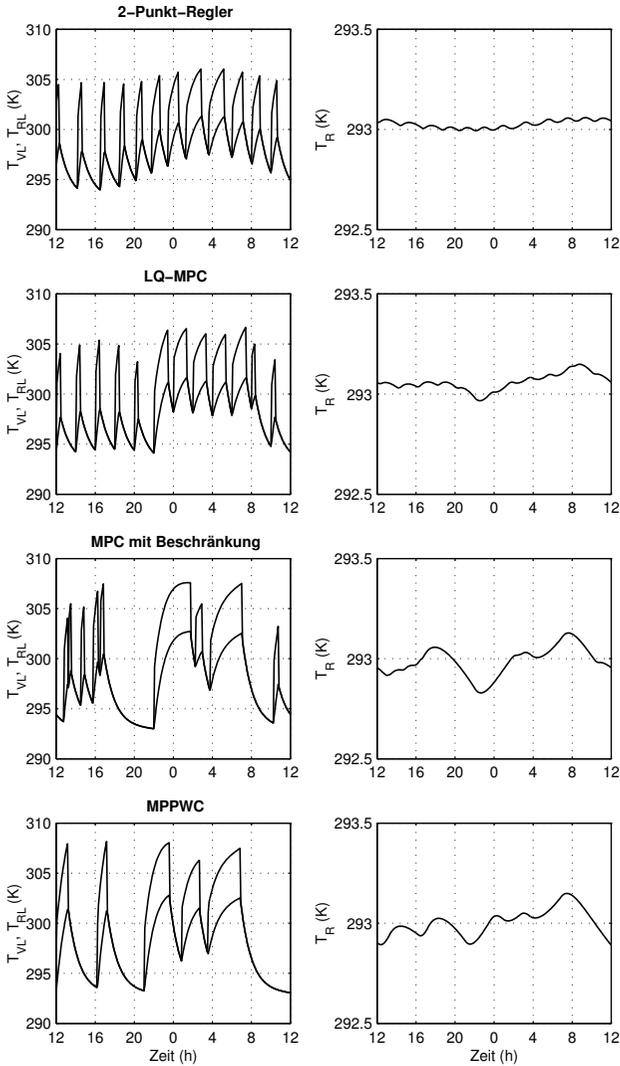


Abb. 8.3.: Simulation mit sinusförmiger Aussentemperatur, ohne Störung, kostenoptimal

## 8. Vergleich der Regler

Tab. 8.3.: Simulation mit konstanter Aussentemperatur, Strahlungsimpuls, kostenoptimal

	2-Punkt	LQ-MPC	MPC mit Beschr.	MPPWC
Mittelwert $T_R$ (K):	20.76	20.31	20.20	20.20
Standardabweichung $T_R$ (K):	0.11	0.09	0.12	0.11
Wärmeenergie $Q_{WP}$ (kWh):	645.90	626.84	621.45	616.57
elektr. Energie $E_{WP}$ (kWh):	193.38	187.18	187.76	188.43
Arbeitszahl (-):	3.34	3.35	3.31	3.27
Anteil Niedertarifstrom (%):	51.91	71.03	75.36	81.71
Stromkosten (Fr.):	28.64	24.14	23.40	22.29
Anzahl Einschaltungen/Tag (-):	12.57	12.00	10.57	5.71

**Szenario 3:** Die Reaktion auf eine ungemessene Störung wird in Szenario 3 getestet. Dazu wird ein Wärmegewinn durch Strahlung gemäss Abbildung 8.1 mitte simuliert. Dieser Wärmegewinn wird zu je 50% in einen Wärmestrom in den Raum  $Q_{g,R}^*$  und in einen Wärmestrom in den Boden  $Q_{g,B}^*$  aufgeteilt. Die Resultate sind in Tabelle 8.3 und Abbildung 8.4 dargestellt.

Die Einhaltung des Sollwertes ist bei den MPC-Reglern besser als beim Zweipunktregler; vor allem der MPPWC-Regler kompensiert den zusätzlichen Wärmegewinn sehr gut. Auch die Kosten sind bei diesem Regler wieder am Tiefsten, 22% unter denjenigen des Zweipunktreglers.

## 8.1. Simulationen mit synthetischen Daten

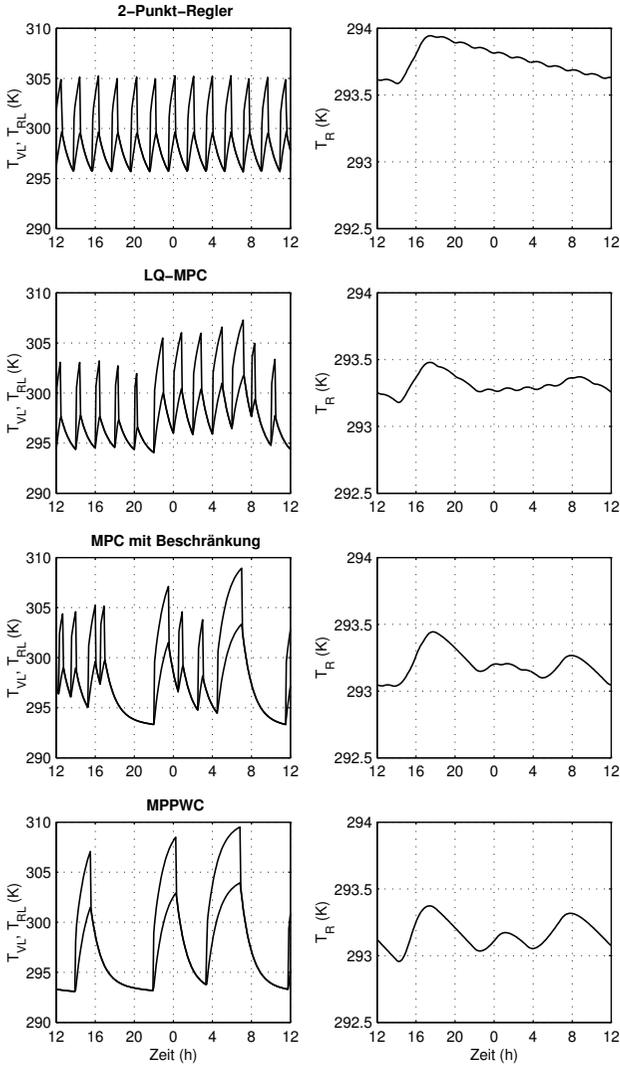


Abb. 8.4.: Simulation mit konstanter Aussentemperatur, Strahlungsimpuls, kostenoptimal

## 8. Vergleich der Regler

Tab. 8.4.: Simulation mit Sperrzeiten, konstanter Aussentemperatur, ohne Störung, kostenoptimal

	2-Punkt	LQ-MPC	MPC mit Beschr.	MPPWC
Mittelwert $T_R$ (K):	19.39	20.03	19.98	19.99
Standardabweichung $T_R$ (K):	0.03	0.12	0.10	0.11
Wärmeenergie $Q_{WP}$ (kWh):	764.18	790.92	790.35	791.60
elektr. Energie $E_{WP}$ (kWh):	226.00	243.10	243.56	244.75
Arbeitszahl (-):	3.38	3.25	3.24	3.23
Anteil Niedertarifstrom (%):	51.45	71.66	78.35	77.66
Stromkosten (Fr.):	33.57	31.20	29.63	29.94
Anzahl Einschaltungen/Tag (-):	11.00	9.14	9.43	5.14

**Szenario 4:** Bei konstanter Lufttemperatur  $T_A = 273$  K und ohne ungemessene Störungen  $Q_{g,R}^*$ ,  $Q_{g,B}^*$  wird das Verhalten der Regler bei Sperrzeiten simuliert. Dreimal pro Tag wird für je zwei Stunden die Wärmepumpe gesperrt. Die Lage der Sperrzeiten ist Abbildung 8.1 unten zu entnehmen. Die Resultate sind in Tabelle 8.4 und Abbildung 8.5 dargestellt.

Mit dem Zweipunktregler ergibt sich eine zu tiefe Raumtemperatur, da die Heizkurve nicht auf die neue Situation umgestellt wurde – es stehen nur noch 75% der ganzen Zeit zum Heizen zur Verfügung. Durch eine Anpassung der Heizkurve könnte dies ausgeglichen werden.

Durch die Einbindung der Sperrzeiten in die MPC-Regler sind diese in der Lage, die Raumtemperatur auf dem Sollwert zu halten. Die Verläufe sind denen aus Szenario 1 ähnlich. Hier sind die Kosten des MPC-Reglers mit Beschränkung leicht tiefer als diejenigen des MPPWC-Reglers und 12% tiefer als diejenigen des Zweipunktreglers.

## 8.1. Simulationen mit synthetischen Daten

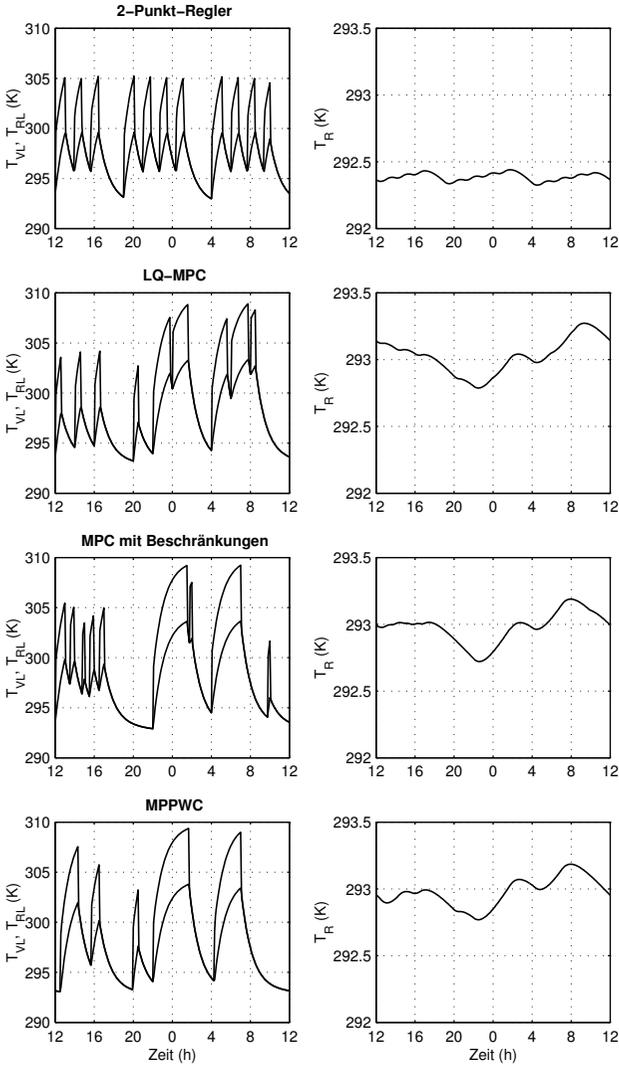


Abb. 8.5.: Simulation mit Sperrzeiten, konstanter Aussentemperatur, ohne Störung, kostenoptimal

## 8. Vergleich der Regler

Tab. 8.5.: Simulation mit konstanter Aussentemperatur, ohne Störung, energieoptimal

	2-Punkt	LQ-MPC	MPC mit Beschr.	MPPWC
Mittelwert $T_R$ (K):	20.02	20.03	20.03	20.00
Standardabweichung $T_R$ (K):	0.01	0.01	0.01	0.01
Wärmeenergie $Q_{WP}$ (kWh):	790.25	790.80	790.45	787.65
elektr. Energie $E_{WP}$ (kWh):	236.24	236.40	238.05	235.71
Arbeitszahl (-):	3.35	3.35	3.32	3.34
Anteil Niedertarifstrom (%):	51.71	54.78	51.34	50.81
Stromkosten (Fr.):	35.03	34.33	35.39	35.16
Anzahl Einschaltungen/Tag (-):	13.71	12.14	21.71	14.14

### 8.1.2. Energieoptimale Regelung

**Szenario 1:** In Szenario 1 gibt es keine Störungen  $Q_{g,R}^*$ ,  $Q_{g,B}^*$  und keine Sperrzeiten. Die Aussentemperatur  $T_A$  ist konstant 273 K. Die Resultate sind in Tabelle 8.5 und Abbildung 8.6 dargestellt.

Die Sollraumtemperatur wird von allen Reglern sehr gut eingehalten. Der Energieverbrauch ist bei allen Reglern beinahe identisch.

## 8.1. Simulationen mit synthetischen Daten

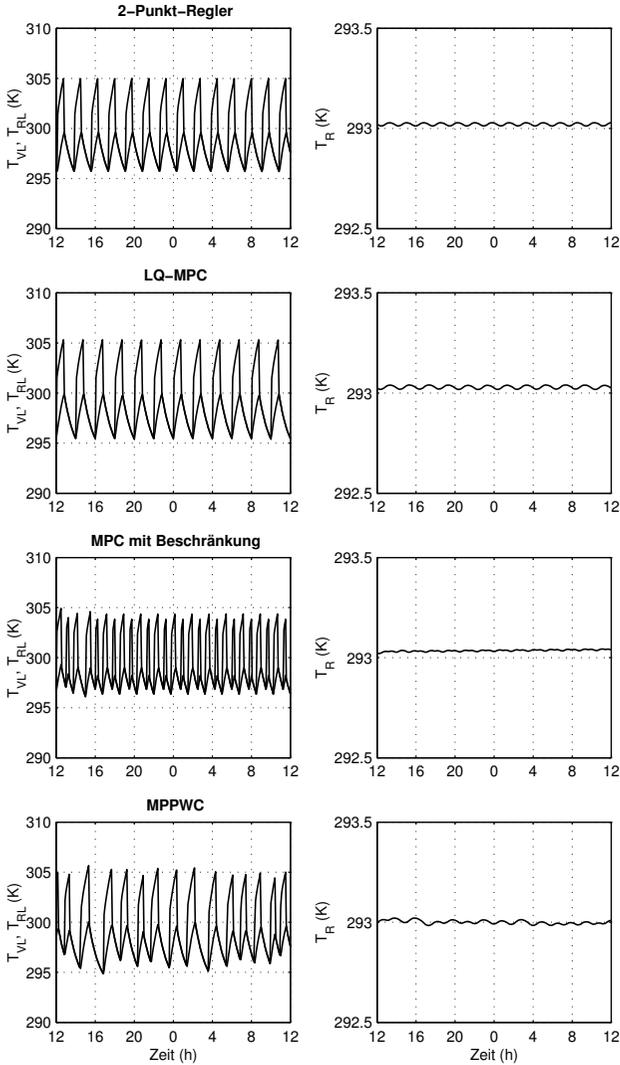


Abb. 8.6.: Simulation mit konstanter Aussentemperatur, ohne Störung, energieoptimal

## 8. Vergleich der Regler

Tab. 8.6.: Simulation mit sinusförmiger Aussentemperatur, ohne Störung, energieoptimal

	2-Punkt	LQ-MPC	MPC mit Beschr.	MPPWC
Mittelwert $T_R$ (K):	20.03	20.03	20.03	20.00
Standardabweichung $T_R$ (K):	0.02	0.11	0.06	0.07
Wärmeenergie $Q_{WP}$ (kWh):	789.88	790.81	791.48	787.51
elektr. Energie $E_{WP}$ (kWh):	245.46	229.57	238.31	234.51
Arbeitszahl (-):	3.22	3.44	3.32	3.36
Anteil Niedertarifstrom (%):	66.00	55.19	60.02	58.57
Stromkosten (Fr.):	32.89	33.24	33.36	33.17
Anzahl Einschaltungen/Tag (-):	11.86	12.14	19.71	13.43

**Szenario 2:** Auch in Szenario 2 gibt es keine ungemessenen Störungen  $Q_{g,R}^*$ ,  $Q_{g,B}^*$  und Sperrzeiten. Die Aussentemperatur  $T_A$  beschreibt eine Sinuskurve mit einer Amplitude von 7.5 K und einer Wellenlänge von 24 Stunden. Der Verlauf ist in Abbildung 8.1 oben dargestellt. Da der Verlauf von  $T_A$  für die ganze Simulationszeit gleich ist, ergibt sich eine optimale Wettervorhersage. Die Resultate sind in Tabelle 8.6 und Abbildung 8.7 dargestellt.

Die Schwankungen von  $T_R$  sind beim Zweipunktregler am Kleinsten, beim LQ-MPC-Regler am Ausgeprägtesten, aber immer noch gering ( $\pm 0.2$  K). Der elektrische Energiebedarf  $E_{WP}$  ist beim LQ-MPC-Regler dafür am Kleinsten, 6.5% unter demjenigen des Zweipunktreglers. Die beiden anderen MPC-Regler liegen im Energieverbrauch dazwischen.

## 8.1. Simulationen mit synthetischen Daten

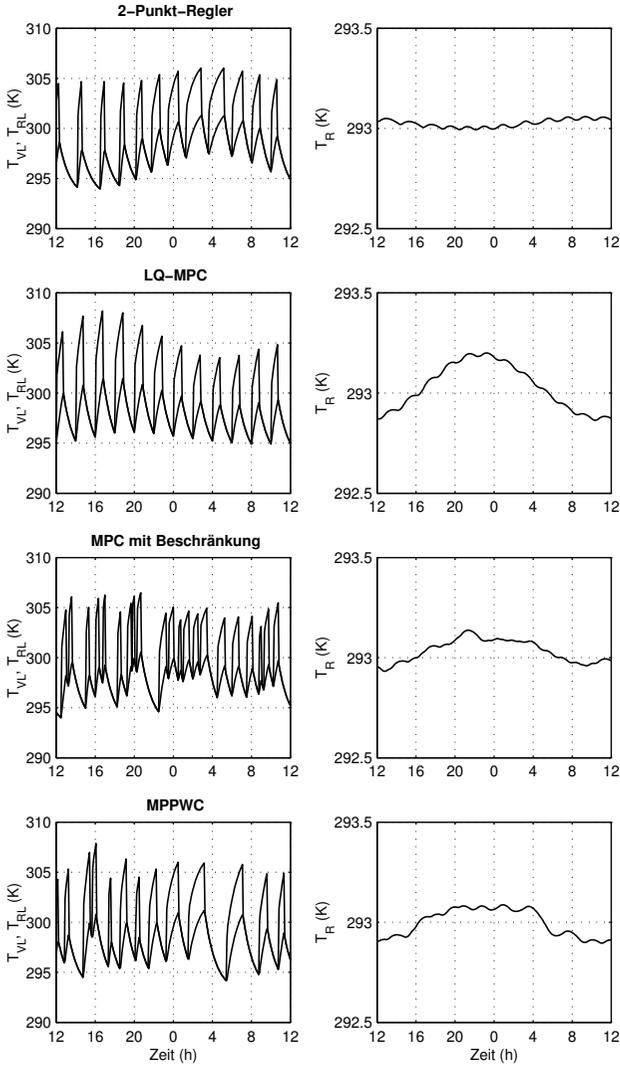


Abb. 8.7.: Simulation mit sinusförmiger Aussentemperatur, ohne Störung, energieoptimal

## 8. Vergleich der Regler

Tab. 8.7.: Simulation mit konstanter Aussentemperatur, Strahlungsimpuls, energieoptimal

	2-Punkt	LQ-MPC	MPC mit Beschr.	MPPWC
Mittelwert $T_R$ (K):	20.76	20.32	20.20	20.20
Standardabweichung $T_R$ (K):	0.11	0.12	0.12	0.13
Wärmeenergie $Q_{WP}$ (kWh):	645.90	627.38	624.55	624.35
elektr. Energie $E_{WP}$ (kWh):	193.38	185.67	185.04	184.75
Arbeitszahl (-):	3.34	3.38	3.38	3.38
Anteil Niedertarifstrom (%):	51.91	52.35	50.85	49.40
Stromkosten (Fr.):	28.64	27.41	27.60	27.82
Anzahl Einschaltungen/Tag (-):	12.57	12.14	15.71	12.57

**Szenario 3:** Die Reaktion auf eine ungemessene Störung wird in Szenario 3 getestet. Dazu wird ein Wärmegewinn durch Strahlung gemäss Abbildung 8.1 mitte simuliert. Dieser Wärmegewinn wird zu je 50% in einen Wärmestrom in den Raum  $Q_{g,R}^*$  und in einen Wärmestrom in den Boden  $Q_{g,B}^*$  aufgeteilt. Die Resultate sind in Tabelle 8.7 und Abbildung 8.8 dargestellt.

Die MPC-Regler halten die Solltemperatur besser ein als der Zweipunktregler, wobei die Kompensation bei der LQ-MPC-Lösung etwas langsamer vor sich geht als bei den anderen MPC-Reglern. Auch ergibt sich mit diesen drei Reglern fast der gleiche Verbrauch an elektrischer Energie, etwa 4.5% weniger als mit dem Zweipunktregler.

## 8.1. Simulationen mit synthetischen Daten

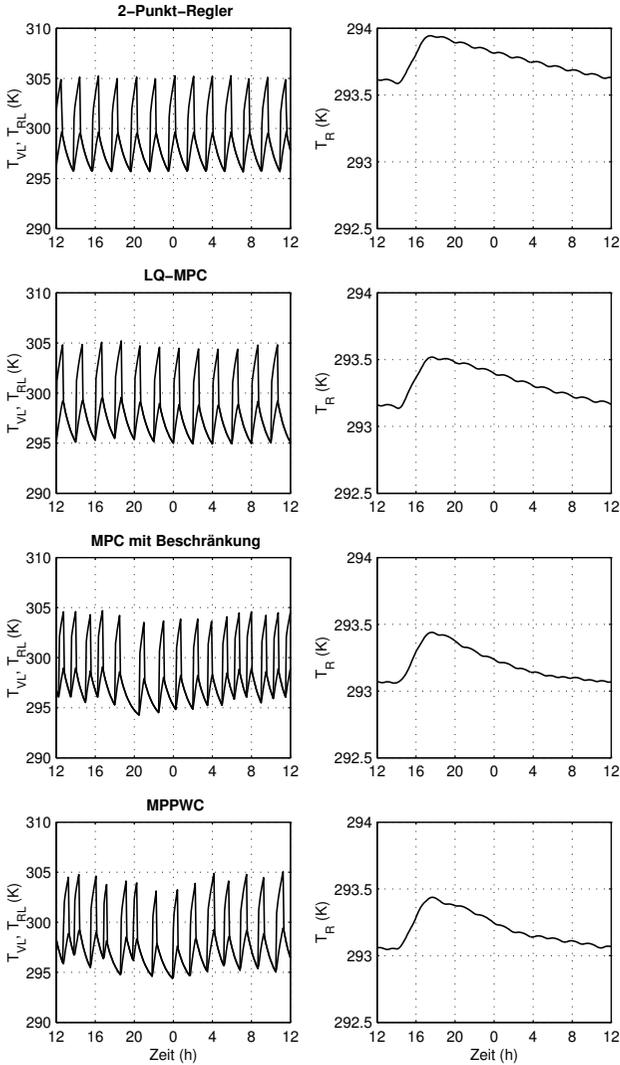


Abb. 8.8.: Simulation mit konstanter Aussentemperatur, Strahlungsimpuls, energieoptimal

## 8. Vergleich der Regler

Tab. 8.8.: Simulation mit Sperrzeiten, konstanter Aussentemperatur, ohne Störung, energieoptimal

	2-Punkt	LQ-MPC	MPC mit Beschr.	MPPWC
Mittelwert $T_R$ (K):	19.39	19.96	20.01	20.00
Standardabweichung $T_R$ (K):	0.03	0.04	0.02	0.04
Wärmeenergie $Q_{WP}$ (kWh):	764.18	788.23	788.75	782.99
elektr. Energie $E_{WP}$ (kWh):	226.00	237.78	237.96	237.24
Arbeitszahl (-):	3.38	3.31	3.31	3.30
Anteil Niedertarifstrom (%):	51.45	56.85	51.78	51.62
Stromkosten (Fr.):	33.57	34.04	35.27	35.20
Anzahl Einschaltungen/Tag (-):	11.00	9.14	14.43	7.43

**Szenario 4:** Bei konstanter Lufttemperatur  $T_A = 273$  K und ohne ungemessene Störungen  $Q_{g,R}^*$ ,  $Q_{g,R}^*$  wird das Verhalten der Regler bei Sperrzeiten simuliert. Dreimal pro Tag wird für je zwei Stunden die Wärmepumpe gesperrt. Die Lage der Sperrzeiten ist Abbildung 8.1 unten zu entnehmen. Die Resultate sind in Tabelle 8.8 und Abbildung 8.9 dargestellt.

Der Zweipunktregler ist wegen nicht korrigierter Heizkurve zu tief, die anderen Regler haben mit den Sperrzeiten keine Probleme. Durch die zu tiefe Heizkurve verbraucht die Wärmepumpe mit dem Zweipunktregler auch am wenigsten Strom. Die Werte für die anderen Regler liegen wie bei Szenario 1 sehr nahe zusammen.

## 8.1. Simulationen mit synthetischen Daten

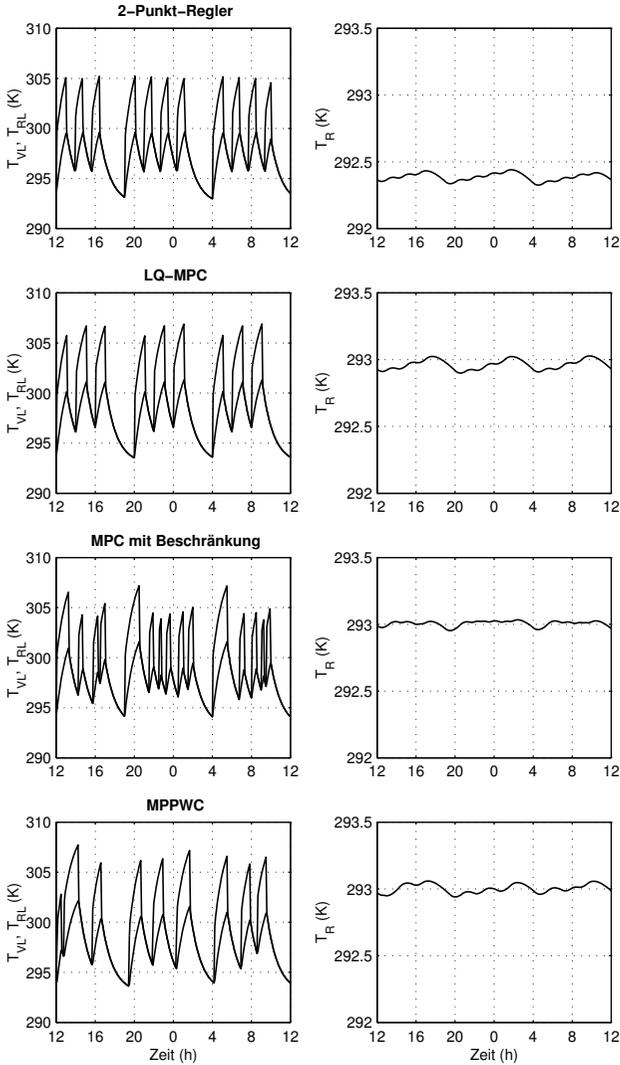


Abb. 8.9.: Simulation mit Sperrzeiten, konstanter Aussentemperatur, ohne Störung, energieoptimal

## 8. Vergleich der Regler

### 8.1.3. Generelle Bemerkungen

- Bei den Simulationen mit den kostenoptimalen MPC-Reglern ist der elektrische Energieverbrauch zugunsten der Betriebskosten schlechter als beim Zweipunktregler. Es wird mehr im Niedertarifbereich geheizt, was durch die erforderliche thermische Mehrleistung und somit höherer Vorlauftemperaturen zu einem schlechteren Wirkungsgrad führt.
- Bei den Simulationen mit den energieoptimalen Reglern liegen die Betriebskosten sehr nahe zusammen.
- Vergleicht man zwischen den kosten- und energieoptimalen MPC-Reglern die Raumtemperaturverläufe, so sind diese bei den kostenoptimalen Reglern etwas unruhiger. Die Ursache hierfür ist, dass diese Regler die Heizpulse in die Niedertarifzeiten verschieben.
- Alle Temperaturverläufe schwanken nur in einem sehr kleinen Bereich, so dass keine Komforteinbussen zu reklamieren sind.

## 8.2. Jahressimulationen

### 8.2.1. Simulationsbedingungen

Als Eingangsdaten für die Aussentemperatur  $T_A$  und die Wärmegewinnströme  $Q_{g,R}^*$  und  $Q_{g,B}^*$  werden die Messwerte der Schweizerischen Meteorologischen Anstalt für das Jahr 1999 am Messplatz Klotten verwendet. Die Werte liegen mit einer Taktrate von einer Stunde vor.

Für die Aussentemperatur wird direkt die gemessene und aufgezeichnete Lufttemperatur verwendet. Das Signal für den Wärmegewinn wurde aus der Sonnenstrahlungsleistung berechnet, indem diese mit einer angenommenen Fensterfläche multipliziert wurde. Der Einfluss der Fensterausrichtung wurde durch eine Überlagerung mit einer Sinuskurve (Maximum um 15 Uhr, Amplitude 1, Periodendauer 24 Stunden) berücksichtigt. Sich daraus ergebende negative Anteile wurden gleich Null gesetzt. Der sich so ergebende Wärmegewinnstrom wird je zu 50% auf  $Q_{g,R}^*$  und  $Q_{g,B}^*$  verteilt.

Tab. 8.9.: Jahressimulation ohne Sperrzeiten, kostenoptimal

	2-Punkt	LQ-MPC	MPC mit Beschr.	MPPWC
Mittelwert $T_R$ (K):	19.96	20.11	20.07	20.05
Standardabweichung $T_R$ (K):	0.25	0.14	0.16	0.16
Wärmeenergie $Q_{WP}$ (kWh):	18860.97	19158.74	19092.78	19061.55
elektr. Energie $E_{WP}$ (kWh):	5260.59	5383.11	5424.47	5462.97
Jahresarbeitszahl (-):	3.59	3.56	3.52	3.49
Anteil Niedertarifstrom (%):	57.88	74.99	79.81	80.24
Stromkosten (Fr.):	747.62	672.92	651.97	654.27
Anzahl Einschaltungen/Tag (-):	2512	2424	2290	1149

Die Hochtarifzeiten sind wie bei den vorangegangenen Simulationen Montag bis Freitag von 7 Uhr bis 22 Uhr und Samstag von 7 Uhr bis 13 Uhr. Während den übrigen Zeiten und am Sonntag gilt Niedertarif. Die Stromkosten betragen im Hochtarif 0.218 Fr./kWh und im Niedertarif 0.103 Fr./kWh.

Bei den Simulationen mit Sperrzeiten ist die Wärmepumpe jeweils von 2 bis 4, 10 bis 12 und 17 bis 19 Uhr gesperrt.

Bei den Simulationen mit Sperrzeiten wurde die Heizkurve des 2-Punkt-Reglers angepasst. Somit ergeben sich vergleichbare Resultate.

Die Simulationen werden für ein Kalenderjahr durchgeführt. Da das Gebäude nicht gekühlt werden kann, sind bei hohen Aussentemperaturen Raumtemperaturen über dem Sollwert nicht zu vermeiden. Da diese Abweichung nicht interessiert, wurden für die Berechnung der Mittelwerte der Raumtemperatur und deren Standardabweichung nur diejenigen Tage berücksichtigt, an welchen die durchschnittliche Lufttemperatur maximal 288 K beträgt.

### 8.2.2. Kostenoptimal, ohne Sperrzeiten

Die Resultate dieser Simulationen sind in Tabelle 8.9 aufgeführt.

Der Mittelwert der Raumtemperatur ist bei allen Reglern gleich, die Standardabweichung der MPC-Regler ist etwa 40% tiefer als beim 2-Punkt-Regler. Dadurch ergibt sich eine bessere Temperaturhaltigkeit bei den MPC-Reglern. Trotzdem liegen die Betriebs-

## 8. Vergleich der Regler

Tab. 8.10.: Jahressimulation ohne Sperrzeiten, energieoptimal

	2-Punkt	LQ-MPC	MPC mit Beschr.	MPPWC
Mittelwert $T_R$ (K):	19.96	20.11	20.09	20.05
Standardabweichung $T_R$ (K):	0.25	0.14	0.14	0.14
Wärmeenergie $Q_{WP}$ (kWh):	18860.97	19138.10	19119.31	19051.30
elektr. Energie $E_{WP}$ (kWh):	5260.59	5249.55	5303.03	5249.35
Jahresarbeitszahl (-):	3.59	3.65	3.61	3.63
Anteil Niedertarifstrom (%):	57.88	55.04	54.93	53.09
Stromkosten (Fr.):	747.62	760.98	769.33	771.19
Anzahl Einschaltungen/Tag (-):	2512	2694	3263	2199

kosten bis zu 13% tiefer als beim 2-Punkt-Regler. Dies wird durch das Verschieben der Heizzeiten in die Niedertarifphasen erreicht. Der 2-Punkt-Regler hat einen Niedertarifstromanteil von 58%, der MPC-Regler mit Beschränkungen und der MPPWC-Regler erreichen einen Anteil von 80%. Dieser hohe Anteil an Niedertarifstrom ergibt jedoch eine tiefere Arbeitszahl, da durch die tieferen Lufttemperaturen in der Nacht ein schlechterer Wirkungsgrad erzielt wird. Die beiden letztgenannten Regler erreichen in allen Punkten fast gleiche Werte, obwohl der MPPWC-Regler die Wärmepumpe nur halb so oft startet. Dies erklärt sich mit der sehr geringen Sensitivität des Wirkungsgrades auf längere Laufzeiten. Der LQ-MPC-Regler ist nur knapp schlechter als die beiden anderen Ansätze.

### 8.2.3. Energieoptimal, ohne Sperrzeiten

Die Resultate dieser Simulationen sind in Tabelle 8.10 aufgeführt.

Bei der Temperaturverteilung und dadurch auch beim Komfort ergibt sich das gleiche Bild wie bei den kostenoptimalen Reglern. Die Solltemperatur wird gut eingehalten, die Standardabweichungen sind bei den MPC-Reglern erwartungsgemäss etwas kleiner als bei den kostenoptimalen Varianten. Die Arbeitszahl ist beim LQ-MPC-Regler am Höchsten, der elektrische Energieverbrauch beim MPPWC-Regler am Tiefsten. Die Energieeinsparung gegenüber dem 2-Punkt-Regler ist nur minim. Dafür sind die Kosten bei den drei MPC-Reglern bis 3% höher als beim konventionellen Regler.

Tab. 8.11.: Jahressimulation mit Sperrzeiten, kostenoptimal

	2-Punkt	LQ-MPC	MPC mit Beschr.	MPPWC
Mittelwert $T_R$ (K):	20.02	20.10	20.06	20.04
Standardabweichung $T_R$ (K):	0.21	0.17	0.16	0.17
Wärmeenergie $Q_{WP}$ (kWh):	18998.26	19134.98	19088.39	19055.98
elektr. Energie $E_{WP}$ (kWh):	5301.21	5403.14	5424.08	5486.12
Jahresarbeitszahl (-):	3.58	3.54	3.52	3.47
Anteil Niedertarifstrom (%):	57.62	73.95	78.29	76.41
Stromkosten (Fr.):	754.80	681.08	660.15	678.03
Anzahl Einschaltungen/Tag (-):	2257	1860	2113	939

### 8.2.4. Kostenoptimal, mit Sperrzeiten

Tabelle 8.11 zeigt die Simulationsresultate.

Die Verläufe der Raumtemperatur haben sich gegenüber den Simulationen ohne Sperrzeiten (Kapitel 8.2.2) nicht markant verändert. Die Mittelwerte liegen sehr nahe beim Sollwert, die Standardabweichungen sind nur minim grösser als bei den Simulationen ohne Sperrzeiten. Die Werte des 2-Punkt-Reglers sind mit der angepassten Einstellung sogar etwas besser, obwohl nur die Heizkurve, nicht aber die Hysterese verändert wurde. Die Kosteneinsparungen mit dem MPC-Regler mit Beschränkungen liegen bei 12.5% gegenüber dem 2-Punkt-Regler. Dafür sind die Energieaufnahme und die Arbeitszahl schlechter. Auch die beiden anderen Regler liegen bei den Betriebskosten immer noch deutlich unter dem 2-Punkt-Regler.

### 8.2.5. Energieoptimal, mit Sperrzeiten

Die Simulationsresultate sind in Tabelle 8.12 aufgeführt.

Auch bei diesen Simulationen bewegen sich die Temperaturwerte im gewohnten Rahmen. Diesmal erreicht nur der LQ-MPC-Regler tiefere Werte für den elektrischen Energiebedarf als der 2-Punkt-Regler. Die beiden anderen Ansätze bringen keine Verbesserung bei dieser Aufgabe. Die Arbeitszahl ist ebenfalls beim LQ-MPC-Regler am Höchsten. Die Betriebskosten sind bei 2-Punkt- und LQ-MPC-Regler gleich, die anderen Regler heizen teurer.

## 8. Vergleich der Regler

Tab. 8.12.: Jahressimulation mit Sperrzeiten, energieoptimal

	2-Punkt	LQ-MPC	MPC mit Beschr.	MPPWC
Mittelwert $T_R$ (K):	20.02	20.08	20.08	20.03
Standardabweichung $T_R$ (K):	0.21	0.16	0.14	0.16
Wärmeenergie $Q_{WP}$ (kWh):	18998.26	19102.71	19108.33	19028.12
elektr. Energie $E_{WP}$ (kWh):	5301.21	5268.99	5302.85	5346.49
Jahresarbeitszahl (-):	3.58	3.63	3.60	3.56
Anteil Niedertarifstrom (%):	57.62	56.72	54.93	54.16
Stromkosten (Fr.):	754.80	754.94	769.30	779.73
Anzahl Einschaltungen (-):	2257	2094	2771	1152

### 8.2.6. Zusammenfassung der Simulationsergebnisse

- Die Schwankungen in der Raumtemperatur und deren Abweichung vom Sollwert sind bei allen Reglern und in allen Simulationen gering. Da diese Werte bei den MPC-Reglern besser sind als beim 2-Punkt-Regler, wird der Komfort sicher nicht geschmälert.
- Die Kostenoptimierung ist für den Betreiber einer Wärmepumpe die interessantere Variante. Für diesen Einsatz eignet sich der MPC-Regler mit Beschränkungen – knapp gefolgt vom MPPWC-Regler – am Besten. Kosteneinsparungen bis 13% gegenüber dem 2-Punkt-Regler sind möglich.
- Der 2-Punkt-Regler arbeitet mit der verwendeten Einstellung mit einer hohen Arbeitszahl und daher energieeffizient. Durch die geringe Empfindlichkeit der Arbeitszahl auf Schwankungen der Laufzeit und die gute Einstellung des 2-Punkt-Reglers erbringen die MPC-Regler nur Einsparungen von bis zu 3% beim Verbrauch von elektrischer Energie.
- Der MPPWC-Regler brachte im Vergleich mit den anderen MPC-Regler mit den verwendeten Gewichtungsfaktoren trotz grösstem technischen Aufwand keine relevanten Verbesserungen.

# 9

## Erprobung an einer realen Anlage

Im Rahmen des BfE-Projektes *Pulsbreitenmodulation für Kleinwärmepumpenanlagen* [6, 7] wurde die LQ-MPC-Regelung in einer handelsüblichen Wärmepumpe integriert und in der Referenzanlage (Kapitel 3.1) getestet. Dieses Kapitel beschreibt die Implementierung und die Testergebnisse.

### 9.1. Implementierung des Reglers

#### 9.1.1. Einbindung des Reglers

Um das Verhalten der MPC-Regelung in einer realen Anlage testen zu können, musste die Regelungs-Software der in der Referenzanlage eingebauten Wärmepumpe abgeändert werden. Die Softwarestruktur des originalen Wärmepumpenreglers *CD50* der Firma SA-TAG Thermotechnik AG, Arbon, bot die Möglichkeit, die Optimierung des Wärmebedarfs als zusätzliches Modul einzubinden. Dadurch blieb gewährleistet, dass die sicherheits- und überwachungsrelevanten Funktionen im Originalzustand verbleiben und nicht neu programmiert werden müssen. Auch die Abtau- und Anfahrsteuerungen wurden unverändert übernommen.

## 9. Erprobung an einer realen Anlage

Die Programmstruktur des CD50 ist so aufgebaut, dass das Hauptprogramm jede Sekunde alle Unterprogramme anstößt und diese selbständig entscheiden müssen, ob sie etwas zu berechnen haben oder nicht. Verbunden mit der Rechenleistung des verwendeten Motorola-Mikroprozessors mit einer Taktfrequenz von 10 MHz erlaubt dies keine Online-Optimierung. Daher kam für eine Implementierung nur der LQ-MPC-Ansatz (Kapitel 6.1) in Frage.

Damit die Integration funktioniert, wurden folgende Schnittstellen definiert:

- Aussentemperatur  $T_A$ , Vorlauftemperatur  $T_{VL}$ , Rücklauftemperatur  $T_{RL}$ , Sollwert der Raumtemperatur  $T_{R,soll}$  sowie die binären Signale *Kompressor ein*, *Abtauen*, *Niedertarif* und *Sperrzeit* als Eingänge ins Reglermodul
- *Anzahl Kompressoren ein* als Reglermodul Ausgang

Zusätzlich wurde die Möglichkeit geschaffen, verschiedene interne Werte zur Kontrolle auf dem *CD50*-eigenen Display anzeigen zu können.

### 9.1.2. Erweiterungen des Reglers

Durch die Einbindung in die Reglerstruktur des *CD50* sind gegenüber dem in Kapitel 6.1 beschriebenen Algorithmus einige Erweiterungen nötig. Diese werden im Folgenden erläutert. Der Code des Reglermoduls ist in Anhang C aufgelistet.

Die Eingänge Aussentemperatur  $T_A$ , Vorlauftemperatur  $T_{VL}$  und Rücklauftemperatur  $T_{RL}$  werden für den LQ-MPC-Regler benötigt, um das optimale Stellsignal berechnen zu können. Die Solltemperatur des Gebäudes kann beim *CD50* direkt eingestellt werden. Diese Möglichkeit bleibt durch das Einlesen des eingegebenen Wertes für  $T_{R,soll}$  bei der LQ-MPC-Variante erhalten.

Durch die übergeordnete Abtau- und Anfahrtsteuerung ist es nicht gegeben, dass die Wärmepumpe immer läuft, wenn der Ausgang *Anzahl Kompressoren ein* auf 1 gesetzt ist. Über den Eingang *Kompressor ein* wird daher überwacht, ob die Wärmepumpe wirklich läuft. Da bei einem Abtauvorgang der Kompressor läuft, aber keine

nutzbare Wärme erzeugt wird, wird auch der Eingang *Abtauen* verarbeitet. Nur wenn nutzbare Wärme erzeugt wird, wird diese unter Verwendung der Bruttowärmeleistung aufintegriert. Somit wird eine bessere Schätzung der abgegebenen Wärme erreicht.

Die Eingänge *Niedertarif* und *Sperrzeit* können für eine automatische Anpassung der Niedertarif- und Sperrzeiten genutzt werden. Da die Niedertarifstruktur für das Referenzgebäude bekannt und konstant ist und die Wärmepumpe den Strom nicht zum Wärmepumpentarif, dafür ohne Sperrzeiten bezieht, wurden diese Funktionen deaktiviert.

Der Regler *CD50* ist für den Betrieb mit mehreren Wärmepumpen ausgelegt. Das originale Reglermodul setzt in der Variable *Anzahl Kompressoren ein*, wieviele Wärmepumpen laufen sollen. Eine übergeordnete Steuerung entscheidet dann, welche der Wärmepumpen aktiviert wird. Wird mit dem Regler nur eine Wärmepumpe angesteuert, so werden nur die Werte *1* für *Wärmepumpe ein* oder *0* für *Wärmepumpe aus* ausgegeben. Beim LQ-MPC-Reglermodul wird nun der Ausgang der Pulsbreitenmodulation auf diese Variable gelegt.

### 9.1.3. Einstellungen

Die Bestimmung des aktuell abgegebenen Wärmestroms und der Beobachter für die Raumtemperatur wird jede Minute neu abgearbeitet. Ebenso wird die Pulsbreitenmodulation zur Bestimmung des Ausgangssignals jede Minute gerechnet. Die Optimierung des Wärmebedarfs findet alle zwei Stunden statt, die Periode beginnt zu allen geraden Stunden. Somit kann der Beginn des Niedertarifs an den Wochentagen (22 Uhr) ausgenützt werden. Das Ende des Niedertarifs fällt auf 7 Uhr. Da – falls notwendig – immer zu Beginn einer Periode geheizt wird, wird mindestens die Hälfte dieser Periode mit billigem Strom geheizt. Am Samstag beginnt der Niedertarif schon um 13 Uhr. Diese ganze Periode (12 - 14 Uhr) wird für die Optimierung noch als Hochtarif betrachtet. Da für den Rest des Samstags und den ganzen Sonntag Strom zum Niedertarif angeboten wird, fällt das Auslassen dieser einen Stunde nicht ins Gewicht.

Die Rechenleistung des verwendeten Prozessors ist, wie oben be-

## 9. Erprobung an einer realen Anlage

geschrieben, knapp. Deshalb musste der LQ-MPC-Algorithmus in zeitlich definiert ablaufende Abschnitte unterteilt werden.

Die Bestimmung des abgegebenen Wärmestroms, der Beobachter und die Pulsbreitenmodulation erfordern keine grossen Rechenoperationen und belasten den Prozessor nur wenig.

Bei der Optimierung des Wärmebedarfs ist dies anders. Der alle zwei Stunden ablaufende Teil muss in verschiedene Teilschritte aufgeteilt werden. Der erste Teil beinhaltet die Prädiktion der Aussen-temperatur, des COP der Wärmepumpe und der Gewichtungsfaktoren (6.19) für die aktuelle Periode. Die Berechnung von (6.7) und (6.9) erfolgt für jedes  $k = N - 1 \dots 0$  in einem eigenen Abschnitt. Der Wärmebedarf für die aktuelle Periode (6.6) wird in einem letzten Teil berechnet.

Dadurch entstehen für die Optimierung  $N + 2$  Teilschritte, die nacheinander abgearbeitet werden, ohne den Prozessor zu überlasten.

## 9.2. Messergebnisse

Der LQ-MPC-Regler wurde in der Heizsaison 2000/2001 ein erstes Mal im Einsatz getestet und nach Verbesserungen zwei weitere Male in der Heizsaison 2001/2002. Dabei war die Heizung wie folgt eingestellt:

- Die Solltemperatur wurde von den Benutzern auf  $22^\circ\text{C}$  eingestellt.
- Es wurde ein kostenoptimaler Betrieb gewünscht.
- Die Wärmepumpe wurde ohne Spezialtarif und damit ohne Sperrzeiten betrieben.
- Die Heizleistung wurde während den Messungen zu 67% über die Heizkörper und 33% über die Fussbodenheizung verteilt.

Gemessen wurden neben der Referenzraumtemperatur im Wohnzimmer auch die Raumtemperatur im Büro, welches durch seine

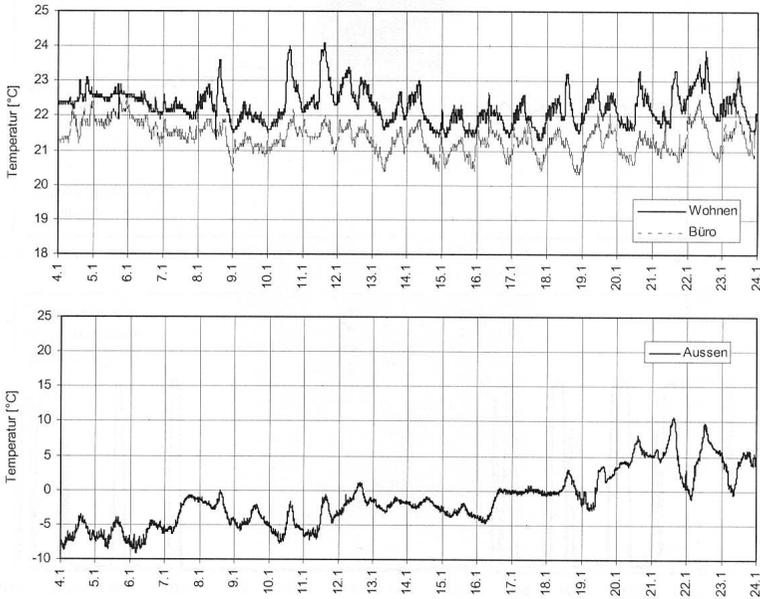


Abb. 9.1.: Messresultate Januar 2002

Ausrichtung nach Norden keiner direkten Sonnenstrahlung ausgesetzt ist. Dadurch lässt sich der Einfluss der Strahlung auf die Raumtemperatur gut beurteilen (Vergleiche Kapitel 4.2).

### 9.2.1. Januar 2002

Im Januar 2002 konnte der LQ-MPC-Regler bei sehr kalten Bedingungen getestet werden. Die Verläufe der Aussentemperatur sowie der Raumtemperaturen in Wohnzimmer und Büro sind in Abbildung 9.1 zu sehen.

Zu Beginn liegen die Tagestemperaturen bei etwa  $-5\text{ °C}$  und steigen im Verlauf der drei Wochen auf  $5\text{ °C}$  an. Die Raumtemperatur im Wohnzimmer liegt sehr gut beim Sollwert von  $22\text{ °C}$ , die Temperatur im Büro etwas darunter. Die Temperaturspitzen im Wohnzim-

## 9. Erprobung an einer realen Anlage

mer am 10. und 11. Januar sind Auswirkungen der Sonnenstrahlung, da diese im Büro nicht erkennbar sind.

Abbildung 9.2 zeigt die Verläufe am 5. Januar bei Aussentemperaturen bis  $-8^{\circ}\text{C}$ . Die Verläufe der Raumtemperaturen sind sehr konstant, wie es ohne Sonnenstrahlung und bei fast konstanter Aussentemperatur erwartet wird. Der unterste Verlauf zeigt die gemessene Wärmeleistung der Wärmepumpe. Da es sehr kalt ist, heizt die Wärmepumpe fast durch. Die Unterbrechungen sind durch die Abtausteuerng verursacht. Nur die Unterbrechungen um 18 und 20 Uhr werden durch die kostenoptimale Auslegung der Regelung verursacht.

Beim negativen Ausreisser in der Raumtemperatur des Wohnzimmers zwischen 17 und 18 Uhr handelt es sich um einen Messfehler.

### 9.2.2. März 2002

In diesen zwei Märzwochen lag die mittlere Aussentemperatur zu Beginn bei  $3^{\circ}\text{C}$ , gegen Ende bei  $10^{\circ}\text{C}$ , mit Tageshöchstwerten von  $18^{\circ}\text{C}$  (Abbildung 9.3). Auffallend sind die zahlreichen Tage mit Sonnenschein, welcher sich wieder in den unterschiedlichen Temperaturverläufen in Wohnzimmer und Büro äussert. Trotz der starken Schwankungen in der Aussentemperatur sind die Raumtemperaturen – abgesehen von den Strahlungsspitzen – relativ konstant und halten den Sollwert gut ein.

Der Verlauf der Heizleistung in Abbildung 9.4 zeigt, wie gut die Optimierung die Niedertarifphase ausnutzt. Nur gegen Abend wird noch wenig in der Hochtarifphase geheizt, um ein zu starkes Abfallen der Raumtemperatur zu verhindern. Die grosse Differenz zwischen den Verläufen der beiden gemessenen Raumtemperaturen ergibt sich aus der starken Sonneneinstrahlung während der Messperiode. Wie schon bei den Simulationsresultaten fängt der Regler diese ungemessene Störung ab, soweit dies ohne aktive Kühlung möglich ist.

Generell zeigen diese Messungen, dass die LQ-MPC-Methode auch im realen Einsatz sehr gute Resultate ergibt.

Im Projekt *Pulsbreitenmodulation für Kleinwärmepumpen* wurden auch verschiedene kennlinienbasierte Reglerentwürfe an der Referenzanlage getestet. Die Resultate sind in [7] aufgeführt.

## 9.2. Messergebnisse

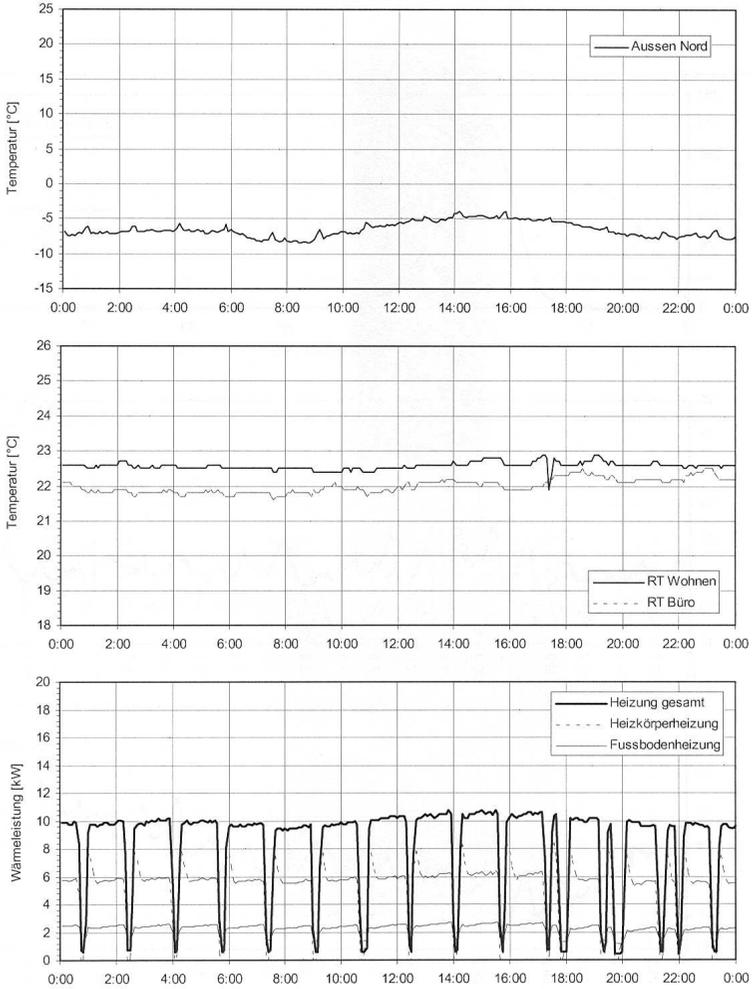


Abb. 9.2.: 5. Januar 2002

## 9. Erprobung an einer realen Anlage

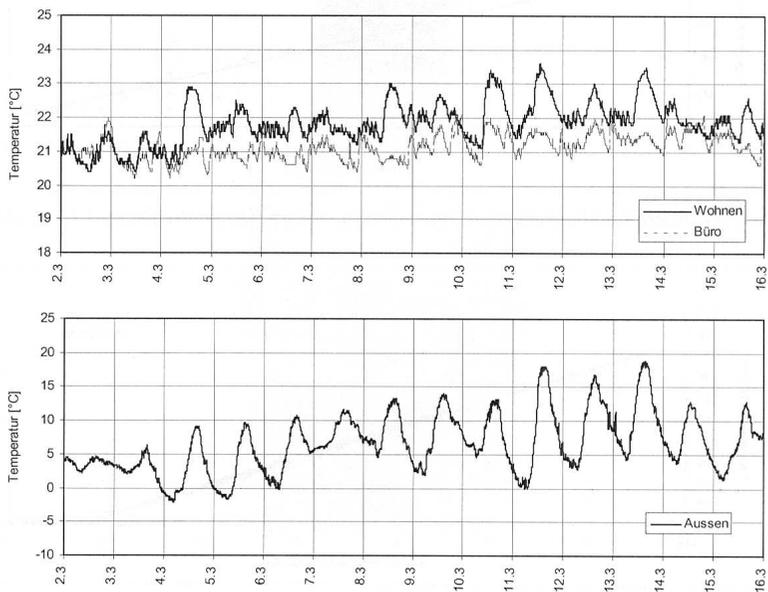


Abb. 9.3.: Messresultate März 2002

## 9.2. Messergebnisse

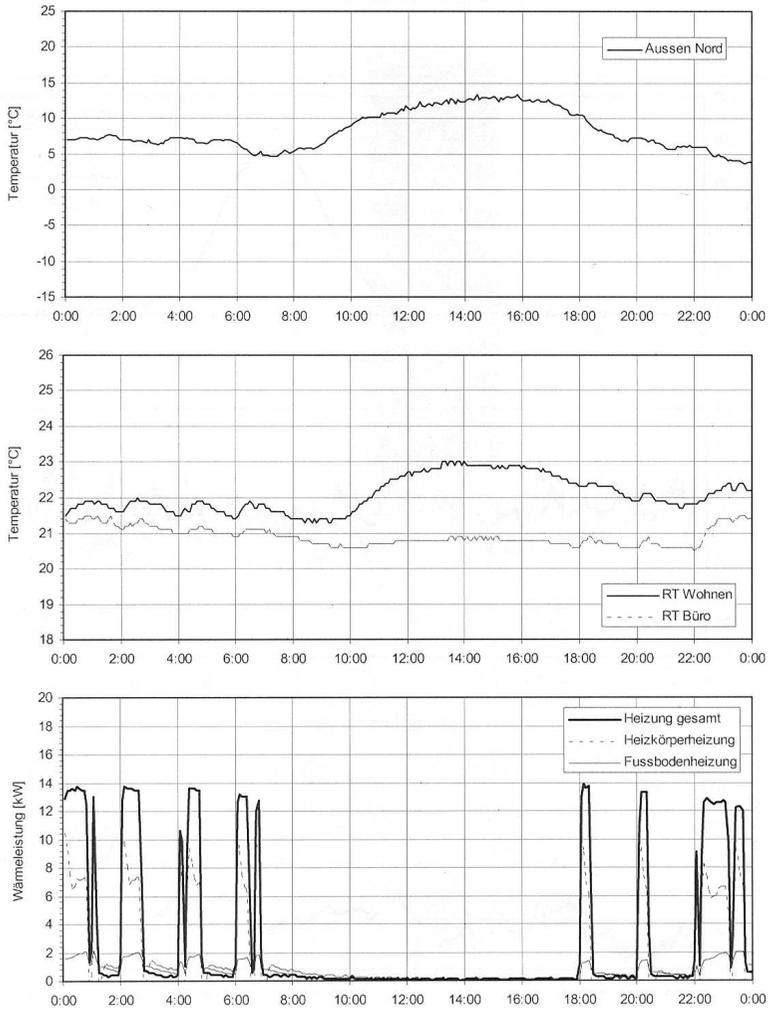


Abb. 9.4.: 8. März 2002



# 10

## Schlussfolgerungen

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst und die daraus entstandenen neuen, weiterführenden Fragen aufgeführt.

### 10.1. Zusammenfassung

In Rahmen dieses Projektes wurde die Anwendbarkeit der *Model Predictive Control*-Theorie auf die Regelung einer Wärmepumpenanlage in einem Einfamilienhaus untersucht. Dabei soll eine Wärmepumpe je nach Wunsch kosten- oder energieoptimal betrieben werden. Um dies zu erreichen, sind der Stromtarif, die Sperrzeiten und eine Wetterprognose einzubeziehen.

Anhand eines einfachen linearen Modells des Gebäudes und eines ebenfalls einfachen, aber nichtlinearen Modells der Wärmepumpe wurden drei verschieden komplexe Regelalgorithmen entwickelt und ihr Verhalten in Simulationen und beim einfachsten Algorithmus auch in der Realität getestet.

Der einfachste Reglerentwurf (LQ-MPC) trennt die Optimierung des Wärmebedarfs und der Wärmeproduktion. Die Optimierung des Wärmebedarfs basiert auf der LQ-Folgeregelungstheorie und erlaubt eine geschlossene Lösung des Problems, aber keine Einbindung von Grenzwerten für den Wärmebedarf. Die Optimierung der Wärmeerzeugung erfolgt offline anhand des dynamischen Verhaltens der

## 10. Schlussfolgerungen

Wärmepumpe und arbeitet mit einer daraus bestimmten festen Periodendauer für die Pulsbreitenmodulation.

Damit der Regler keine Wärmeströme fordert, welche die Wärmepumpe nicht liefern kann, und damit auch kein Kühlen verlangt wird, wurde ein zweiter Algorithmus (MPC mit Beschränkungen) hergeleitet. Dieser berücksichtigt die physikalisch gegebenen Grenzen durch die Verwendung einer Online-Optimierung. Die Optimierung der Wärmeerzeugung erfolgt wieder offline, nur wird durch die Verwendung der optimalen Laufzeiten der Wärmepumpe in Abhängigkeit der Aussentemperatur eine bessere Anpassung an die aktuellen Zustände bei der Anlage erreicht.

Um die Zweiteilung der Optimierung zu vermeiden, wurde ein dritter Algorithmus (MPPWC) entwickelt, welcher direkt die optimalen Ein- und Ausschaltzeiten der Anlage bestimmt. Dadurch wird der tatsächliche Zustand der Anlage in die Optimierung einbezogen.

In den Simulationen haben alle drei Entwürfe zum Teil deutlich besser abgeschnitten als der als Referenz wirkende 2-Punkt-Regler. Durch die Berücksichtigung von Wettervorhersagen, Sperrzeiten und Stromtarifverläufe werden zukünftige Ereignisse besser ausgenutzt und ausgegletet. Bei den Jahressimulationen wurden so Kosteneinsparungen von bis zu 13% und Energieeinsparungen bis 3.5% erreicht.

Vor allem bei der Kostenoptimierung ergeben sich mit den online-optimierenden Varianten bessere Ergebnisse als mit dem LQ-MPC-Regler. Hier zahlt sich der grössere numerische Aufwand aus. Bei der Energieoptimierung ist jedoch die LQ-MPC-Variante leicht überlegen. Die erhofften Verbesserungen durch den Einsatz des MPPWC haben sich nicht eingestellt. Trotz grossem numerischem Aufwand sind die Resultate nicht relevant besser als bei den anderen MPC-Reglern.

Der LQ-MPC-Regler wurde in einer Wärmepumpe implementiert und in einem bewohnten Einfamilienhaus eingesetzt. Dabei hat sich gezeigt, dass dieser Algorithmus auch in der Realität die Anforderungen erfüllt.

## 10.2. Ausblick

Dieses Projekt ist ein erster Schritt auf dem Weg zum kommerziellen Einsatz von MPC-Reglern in Wärmepumpenanlagen. Gerade weil die Resultate ermutigend sind, bleibt noch viel zu tun.

- Die Abtaststeuerung (siehe [9]) und eventuell die Warmwasseraufbereitung müssen in die Optimierung einbezogen werden.
- Wie sensitiv sind die Parametereinstellungen auf verschiedene Gebäude? Gibt es Standardeinstellungen, die überall gültig sind? Oder muss die Parameter für jeden Aufstellort neu bestimmt werden?
- Um das in den Reglern verwendete Modell an ein reales Gebäude anzupassen, müssen vor dem Einsatz der Regler Messungen über eine längere Zeit an dem Gebäude vorgenommen werden. Interessant wäre es, wenn sich der Regler – ausgehend von einer Standardeinstellung – selber an das Gebäude adaptiert. Dadurch würden auch langsame Änderungen am Gebäude mitberücksichtigt.
- Bei den heute erhältlichen Mikroprozessoren ist es kein Problem mehr, eine Online-Optimierung zu implementieren. Zusammen mit einer Fehlerdiagnose [25] ergäbe dies einen leistungsstarken Wärmepumpenregler.

Wird auf diese Fragen und Anregungen eine Lösung gefunden, so sind die Chancen vorhanden, dass eines Tages kommerzielle Wärmepumpen mit MPC-Reglern für guten Komfort bei tiefen Betriebskosten sorgen.



# A

## Einbindung einer externen Wetterprognose

Die Schwierigkeit beim Einbinden einer externen Wetterprognose in den Regelungsalgorithmus liegt beim Transport der Daten zum Regler. Kann dieser auf die Daten zugreifen, werden sie gleich wie die Vorhersage der internen Prognose behandelt.

Um den Transport zu ermöglichen, muss der Regler mit dem Prognosenlieferant in Kontakt treten können. Dies kann auf verschiedene Weise geschehen. Naheliegender ist die Anbindung des Reglers ans Internet. Mit den heute verfügbaren Breitbandanschlüssen (ADSL, Fernsehkabel) ist dies kein Problem. Typischerweise sind jedoch am Standort der Wärmepumpe (Keller) weder Telefon- noch Fernsehanschluss vorhanden. Soll eine Installation dieser Anschlüsse vermieden werden, so kann eine drahtlose Verbindung verwendet werden, wie sie in Notebooks immer mehr zum Einsatz kommt. Sollte der Internetzugang über das Stromnetz möglich werden, ist ein Anschluss direkt am Standort möglich, da die Wärmepumpe mit Strom betrieben wird und daher eine Steckdose in der Nähe sein muss.

Eine andere Möglichkeit ist der Anschluss des Reglers ans Funktelefonnetz. Die Übertragung der Daten kann dann zum Beispiel über SMS (short message service) erfolgen.

Von Vorteil wäre es, wenn ein standardisiertes Übertragungsprotokoll definiert würde. Dadurch könnten ohne spezielle Anpassungen

## A. Einbindung einer externen Wetterprognose

alle Anlagen, welche mit dieser Funktion ausgerüstet sind, die Daten von verschiedenen Prognoseanbietern verarbeiten.

Der Anschluss an die Aussenwelt hat den zusätzlichen Vorteil, dass auch eine Übermittlung von Daten zum Hersteller der Wärmepumpe ermöglicht wird und damit Ferndiagnose und -wartung machbar sind. Ein Nachteil ergibt sich aus der Vernetzung der Wärmepumpe: Sie könnte von Viren befallen werden. Es ist zu hoffen, dass dieser Fall nur hypothetischer Natur ist.

# B

## Zeitdiskretes Folgeregelungsproblem mit Störeingang

Für die zeitdiskrete, lineare, zeitinvariante Strecke (B.1) mit dem Stellgrössenvektor  $u_k$  und dem Störgrössenvektor  $v_k$  soll das quadratische Gütekriterium (B.2) minimiert werden.

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= F \cdot x_k + G_u \cdot u_k + G_v \cdot v_k \\x(0) &= x_0 \\y_k &= H \cdot x_k\end{aligned}\tag{B.1}$$

$$\begin{aligned}J(u) &= \frac{1}{2} (z_N - y_N)^T Q_N (z_N - y_N) \\&\quad + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \left[ (z_k - y_k)^T Q_k (z_k - y_k) + u_k^T R_k u_k \right]\end{aligned}\tag{B.2}$$

Der Sollwert der Ausgangsgrösse  $z_k$  und die Gewichtungsfaktoren  $Q_k$  und  $R_k$  können zeitvariabel sein.

## B. Zeitdiskretes Folgeregelungsproblem mit Störeingang

Die Hamiltonsche Funktion  $\mathcal{H}_k$  dieses optimalen Regelungsproblems lautet

$$\mathcal{H}_k = \frac{1}{2} (z_k - y_k)^T Q_k (z_k - y_k) + \frac{1}{2} u_k^T R_k u_k + \lambda_{k+1}^T (F x_k + G_u u_k + G_v v_k) \quad (\text{B.3})$$

Die notwendigen Bedingungen für die optimale Lösung des Problems sind gemäss [18]

$$\frac{\partial \mathcal{H}_k}{\partial u_k} = R_k u_k + G_u^T \lambda_{k+1} = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}_k}{\partial x_k} = \lambda_k = H^T Q_k H x_k - H^T Q_k z_k + F^T \lambda_{k+1} \quad (\text{B.5})$$

$$\lambda_N = H^T Q_N H x_N - H^T Q_N z_N \quad (\text{B.6})$$

Aus (B.4) ergibt sich das optimale Steuergesetz

$$u_k = -R_k^{-1} G_u^T \lambda_{k+1} \quad (\text{B.7})$$

Der Ansatz für den Lagrangemultiplikator  $\lambda_k$  lautet

$$\lambda_k = P_k x_k - w_k \quad (\text{B.8})$$

Durch Einsetzen von (B.7) und (B.8) in (B.1) erhält man

$$x_{k+1} = F x_k + G_u R_k^{-1} G_u^T (P_{k+1} x_{k+1} - w_{k+1}) + G_v v_k \quad (\text{B.9})$$

Wird Gleichung (B.9) nach  $x_{k+1}$  aufgelöst, so ergibt sich daraus

$$x_{k+1} = (I + G_u R_k^{-1} G_u^T P_{k+1})^{-1} [F x_k + G_u R_k^{-1} G_u^T w_{k+1} + G_v v_k] \quad (\text{B.10})$$

Mit (B.8) und (B.10) kann (B.5) in (B.11) überführt werden.

$$\begin{aligned} P_k x_k - w_k &= \left[ H^T Q_k H + F^T P_{k+1} (I + G_u R_k^{-1} G_u^T P_{k+1})^{-1} F \right] x_k \\ &+ \left[ F^T P_{k+1} (I + G_u R_k^{-1} G_u^T P_{k+1})^{-1} G_u R_k^{-1} G_u^T - F^T \right] w_{k+1} \\ &+ F^T P_{k+1} (I + G_u R_k^{-1} G_u^T P_{k+1})^{-1} G_v v_k - H^T Q_k z_k \quad (\text{B.11}) \end{aligned}$$

(B.11) kann in einen von  $x_k$  abhängigen und einen davon unabhängigen Teil aufgespalten werden. Für den ersten Teil ergibt sich die Matrix-Riccatti-Differenzgleichung

$$P_k = H^T Q_k H + F^T P_{k+1} (I + G_u R_k^{-1} G_u^T P_{k+1})^{-1} F \quad (\text{B.12})$$

Mit Hilfe des Matrix-Inversionslemmas (B.13) kann der zu invertierende Klammerausdruck in (B.12) gemäss (B.14) umgeformt werden.

$$(M + LNR)^{-1} = M^{-1} - M^{-1}L(N^{-1} + RM^{-1}L)^{-1}RM^{-1} \quad (\text{B.13})$$

$$(I + G_u R_k^{-1} G_u^T P_{k+1})^{-1} = I - G_u (R_k + G_u^T P_{k+1} G_u)^{-1} G_u^T P_{k+1} \quad (\text{B.14})$$

Damit erhält man aus (B.12) für  $P_k$  die Gleichung (B.15). Den Endwert (B.16) erhält man aus (B.8).

$$P_k = H^T Q_k H + F^T P_{k+1} F - F^T P_{k+1} G_u (R_k + G_u^T P_{k+1} G_u)^{-1} G_u^T P_{k+1} F \quad (\text{B.15})$$

$$P_N = H^T Q_N H \quad (\text{B.16})$$

Die von  $x_k$  unabhängige Führungsgrösse  $w_k$  ist gegeben durch

$$w_k = \left[ F^T - F^T P_{k+1} (I + G_u R_k^{-1} G_u^T P_{k+1})^{-1} G_u R_k^{-1} G_u^T \right] w_{k+1} - F^T P_{k+1} (I + G_u R_k^{-1} G_u^T P_{k+1})^{-1} G_u v_k + H^T Q_k z_k \quad (\text{B.17})$$

Durch Anwenden des Matrix-Inversionslemmas (B.13) erhält man (B.18). Der Endwert (B.19) ergibt sich auch hier aus (B.6).

$$w_k = \left[ F^T - F^T (P_{k+1} - P_{k+1} G_u [R_k + G_u^T P_{k+1} G_u]^{-1} \cdot G_u^T P_{k+1}) G_u R_k^{-1} G_u^T \right] w_{k+1} + H^T Q_k z_k - F^T (P_{k+1} - P_{k+1} G_u [R_k + G_u^T P_{k+1} G_u]^{-1} G_u^T P_{k+1}) G_u v_k \quad (\text{B.18})$$

B. Zeitdiskretes Folgeregelungsproblem mit Störeingang

$$w_N = H^T Q_N z_N \quad (\text{B.19})$$

Zur Bestimmung des optimalen Steuervektors (B.7) wird (B.8) in (B.5) eingesetzt und nach  $\lambda_{k+1}$  aufgelöst.

$$\lambda_{k+1} = (F^T)^{-1} [(P_k - H^T Q_k H) x_k + H^T Q_k z_k - w_k] \quad (\text{B.20})$$

(B.20) eingesetzt in (B.7) ergibt den gesuchten optimalen Steuervektor

$$u_k = -R^{-1} G_u^T (F^T)^{-1} [(P_k - H^T Q_k H) x_k - (w_k - H^T Q_k z_k)] \quad (\text{B.21})$$

Die Lösung des in (B.1) und (B.2) definierten Optimierungsproblems ist somit gegeben durch (B.15) und (B.18) und (B.21) mit den Endwerten (B.16) und (B.19).

# C

## Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

### C.1. observer.h

Dieses File enthält die Modelldaten für den Beobachter.

```
/* ----- */
/* Definition der Systemmatrizen */
/* ----- */

/* F-Matrix des Systems */
#define A_MAT_OBS
    {9.8894335714e-001, 8.3356976378e-003, 2.7208789729e-003,
     3.1433915792e-003, 5.5315829679e-001, 4.4368128037e-001,
     5.6550014368e-005, 2.4453333354e-002, 9.7542161462e-001}
#define A_MAT_OBS_M    3
#define A_MAT_OBS_N    3

/* G-Matrix des Systems */
#define B_MAT_OBS
    {6.6248476407e-008, 1.5822729006e-005,
     1.7031252787e-005, 2.7524921149e-008,
     6.8502007860e-005, 3.1546893527e-010}
#define B_MAT_OBS_M    3
#define B_MAT_OBS_N    2
```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
/* H-Matrix des Systems */
#define C_MAT_OBS
    {1.0000000000e+000, 0.0000000000e+000, 0.0000000000e+000}
#define C_MAT_OBS_M    1
#define C_MAT_OBS_N    3

/* ----- */
/* Definition der Beobachterrueckfuhrmatrix */
/* ----- */

/* L-Matrix des Systems */
#define L_MAT_OBS
    {1.8281150066e-003,
     1.9669297176e-003,
     1.9677180718e-003}
#define L_MAT_OBS_M    3
#define L_MAT_OBS_N    1

/* ----- */
/* Definition der Zeitparameter */
/* ----- */

#define TSTEP_PBM      60

/* ----- */
/* Definition der Startwerte */
/* ----- */

/*Startwerte der Zustandsgroessen (T_RL, T_B, T_R) */
#define X0_MAT_OBS    {298.0, 297.0, 293.0}
#define X_MAT_OBS_M    3
#define X_MAT_OBS_N    1
```

```

/* ----- */
/* Definition der Eingangsgroessen */
/* ----- */

#define UI_MAT_OBS_M    2
#define UI_MAT_OBS_N    1

```

## C.2. lq.h

Dieses File enthält die Modelldaten für den LQ-MPC-Algorithmus.

```

/* ----- */
/* Definition der Systemmatrizen */
/* ----- */

/* F-Matrix des Systems */
#define A_MAT
    {2.7243923563e-001, 4.2185014277e-002, 6.8195782436e-001,
      1.5907968884e-002, 5.0953212061e-002, 9.2546880509e-001,
      1.4173627401e-002, 5.1006878588e-002, 9.2701260099e-001}
#define A_MAT_M    3
#define A_MAT_N    3

/* transponierte F-Matrix des Systems */
#define AT_MAT
    {2.7243923563e-001, 1.5907968884e-002, 1.4173627401e-002,
      4.2185014277e-002, 5.0953212061e-002, 5.1006878588e-002,
      6.8195782436e-001, 9.2546880509e-001, 9.2701260099e-001}
#define AT_MAT_M    3
#define AT_MAT_N    3

/* invertierte transponierte F-Matrix des Systems */
#define ATI_MAT
    {3.8247986437e+000, 6.4457064707e-002, -6.5644818620e-002,
      -1.3910026550e+000, 5.9271958019e-003, 5.6028465110e-001,
      -1.4260784688e+000, 5.5312400744e-003, 5.6445109841e-001}
#define ATI_MAT_M    3

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
#define ATI_MAT_N      3

/* Gu-Matrix des Systems, welche die Stellgroesse */
/* beruecksichtigt */
#define BU_MAT
    {1.0625021149e-003,
     2.3129594369e-005,
     1.6275836868e-005}
#define BU_MAT_M      3
#define BU_MAT_N      1

/* transponierte Gu-Matrix des Systems */
#define BUT_MAT
    {1.0625021149e-003, 2.3129594369e-005, 1.6275836868e-005}
#define BUT_MAT_M      1
#define BUT_MAT_N      3

/* Gv-Matrix des Systems, welche die Stoergroesse */
/* beruecksichtigt */
#define BV_MAT
    {3.4179257422e-003,
     7.6700139625e-003,
     7.8068930251e-003}
#define BV_MAT_M      3
#define BV_MAT_N      1

/* transponierte Gv-Matrix des Systems */
#define BVT_MAT
    {3.4179257422e-003, 7.6700139625e-003, 7.8068930251e-003}
#define BVT_MAT_M      1
#define BVT_MAT_N      3

/* H-Matrix des Systems */
#define C_MAT
    {0.0000000000e+000, 0.0000000000e+000, 1.0000000000e+000}
#define C_MAT_M      1
#define C_MAT_N      3

/* transponierte H-Matrix des Systems */
#define CT_MAT
```

```

    {0.0000000000e+000,
      0.0000000000e+000,
      1.0000000000e+000}
#define CT_MAT_M      3
#define CT_MAT_N      1

/* ----- */
/* Definition der Reglerparameter */
/* ----- */

/* Praediktionshorizont */
#define CONTROLLERSTEPS      12
#define CONTROLLERSTEPsize  7200
#define MODULO_LQ            2
#define STARTSHIFT          0

/* Gewichtungsvektor Q des Guetekriteriums */
#define Q_MAT
    {1.0000, 1.0000, 1.0000, 1.0000, 1.0000, 1.0000,
     1.0000, 1.0000, 1.0000, 1.0000, 1.0000, 1.0000}
#define Q_MAT_M      12
#define Q_MAT_N      1

/* Gewichtungsvektor R des Guetekriteriums */
#define R_MAT
    {0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.0001,
     0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.0001, 0.0001}
#define R_MAT_M      12
#define R_MAT_N      1

/* Sperrzeitenvektor */
#define SPERRZEIT_VEC
    {1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
     1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
     1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
     1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
     1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
     1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
#define SPERRZEIT_MAT_M      84
#define SPERRZEIT_MAT_N      1
#define SPERRZEIT_UPDATE    0

/* Niedertarifvektor */
#define NIEDERTARIF_VEC
    {1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1,
     1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1,
     0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0,
     0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0,
     0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1,
     1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1}
#define NIEDERTARIF_MAT_M    84
#define NIEDERTARIF_MAT_N    1
#define NIEDERTARIF_UPDATE    0

/* Tarifverhaeltnis */
#define TARIFVERHAELTNIS      0.47

/* ----- */
/* Definition der Startwerte */
/* ----- */

/*Startwerte der Zustandsgroessen (T_RL, T_B, T_R) */
#define X_MAT_M      3
#define X_MAT_N      1
/* Startwert der Aussentemperatur */
#define TL_MAT
    {2.7300000000e+002, 2.7300000000e+002, 2.7300000000e+002,
     2.7300000000e+002, 2.7300000000e+002, 2.7300000000e+002,
     2.7300000000e+002, 2.7300000000e+002, 2.7300000000e+002,
     2.7300000000e+002, 2.7300000000e+002, 2.7300000000e+002,
     2.7300000000e+002}
#define TL_MAT_M      13
#define TL_MAT_N      1
#define TL_SHIFT      1
/* Startwert der Praediktion der Aussentemperatur */
#define V_MAT_M      12
```

```

#define V_MAT_N      1
/* Startwert fuer die Rueckwaertsintegration von wk */
#define WK_MAT_M     3
#define WK_MAT_N     1
/* Startwert fuer die Rueckwaertsintegration von Pk */
#define PK_MAT_M     3
#define PK_MAT_N     3

/* ----- */
/* Definition des Waermepumpendaten */
/* ----- */

#define TVL_DEFAULT  308.0

#define WP_TL_MAT
  { 233.0, 266.0, 275.0, 280.0, 283.0, 323.0}
#define WP_TL_MAT_M  6
#define WP_TL_MAT_N  1

#define WP_QPKT_MAT
  {2885.7, 10900.0, 13700.0, 15900.0, 16900.0, 24100.0}
#define WP_QPKT_MAT_M  6
#define WP_QPKT_MAT_N  1

#define WP_QPKT_KORREKTUR 0.0023

#define WP_COP_MAT
  {0.1472, 0.7414, 0.9045, 1.0965, 1.2868, 1.8351}
#define WP_COP_MAT_M  6
#define WP_COP_MAT_N  1

#define WP_RUN_MIN    900.0

/* ----- */
/* Definition einmal berechneter Ausdruecke */
/* ----- */

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
/* H'*Q_k */
#define CQ_MAT
    {0.0000000000e+000,
      0.0000000000e+000,
      1.0000000000e+000}
#define CQ_MAT_M    3
#define CQ_MAT_N    1

/* H'*Q_k*H*/
#define CQC_MAT
    {0.0000000000e+000, 0.0000000000e+000, 0.0000000000e+000,
      0.0000000000e+000, 0.0000000000e+000, 0.0000000000e+000,
      0.0000000000e+000, 0.0000000000e+000, 1.0000000000e+000}
#define CQC_MAT_M    3
#define CQC_MAT_N    3

/* ----- */
/* Definition von Hilfsvariablen */
/* ----- */

#define EYE_MAT
    {1.0000000000e+000, 0.0000000000e+000, 0.0000000000e+000,
      0.0000000000e+000, 1.0000000000e+000, 0.0000000000e+000,
      0.0000000000e+000, 0.0000000000e+000, 1.0000000000e+000}
#define EYE_MAT_M    3
#define EYE_MAT_N    3
```

## C.3. pbm.h

Dieses File enthält die Modelldaten für die Pulsbreitenmodulation.

```
typedef struct
{
    int   Ruecklauftemperatur;    // 1/10 Grad celsius
    int   Bodentemperatur;       // 1/10 Grad celsius
    int   Raumtemperatur;        // 1/10 Grad celsius
```

```

    unsigned int  Waermestrom;           // W
    unsigned int  Waermeenergie_momentan; // Wh
    unsigned int  Waermeenergie_optimal; // Wh
}
MonitorPbm;

extern UCHAR wp_pbm_EINAUS;           // I/O-Signal fuer die WP
                                       // resp. Anzahl Stufen.

extern MonitorPbm PBM_Monitor;

```

## C.4. control2.c

Diese File enthält den Algorithmus für den LQ-MPC-Regler.

```

/* Regler fuer SATAG-Anlage im Haus Geering, Winterthur */
/* Version 1.0 Beta4, 11. 12. 2001 */
/* Beobachter 3. Ordnung */
/* Optimierung 3. Ordnung */
/* Roger Wimmer, IMRT, ETHZ */

#include <stdio.h>

#include "toollib.h" // toolbox definitionen
#include "lcd.h"    // lcd treiber definitionen

#include "cd50head.h" // cd 50 definitionen
#include "cd50parm.h"
#include "cd50bios.h" // bios definitionen
#include "cd50bus.h" // LON - Bus Schnittstelle
#include "cd50main.h" // bios definitionen
#include "cd50text.h" // text definitionen
#include "cd50util.h"
#include "cd50kom.h"

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
#include "observer.h" // Deklaration der Beobachtermvariablen
#include "lq.h"       // Deklaration der Reglervariablen
#include "pbm.h"      // Deklaration der PBM-Variablen

UCHAR wp_pbm_EINAUS = 0;
MonitorPbm PBM_Monitor;

/* ----- */
/* Subfunktion Multiplikation zweier Matrizen */
/* ----- */

void matmult(double Result_value[],
             UCHAR *Result_m,
             UCHAR *Result_n,
             double Matrix1_value[],
             UCHAR Matrix1_m,
             UCHAR Matrix1_n,
             double Matrix2_value[],
             UCHAR Matrix2_m,
             UCHAR Matrix2_n)

{
    static UCHAR idx1;
    static UCHAR idx2;
    static UCHAR idx3;

    for(idx1=0; idx1<Matrix1_m*Matrix2_n; idx1++)
    {
        Result_value[idx1] = 0.0;
    }

    for(idx1=0; idx1<Matrix1_m; idx1++)
    {
        for(idx2=0; idx2<Matrix2_n; idx2++)
        {
            for(idx3=0; idx3<Matrix1_n; idx3++)
            {
                Result_value[idx1*Matrix2_n+idx2]+=

```

```

        Matrix1_value[idx1*Matrix1_n+idx3]*
        Matrix2_value[idx2+idx3*Matrix2_n];
    }
}
}
*Result_m = Matrix1_m;
*Result_n = Matrix2_n;
}

/* ----- */
/* Subfunktion Addition zweier Matrizen. */
/* ----- */

void matadd(double Result_value[],
            UCHAR *Result_m,
            UCHAR *Result_n,
            double Matrix1_value[],
            UCHAR Matrix1_m,
            UCHAR Matrix1_n,
            double Matrix2_value[],
            UCHAR Matrix2_m,
            UCHAR Matrix2_n)

{
    static UCHAR idx1;

    for(idx1=0; idx1<Matrix1_m*Matrix1_n; idx1++)
    {
        Result_value[idx1] =
            Matrix1_value[idx1] + Matrix2_value[idx1];
    }
    *Result_m = Matrix1_m;
    *Result_n = Matrix1_n;
}

/* ----- */
/* Subfunktion Subtraktion zweier Matrizen. */
/* ----- */

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
void matsub(double Result_value[],
            UCHAR *Result_m,
            UCHAR *Result_n,
            double Matrix1_value[],
            UCHAR Matrix1_m,
            UCHAR Matrix1_n,
            double Matrix2_value[],
            UCHAR Matrix2_m,
            UCHAR Matrix2_n)

{
    static UCHAR idx1;

    for(idx1=0; idx1<Matrix1_m*Matrix1_n; idx1++)
    {
        Result_value[idx1] =
            Matrix1_value[idx1] - Matrix2_value[idx1];
    }
    *Result_m = Matrix1_m;
    *Result_n = Matrix1_n;
}

/* ----- */
/* Subfunktion Multiplikation einer Matrize mit einem Skalar */
/* ----- */

void scalmult(double Result_value[],
              UCHAR *Result_m,
              UCHAR *Result_n,
              double Matrix1_value[],
              UCHAR Matrix1_m,
              UCHAR Matrix1_n,
              double Scalar[])

{
    static UCHAR idx1;

    for(idx1=0; idx1<Matrix1_m*Matrix1_n; idx1++)
```

```

    {
        Result_value[idx1] = Matrix1_value[idx1]*Scalar[0];
    }
    *Result_m = Matrix1_m;
    *Result_n = Matrix1_n;
}

/* ----- */
/* Hauptfunktion MPC-Regler fuer Waermepumpenanlagen */
/* ----- */

void controller()
{

/* -----*/
/* Definition Sensorsignale */
/* -----*/

    static double tvl_meas;
    static double trl_meas;
    static double tl_meas;

/* ----- */
/* Definitionen fuer die Berechnung der Waermeleistung */
/* der WP */
/* ----- */

    static double qpkt_wp;
    static double q_wp_min;

/* ----- */
/* Definitionen fuer den Beobachter */
/* ----- */

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
/* Definition der Systemvariablen */
    static double a_obs[A_MAT_OBS_M*A_MAT_OBS_N] = A_MAT_OBS;
    static double b_obs[B_MAT_OBS_M*B_MAT_OBS_N] = B_MAT_OBS;
    static double c_obs[C_MAT_OBS_M*C_MAT_OBS_N] = C_MAT_OBS;

/* Definition der geschaezten Zustandsgroessen */
    static double x_obs[X_MAT_OBS_M*X_MAT_OBS_N] = XO_MAT_OBS;
    static UCHAR x_m;
    static UCHAR x_n;
    static double x_kk_1[X_MAT_OBS_M*X_MAT_OBS_N];

/* Definition der Beobachterrueckfuehrmatrix */
    static double l_obs[L_MAT_OBS_M*L_MAT_OBS_N] = L_MAT_OBS;

/* Definition der Stoergroessenmatrix */
    static double ui_obs[2];

/* Bereitstellen von Speicherplatz */
    static double ax_obs[3];
    static UCHAR ax_m;
    static UCHAR ax_n;

    static double bu_obs[3];
    static UCHAR bu_m;
    static UCHAR bu_n;

    static double cx_obs[1];
    static UCHAR cx_m;
    static UCHAR cx_n;

    static double ucx_obs[1];

    static double lucx_obs[3];
    static UCHAR lucx_m;
    static UCHAR lucx_n;

/* ----- */
/* Definitionen fuer die LQ_Optimierung */
/* ----- */
```

```

/* Definition der Systemvariablen */

static double a_cont[A_MAT_M*A_MAT_N] = A_MAT;

static double at_cont[AT_MAT_M*AT_MAT_N] = AT_MAT;

static double ati_cont[ATI_MAT_M*ATI_MAT_N] = ATI_MAT;

static double bu_cont[BU_MAT_M*BU_MAT_N] = BU_MAT;

static double but_cont[BUT_MAT_M*BUT_MAT_N] = BUT_MAT;

static double bv_cont[BV_MAT_M*BV_MAT_N] = BV_MAT;

/* Definition von Praediktionsvariablen */
static double tl_cont[TL_MAT_M*TL_MAT_N] = TL_MAT;
static double tl_cont_shift[TL_MAT_M*TL_MAT_N];

static UCHAR time_index;
static UCHAR Sperrzeit[SPERRZEIT_MAT_M]=SPERRZEIT_VEC;
static UCHAR Niedertarif[NIEDERTARIF_MAT_M]=NIEDERTARIF_VEC;
static double Sperrzeit_24h[CONTROLLERSTEPS];
static double Niedertarif_24h[CONTROLLERSTEPS];

/* Definition der Reglervariablen */
static double r_default[R_MAT_M*R_MAT_N] = R_MAT;

static double r_cont[R_MAT_M*R_MAT_N];

static double z_cont[1];

static double v_cont[V_MAT_M*V_MAT_N];

static double wk_cont1[WK_MAT_M*WK_MAT_N];
static double wk_cont[WK_MAT_M*WK_MAT_N];
static UCHAR wk_m = WK_MAT_M;
static UCHAR wk_n = WK_MAT_N;

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
static double pk_cont1[PK_MAT_M*PK_MAT_N];
static double pk_cont[PK_MAT_M*PK_MAT_N];
static UCHAR pk_m = PK_MAT_M;
static UCHAR pk_n = PK_MAT_N;

static double q_soll_cont = 0.0;

/* Definition von vorberechneten Variablen */

static double
    wp_qpkt_cont[WP_QPKT_MAT_M*WP_QPKT_MAT_N] = WP_QPKT_MAT;

static double
    wp_cop_cont[WP_COP_MAT_M*WP_COP_MAT_N] = WP_COP_MAT;

static double
    wp_tl_cont[WP_TL_MAT_M*WP_TL_MAT_N] = WP_TL_MAT;

static double cq_cont[CQ_MAT_M*CQ_MAT_N] = CQ_MAT;

static double cqc_cont[CQC_MAT_M*CQC_MAT_N] = CQC_MAT;

/* Definition von Hilfsvariablen */

static double eye_cont[EYE_MAT_M*EYE_MAT_N] = EYE_MAT;

/* Bereitstellen von Speicherplatz */
static double tl_cop_cont[CONTROLLERSTEPS];

static double ap_cont[9];
static UCHAR ap_m;
static UCHAR ap_n;

static double apa_cont[9];
static UCHAR apa_m;
static UCHAR apa_n;
```

```
static double bp_cont[3];
static UCHAR bp_m;
static UCHAR bp_n;

static double bpb_cont[1];
static UCHAR bpb_m;
static UCHAR bpb_n;

static double rbpb_cont[1];

static double brbpb_cont[3];
static UCHAR brbpb_m;
static UCHAR brbpb_n;

static double brbpbbp_cont[9];
static UCHAR brbpbbp_m;
static UCHAR brbpbbp_n;

static double ibrbpbbp_cont[9];
static UCHAR ibrbpbbp_m;
static UCHAR ibrbpbbp_n;

static double apibrbpbbp_cont[9];
static UCHAR apibrbpbbp_m;
static UCHAR apibrbpbbp_n;

static double ri_cont[1];

static double rb_cont[3];
static UCHAR rb_m;
static UCHAR rb_n;

static double brb_cont[9];
static UCHAR brb_m;
static UCHAR brb_n;

static double apibrbpbbpbrb_cont[9];
static UCHAR apibrbpbbpbrb_m;
static UCHAR apibrbpbbpbrb_n;
```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
static double aapibrpbbpbrb_cont[9];
static UCHAR aapibrpbbpbrb_m;
static UCHAR aapibrpbbpbrb_n;

static double aapibrpbbpbrbw_cont[3];
static UCHAR aapibrpbbpbrbw_m;
static UCHAR aapibrpbbpbrbw_n;

static double cqz_cont[3];
static UCHAR cqz_m;
static UCHAR cqz_n;

static double bvv_cont[3];
static UCHAR bvv_m;
static UCHAR bvv_n;

static double apibrpbbpbv_cont[3];
static UCHAR apibrpbbpbv_m;
static UCHAR apibrpbbpbv_n;

static double apbrpbbp_cont[9];
static UCHAR apbrpbbp_m;
static UCHAR apbrpbbp_n;

static double apbrpbbpa_cont[9];
static UCHAR apbrpbbpa_m;
static UCHAR apbrpbbpa_n;

static double pcqc_cont[9];
static UCHAR pcqc_m;
static UCHAR pcqc_n;

static double pcqc_x_cont[3];
static UCHAR pcqc_x_m;
static UCHAR pcqc_x_n;

static double pcqcxcqz_cont[3];
static UCHAR pcqcxcqz_m;
static UCHAR pcqcxcqz_n;
```

```

static double pcqcxqzw_cont[3];
static UCHAR pcqcxqzw_m;
static UCHAR pcqcxqzw_n;

static double apcqcxcqzw_cont[3];
static UCHAR apcqcxcqzw_m;
static UCHAR apcqcxcqzw_n;

static double rbapqcxcqzw_cont[1];
static UCHAR rbapqcxcqzw_m;
static UCHAR rbapqcxcqzw_n;

/* ----- */
/* Definitionen Pulsbreitenmodulation */
/* ----- */
static double q_pbm = {0.0};

/* ----- */
/* Definitionen von Hilfsvariablen */
/* ----- */
static char idx1 = 0;
static char idx2 = 0;

/* -----*/
/* Ende der Definitionen */
/* -----*/

/* -----*/
/* Algorithmus wird nur alle 60 Sekunden abgearbeitet */
/* -----*/

if((rtc.sec) == 0) // Jede Minute einmal aufrufen
{

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
/* -----*/
/* Einlesen der Sensorsignale */
/* -----*/

    tvl_meas = (double)
        (Fuehler[Heizungsvorlauf].Temperatur)/10.0+273.0;
    trl_meas = (double)
        (Fuehler[Heizungsruecklauf].Temperatur)/10.0+273.0;
    tl_meas = (double)
        (Fuehler[Aussenfuehler1].Temperatur)/10.0+273.0;

/* ----- */
/* Berechnung der von der WP abgegebenen Waermeleistung */
/* ----- */

    if(Relais[Kompressor1].EinAus)
    {
        if(ProzessStatus==Abtauen)
        {
            qpkt_wp = 0.0;
        }
        else
        {
            for(idx1=0; idx1<WP_QPKT_MAT_M-1; idx1++)
            {
                /* Wenn der Temperaturwert tvl_meas      */
                /* zwischen zwei Werten des zum Waerme-  */
                /* leistungs-Vektors WP_QPKT gehoerenden */
                /* Temperaturvektors WP_TL liegt, wird   */
                /* dazwischen interpoliert.              */
                if((tl_meas>=wp_tl_cont[idx1])
                    &&(tl_meas<wp_tl_cont[idx1+1]))
                {
                    qpkt_wp = ((tl_meas-wp_tl_cont[idx1])
                                *((wp_qpkt_cont[idx1+1]
                                    -wp_qpkt_cont[idx1])
                                    /wp_tl_cont[idx1+1])
                }
            }
        }
    }

```

```

        -wp_tl_cont[idx1]))
        +wp_qpkt_cont[idx1];
    }
}
qpkt_wp = qpkt_wp*(1-(tv1_meas-TVL_DEFAULT)
                *WP_QPKT_KORREKTUR);
}
}
else
{
    qpkt_wp = 0.0;
}

/* ----- */
/* Beginn BEOBACHTER */
/* ----- */

/* F * x^(k-1|k-1) */
matmult(ax_obs, &ax_m, &ax_n,
        a_obs, A_MAT_OBS_M, A_MAT_OBS_N,
        x_obs, X_MAT_OBS_M, X_MAT_OBS_N);

/* Ui = [T_L;Qpkt] */
ui_obs[0] = tl_meas;
ui_obs[1] = qpkt_wp;

/* Gu * Ui */
matmult(bu_obs, &bu_m, &bu_n,
        b_obs, B_MAT_OBS_M, B_MAT_OBS_N,
        ui_obs, UI_MAT_OBS_M, UI_MAT_OBS_N);

/* x^(k|k-1) = F*x^(k-1|k-1) + Gu*Ui */
matadd(x_kk_1, &x_m, &x_n,
        ax_obs, ax_m, ax_n,
        bu_obs, bu_m, bu_n);

/* H * x^(k|k-1) */
matmult(cx_obs, &cx_m, &cx_n,

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
        c_obs, C_MAT_OBS_M, C_MAT_OBS_N,
        x_kk_1, x_m, x_n);

/* T_RL - H*x^(k|k-1) */
ucx_obs[0] = trl_meas - cx_obs[0];

/* L * (T_RL-H*x^(k|k-1)) */
scalmult(lucx_obs, &lucx_m, &lucx_n,
        l_obs, L_MAT_OBS_M, L_MAT_OBS_N,
        ucx_obs);

/* x^(k|k) = x^(k|k-1) + (L*(T_RL-H*x^(k|k-1))) */
matadd(x_obs, &x_m, &x_n,
        x_kk_1, x_m, x_n,
        lucx_obs, lucx_m, lucx_n);

/* ----- */
/* Ende BEOBACHTER */
/* ----- */

    }

/* -----*/
/* Algorithmus wird nur alle MODULO.LQ Stunden abgearbeitet */
/* -----*/

    if((rtc.m == 0)
        &&((rtc.h-STARTSHIFT+MODULO_LQ)%MODULO_LQ) == 0)
    {

/* ----- */
/* Damit der Prozessor nicht ueberlastet ist, wird dieser */
/* Teil des Algorithmus in drei Bloecke aufgeteilt, welche */
/* seriell abgearbeitet werden. */
/* -----*/
```

```

/* Start erster Teil bei rtc.sec == 5 */

if(rtc.sec == 5)
{

/* ----- */
/* Beginn LQ-OPTIMIERUNG */
/* ----- */

/* ----- */
/* Einlesen des Raumtemperatursollwertes */
/* ----- */

z_cont[0] = (double)(koParam.normalTemp)/10.0+273.0;

/* ----- */
/* Praediktion der Aussenlufttemperatur */
/* ----- */

/* Einlesen der Temperaturmessungen der letzten */
/* 24 Stunden. Hier wird der alte Temperatur- */
/* vektor um einen Wert nach links verschoben */
/* und die neueste Messung hinten angehaengt. */

for(idx1=0; idx1<TL_MAT_M; idx1++)
{
    t1_cont_shift[idx1] = t1_cont[idx1];
}

for(idx1=0; idx1<(TL_MAT_M-1); idx1++)
{
    t1_cont[idx1] = t1_cont_shift[idx1+1];
}

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
tl_cont[TL_MAT_M-1] = tl_meas;

/* Der Stoervektor v_cont wird mit den gemessenen */
/* Werten gefuellt, dabei wird gleichzeitig die */
/* einfache Praediktion (Parallelverschiebung) */
/* angewandt. */

for(idx1=0; idx1<V_MAT_M; idx1++)
{
    v_cont[idx1] = tl_cont[idx1] - tl_cont[0] +
                    tl_cont[TL_MAT_M-1];
}

/* ----- */
/* Berechnung der Gewichtungsfaktoren R */
/* ----- */

/* Berechnung des Zeitindex */
time_index = (rtc.day*CONTROLLERSTEPS)+
              ((rtc.h-STARTSHIFT)/MODULO_LQ);

/* Berechnung des Sperrzeitenvektors */
/* ----- */

/* Update des Vektors */
if(SPERRZEIT_UPDATE)
{
    if(digitalInput & EWSPERRE) // Sperrzeit
    {
        Sperrzeit[time_index] = 0;
    }
    else // Keine Sperrzeit
    {
        Sperrzeit[time_index] = 1;
    }
}
}
```

```

/* Bestimmen des Sperrzeitengewichtungsvektors */
/* fuer die naechsten 24 Stunden */
for(idx1=0; idx1<CONTROLLERSTEPS; idx1++)
{
    if(Sperrzeit[(time_index+idx1)
                *(7*CONTROLLERSTEPS)]==1)
    {
        Sperrzeit_24h[idx1] = 1.0;
    }
    else
    {
        Sperrzeit_24h[idx1] = 1e7;
    }
}

/* Berechnung des Niedertarifvektors */
/* ----- */

/* Update des Vektors */
if(NIEDERTARIF_UPDATE)
{
    if(digitalInput & FREMDSTEUERUNG1) //Niedertarif
    {
        Niedertarif[time_index] = 1;
    }
    else //Kein Niedertarif
    {
        Niedertarif[time_index] = 0;
    }
}

/* Bestimmen des Sperrzeitengewichtungsvektors */
/* fuer die naechsten 24 Stunden */
for(idx1=0; idx1<CONTROLLERSTEPS; idx1++)
{
    if(Niedertarif[(time_index+idx1)
                  *(7*CONTROLLERSTEPS)]==1)

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
{
    Niedertarif_24h[idx1] = TARIFVERHAELTNIS;
}
else
{
    Niedertarif_24h[idx1] = 1.0;
}
}

/* Berechnung des geschaezten Wirkungsgrades */
/* Die COP-Werte werden gemaess den Hersteller */
/* angaben zu den zuvor geschaezten */
/* Temperaturwerten berechnet */
for(idx1=0; idx1<V_MAT_M; idx1++)
{
    for(idx2=0; idx2<WP_COP_MAT_M-1; idx2++)
    {
        /* Wenn der Temperaturwert v_cont[idx1] */
        /* zwischen zwei Werten des zum COP- */
        /* Vektors WP_COP gehoerenden */
        /* Temperaturvektors WP_TL liegt, wird */
        /* dazwischen interpoliert. */
        if((v_cont[idx1]>=wp_tl_cont[idx2])
            *(v_cont[idx1]<wp_tl_cont[idx2+1]))
        {
            tl_cop_cont[idx1] =
                ((v_cont[idx1]-wp_tl_cont[idx2])
                 *((wp_cop_cont[idx2+1]
                    -wp_cop_cont[idx2])
                  /(wp_tl_cont[idx2+1]
                    -wp_tl_cont[idx2])))
                +wp_cop_cont[idx2];
        }
    }
}

/* Berechnung der Gewichtungsfaktoren R */
```

```

for(idx1=0; idx1<R_MAT_M; idx1++)
{
    r_cont[idx1] = r_default[idx1]
        *Sperrzeit_24h[idx1]
        *Niedertarif_24h[idx1]/tl_cop_cont[idx1];
    /* Da das Guetekriterium quadratisch ist, */
    /* muss R quadriert werden. */
    r_cont[idx1] = r_cont[idx1]*r_cont[idx1];
}

/* ----- */
/* Berechnung von w_k und P_k */
/* ----- */

/* Berechnung des Endwertes von w_k */

scalmult(wk_cont, &wk_m, &wk_n,
        cq_cont, CQ_MAT_M, CQ_MAT_N,
        &z_cont[0]);

/* Berechnung des Endwertes von p_k */

for(idx1=0; idx1<PK_MAT_M*PK_MAT_N; idx1++)
{
    pk_cont[idx1] = cqc_cont[idx1];
}

}

/* Ende erster Teil */

/* Start zweiter Teil bei rtc.sec == 10 */
/* Berechnung von w_k und P_k. Alle zwei Sekunden */
/* wird ein Zeitschritt berechnet. */

if((rtc.sec >= 10)&&
    (rtc.sec < 10+2*CONTROLLERSTEPS)&&(rtc.sec%2 == 0))

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
{  
  
    idx1 = CONTROLLERSTEPS-1-(rtc.sec-10)/2;  
  
    /* F' * P_k+1 */  
    matmult(ap_cont, &ap_m, &ap_n,  
            at_cont, AT_MAT_M, AT_MAT_N,  
            pk_cont, pk_m, pk_n);  
  
    /* F'*P_k+1 * F */  
    matmult(apa_cont, &apa_m, &apa_n,  
            ap_cont, ap_m, ap_n,  
            a_cont, A_MAT_M, A_MAT_N);  
  
    /* Gu' * P_k+1 */  
    matmult(bp_cont, &bp_m, &bp_n,  
            but_cont, BUT_MAT_M, BUT_MAT_N,  
            pk_cont, pk_m, pk_n);  
  
    /* Gu'*P_k+1 * Gu */  
    matmult(bpb_cont, &bpb_m, &bpb_n,  
            bp_cont, bp_m, bp_n,  
            bu_cont, BU_MAT_M, BU_MAT_N);  
  
    /* [R_k + (Gu'*P_k+1*Gu)]^-1 */  
    rbpb_cont[0] = 1.0/(r_cont[idx1] + bpb_cont[0]);  
  
    /* Gu * [R_k+(Gu'*P_k+1*Gu)]^-1 */  
    scalmult(brbpb_cont, &brbpb_m, &brbpb_n,  
            bu_cont, BU_MAT_M, BU_MAT_N,  
            rbpb_cont);  
  
    /* Gu*[R_k+(Gu'*P_k+1*Gu)]^-1 * Gu'*P_k+1 */  
    matmult(brbpbbp_cont, &brbpbbp_m, &brbpbbp_n,  
            brbpb_cont, brbpb_m, brbpb_n,  
            bp_cont, bp_m, bp_n);  
  
    /* I - Gu*[R_k+(Gu'*P_k+1*Gu)]^-1*Gu'*P_k+1 */  
    matsub(ibrbpbbp_cont, &ibrbpbbp_m, &ibrbpbbp_n,  
            eye_cont, EYE_MAT_M, EYE_MAT_N,  

```

```

        brbpbbp_cont, brbpbbp_m, brbpbbp_n);

/* F'*P_k+1 * (I-Gu*[R_k+(Gu'*P_k+1*Gu)]^-1*Gu'
                                     *P_k+1) */
matmult(apibrbpbbp_cont, &apibrbpbbp_m,
        &apibrbpbbp_n, ap_cont, ap_m, ap_n,
        ibrbpbbp_cont, ibrbpbbp_m, ibrbpbbp_n);

/* R_k ^-1 */
ri_cont[0] = 1.0 / r_cont[idx1];

/* R_k^-1 * Gu' */
scalmult(rb_cont, &rb_m, &rb_n,
        but_cont, BUT_MAT_M, BUT_MAT_N,
        ri_cont);

/* Gu * R_k^-1*Gu' */
matmult(brb_cont, &brb_m, &brb_n,
        bu_cont, BU_MAT_M, BU_MAT_N,
        rb_cont, rb_m, rb_n);

/* F'*P_k+1*(I-Gu*[R_k+(Gu'*P_k+1*Gu)]^-1*Gu'
                                     *P_k+1)* Gu*R_k^-1*Gu' */
matmult(apibrbpbbpbrb_cont, &apibrbpbbpbrb_m,
        &apibrbpbbpbrb_n, apibrbpbbp_cont,
        apibrbpbbp_m, apibrbpbbp_n,
        brb_cont, brb_m, brb_n);

/* F' - F'*P_k+1*(I-Gu*[R_k+(Gu'*P_k+1*Gu)]^-1
                                     *Gu'*P_k+1)*Gu*R_k^-1*Gu' */
matsub(aapibrbpbbpbrb_cont, &aapibrbpbbpbrb_m,
        &aapibrbpbbpbrb_n, at_cont, AT_MAT_M,
        AT_MAT_N, apibrbpbbpbrb_cont,
        apibrbpbbpbrb_m, apibrbpbbpbrb_n);

/* (F'-F'*P_k+1*(I-Gu*[R_k+(Gu'*P_k+1*Gu)]^-1
                                     *Gu'*P_k+1) *Gu*R_k^-1*Gu') * w_k+1 */
matmult(aapibrbpbbpbrbw_cont, &aapibrbpbbpbrbw_m,
        &aapibrbpbbpbrbw_n, aapibrbpbbpbrb_cont,
        aapibrbpbbpbrb_m, aapibrbpbbpbrb_n,

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```

        wk_cont, wk_m, wk_n);

/* H'*Q_k * z_k */
scalmult(cqz_cont, &cqz_m, &cqz_n,
        cq_cont, CQ_MAT_M, CQ_MAT_N,
        &z_cont[0]);

/* G_v * v_k */
scalmult(bvv_cont, &bvv_m, &bvv_n,
        bv_cont, BV_MAT_M, BV_MAT_N,
        &v_cont[idx1]);

/* F'*P_{k+1}*(I-Gu*[R_k+(Gu'*P_{k+1}*Gu)]^{-1}*Gu'
        *P_{k+1}) * G_v*v_k */
matmult(apibrpbbpbv_cont, &apibrpbbpbv_m,
        &apibrpbbpbv_n, apibrpbbp_cont,
        apibrpbbp_m, apibrpbbp_n,
        bvv_cont, bvv_m, bvv_n);

/* w_k */
matadd(wk_cont1, &wk_m, &wk_n,
        aapibrpbbpbrbw_cont, aapibrpbbpbrbw_m,
        aapibrpbbpbrbw_n, cqz_cont, cqz_m, cqz_n);
matsub(wk_cont, &wk_m, &wk_n, wk_cont1, wk_m,
        wk_n, apibrpbbpbv_cont, apibrpbbpbv_m,
        apibrpbbpbv_n);

/* F'*P_{k+1} * Gu*[R_k+(Gu'*P_{k+1}*Gu)]^{-1}*Gu'
        *P_{k+1} */
matmult(apbrpbbp_cont, &apbrpbbp_m,
        &apbrpbbp_n, ap_cont, ap_m, ap_n,
        brpbbp_cont, brpbbp_m, brpbbp_n);

/* F'*P_{k+1}*Gu*[R_k+(Gu'*P_{k+1}*Gu)]^{-1}*Gu'*P_{k+1}
        * F */
matmult(apbrpbbpa_cont, &apbrpbbpa_m,
        &apbrpbbpa_n, apbrpbbp_cont, apbrpbbp_m,
        apbrpbbp_n, a_cont, A_MAT_M, A_MAT_N);

/* P_k */

```

```

matadd(pk_cont1, &pk_m, &pk_n,
       cqc_cont, CQC_MAT_M, CQC_MAT_N,
       apa_cont, apa_m, apa_n);
matsub(pk_cont, &pk_m, &pk_n,
       pk_cont1, pk_m, pk_n,
       apbrbpbba_cont, apbrbpbba_m,
       apbrbpbba_n);

}

/* Ende zweiter Teil */

/* Start dritter Teil bei rtc.sec == 55 */
/* Berechnung der abzugebenden Waermemenge */

if(rtc.sec == 55)
{

    /* ----- */
    /* Berechnung von u_k */
    /* ----- */

    /*  $P_k - H'Q_kH$  */
    matsub(pcqc_cont, &pcqc_m, &pcqc_n,
          pk_cont, pk_m, pk_n,
          cqc_cont, CQC_MAT_M, CQC_MAT_N);

    /*  $(P_k - H'Q_kH) * x_k$  */
    matmult(pcqcx_cont, &pcqcx_m, &pcqcx_n,
           pcqc_cont, pcqc_m, pcqc_n,
           x_obs, X_MAT_M, X_MAT_N);

    /*  $(P_k - H'Q_kH)x_k + H'Q_kz_k$  */
    matadd(pcqxcqz_cont, &pcqxcqz_m, &pcqxcqz_n,
          pcqcx_cont, pcqcx_m, pcqcx_n,
          cqz_cont, cqz_m, cqz_n);

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```

/* (P_k-H'*Q_k*H)*x_k+H'*Q_k*z_k - w_k */
matsub(pcqxcqzw_cont, &pcqxcqzw_m,
      &pcqxcqzw_n,
      pcqxcqz_cont, pcqxcqz_m, pcqxcqz_n,
      wk_cont, wk_m, wk_n);

/* F'^-1 * [(P_k-H'*Q_k*H)*x_k+H'*Q_k*z_k
              -w_k] */
matmult(apcqcxcqzw_cont, &apcqcxcqzw_m,
      &apcqcxcqzw_n,
      ati_cont, ATI_MAT_M, ATI_MAT_N,
      pcqxcqzw_cont, pcqxcqzw_m,
      pcqxcqzw_n);

/* R_k^-1*Gu' * F'^-1*[(P_k-H'*Q_k*H)*x_k+H'
                        *Q_k*z_k-w_k] */
matmult(rbapqcxcqzw_cont, &rbapqcxcqzw_m,
      &rbapqcxcqzw_n,
      rb_cont, rb_m, rb_n,
      apcqcxcqzw_cont, apcqcxcqzw_m,
      apcqcxcqzw_n);

/* u_k */
q_soll_cont = -rbapqcxcqzw_cont[0]
              *(double)(CONTROLLERSTEPSIZE);

/* Ruecksetzen des Integrators der */
/* Pulsbreitenmodulation */
q_pbm = 0.0;

/* Berechnen der minimalen Waermeabgabe pro */
/* Einschaltung */
/* Laufzeit ist mindestens T_RUN_MIN Sekunden */

for(idx1=0; idx1<WP_QPKT_MAT_M-1; idx1++)
{
    /* Wenn der Temperaturwert tvl_meas zwischen */
    /* zwei Werten des zum Waermeleistungs-      */
    /* Vektors WP_QPKT gehoerenden Temperatur-  */

```

```

/* vektors WP_TL liegt, wird dazwischen */
/* interpoliert. */
if((tv1_meas>=wp_tl_cont[idx1])
   *(tv1_meas<wp_tl_cont[idx1+1]))
{
    q_wp_min = ((tl_meas-wp_tl_cont[idx1])
                *((wp_qpkt_cont[idx1+1]
                   -wp_qpkt_cont[idx1])
                 /(wp_tl_cont[idx1+1]
                   -wp_tl_cont[idx1])))
                +wp_qpkt_cont[idx1];
}
}
q_wp_min = q_wp_min*WP_RUN_MIN;

/* ----- */
/* Ende LQ-OPTIMIERUNG */
/* ----- */

}

/* Ende dritter Teil */

}

/* -----*/
/* Algorithmus wird nur alle 60 Sekunden abgearbeitet */
/* -----*/

if(rtc.sec == 0) // Jede Minute einmal aufrufen
{

/* ----- */
/* Beginn PULSBREITENMODULATION */
/* ----- */

q_pbm = q_pbm + (qpkt_wp*TSTEP_PBM);

```

### C. Code der implementierten LQ-MPC-Regelung

```
    if(q_pbm < q_soll_cont)
    {
        wp_pbm_EINAUS = 1;
    }
    else
    {
        wp_pbm_EINAUS = 0;
    }

    /* Falls die minimale Laufzeit nicht erreicht wird, */
    /* wird nicht eingeschaltet */
    if(q_soll_cont < q_wp_min)
    {
        wp_pbm_EINAUS = 0;
    }

/* ----- */
/* Ende PULSBREITENMODULATION */
/* ----- */

/* ----- */
/* Setzen der ueberwachbaren Groessen */
/* ----- */

    PBM_Monitor.Rueckklufttemperatur
        = (int)((x_obs[0]-273.0)*10.0);
    PBM_Monitor.Bodentemperatur
        = (int)((x_obs[1]-273.0)*10.0);
    PBM_Monitor.Raumtemperatur
        = (int)((x_obs[2]-273.0)*10.0);
    if (qpkt_wp < 0)
    {
        PBM_Monitor.Waermestrom = 0;
    }
    else
    {
        PBM_Monitor.Waermestrom = (unsigned int)(qpkt_wp);
    }
}
```

```
    }
    if (q_pbm < 0)
    {
        PBM_Monitor.Waermeenergie_momentan = 0;
    }
    else
    {
        PBM_Monitor.Waermeenergie_momentan
            = (unsigned int)(q_pbm/3600.0);
    }
    if (q_soll_cont < 0)
    {
        PBM_Monitor.Waermeenergie_optimal = 0;
    }
    else
    {
        PBM_Monitor.Waermeenergie_optimal
            = (unsigned int)(q_soll_cont/3600.0);
    }

}

}

/* ----- */
/* Ende controller.c */
/* ----- */
```



# Literaturverzeichnis

- [1] AFJEI, TH.: *YUM, A Yearly Utilization Model for Calculating the Seasonal Performance Factor of Electric Driven Heat Pump Heating Systems*. Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich, 1989.
- [2] AFJEI, TH., BETSCHAT, W., BIRCHER, R., GEERING, H. P., GINSBURG, S., HÄSSIG, W., WITTWER, D. und ZWEIFEL, G.: *Kostengünstige Niedrigtemperaturheizung mit Wärmepumpe*. Schlussbericht, Forschungsprogramm UAW des Bundesamtes für Energie, Bern, 1998.
- [3] CAMACHO, E. F. und BORDONS, C.: *Model Predictive Control*. Springer, London, 1999.
- [4] COLEMAN, T., BRANCH, M. A. und GRACE, A.: *Optimization Toolbox User's Guide, Version 2 (R11)*. The MathWorks, Inc., Natick, MA, 1999.
- [5] FANGER, P. O.: *Thermal Comfort, Analysis and Applications in Environmental Engineering*. McGraw-Hill, New York, 1970.
- [6] GABATHULER, H. R., MAYER, H., SHAFAI, E. und WIMMER, R.: *Pulsbreitenmodulation für Kleinwärmepumpen. Phase 1*. Schlussbericht, Forschungsprogramm UAW des Bundesamtes für Energie, Bern, Juli 1999.
- [7] GABATHULER, H. R., MAYER, H., SHAFAI, E. und WIMMER, R.: *Pulsbreitenmodulation für Kleinwärmepumpen. Phase 2 – Schlussbericht*. Schlussbericht, Forschungsprogramm UAW des Bundesamtes für Energie, Bern, Juni 2002.

- [8] GEERING, H. P.: *Regelungstechnik*. Springer, Berlin, sechste Auflage, 2003.
- [9] GINSBURG, S. T.: *Hierarchische Wärmepumpenregelung mit Fuzzy Control und Robust Control*. Diss. ETH Nr. 13365, Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich, 1999.
- [10] HANDL, K.-H.: *WPZ-Bulletin Nr. 20, Mitteilungsblatt des Wärmepumpentest- und Ausbildungszentrums Winterthur-Töss*, Juni 1999.
- [11] HUBACHER, B. und EHRBAR, M.: *Dynamischer Wärmepumpentest. Phase 2: Validierung des Modellansatzes und Entwicklung der Prüfprozedur*. Schlussbericht, Forschungsprogramm UAW des Bundesamtes für Energie, Bern, September 2001.
- [12] KLEIN, S. A., DUFFIE, J. A. und BECKMAN, W. A.: *TRNSYS - A Transient Simulation Program*. ASHRAE Trans, 82:623, 1976.
- [13] LJUNG, L.: *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1987.
- [14] LJUNG, L.: *System Identification Toolbox – User’s Guide*. The MathWorks, Inc., Natick MA, 1991.
- [15] METEOSCHWEIZ: *Das Lokal-Modell (LM)*.  
URL: <http://www.meteoschweiz.ch/de/Daten/Modellresultate/modell.shtml>, 2002.
- [16] MORARI, M., LEE, J. H. und GARCÍA, C. E.: *Model Predictive Control*. Vorlesungsskript, Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich, 1998.
- [17] REINER, G., SHAFAI, E., WIMMER, R., ZOGG, D., GABATHULER, H. R., MAYER, H. und BRUDERER, H. U.: *Kurztestmethode für Wärmepumpenanlagen. Phase 1 bis 3: Messung, Modellierung und Erprobung der Parameteridentifikation*. Schlussbericht ENET-Nr. 965740,

- Forschungsprogramm UAW des Bundesamtes für Energie,  
Bern, November 1998.
- [18] SAGE, A. P. und WHITE, C. C.: *Optimum Systems Control*.  
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, zweite Auflage, 1977.
- [19] SHAFAI, E.: *Einführung in die adaptive Regelung*.  
Vorlesungsskript, Eidgenössische Technische Hochschule  
Zürich, 1998.
- [20] SHAFAI, E., GINSBURG, S., WIMMER, R. und ZOGG, D.:  
*Validation of a model for a residential heat pump system based  
on short-period measurements*. In: *Heat Pumps – a Benefit for  
the Environment, Sixth International Energy Agency Heat  
Pump Conference*, Band Poster Presentations, Berlin, Juni  
1999.
- [21] SHAFAI, E., ZOGG, D., EHRBAR, M. und WIRTH, L.:  
*Dynamischer Wärmepumpentest. Phase 1, Etappe 3:  
Modellansatz für die prüftechnische Charakterisierung der  
Minderwärmeproduktion*. Schlussbericht, Forschungsprogramm  
UAW des Bundesamtes für Energie, Bern, November 2000.
- [22] SÖDERSTRÖM, T. und STOICA, P.: *System Identification*.  
Prentice Hall, New York, 1989.
- [23] STALDER, M. und BAUMGANRTNER, TH.: *WPcalc,  
Rechenprogramm zur Auslegung von WP-Anlagen*.  
Bundesaamt für Energie, Bern, 1994.
- [24] YE, Y.: *SOLNP User's Guide - A Nonlinear Optimization  
Program in MATLAB*.  
URL: <http://www.stanford.edu/~yyye/matlab/manual.ps>,  
August 1989.
- [25] ZOGG, D.: *Fault Diagnosis for Heat Pump Systems*. Diss.  
ETH Nr. 14594, Eidgenössische Technische Hochschule,  
Zürich, 2002.



# Lebenslauf

Name:	Roger Wilfried Wimmer
18. April 1967	geboren in Opfikon ZH, Schweiz
1973-1979:	Primarschule in Baar, Schweiz
1979-1987:	Kantonsschule in Zug, Schweiz
1987:	Matura
1988-1991:	Studium in Physik, ETH Zürich
1991-1996:	Studium in Maschinenbau, ETH Zürich
1996:	Diplom als Dipl. Masch.-Ing. ETH
1996-2002:	Wissenschaftlicher Mitarbeiter und Unterrichts- assistent am Institut für Mess- und Regeltechnik, ETH Zürich
seit 2002:	In der Industrie tätig

